

Модель принятия инвестиционных решений

Аннотация. Статья посвящена проблеме принятия инвестиционных решений многопрофильной ритейловой компанией в условиях неопределенности. При недостаточности объективной информации нередко применяются субъективные оценки, которые основываются на знаниях, опыте, мнениях экспертов. Для решения рассматриваемой задачи выбора наилучшей альтернативы автор предлагает использовать метод аналитической иерархии, разработанный Томасом Саати.

Ключевые слова: лицо, принимающее решение; условия неопределенности; альтернативы; экспертные оценки; согласованность суждений; метод аналитической иерархии.

Abstract. This article deals with the problem of making an investment decision by the retailing company in the face of uncertainty. In case of insufficient objective information subjective estimates, which are based on knowledge, experience, opinions, participating in the development of the subjective evaluation, are applied for solving this problem. Choosing the best alternative is solved by using the method of analytical hierarchy developed Thomas Saaty.

Keywords: decision maker; conditions of uncertainty; alternatives; expert evaluation; consistency of judgments; the method of analytical hierarchy process.



Нагорная О.А.,

студентка магистратуры
Финансового университета

✉ oksananagornay@mail.ru

Аналитическая иерархия Томаса Саати

В современной науке все большее место занимают проблемы принятия решения. На практике часто приходится принимать решения в ситуации неопределенности. В условиях недостатка объективной информации нередко используют субъективные оценки, которые основываются на индивидуальных знаниях, опыте, мнениях людей, участвующих в выработке субъективной оценки.

В данной статье задача выбора наилучшей альтернативы решается с помощью метода аналитической иерархии Томаса Саати на примере реально функционирующей компании.

Финансовые ресурсы предприятия формируются за счет внутренних и внешних источников. К внутренним относится прибыль, остающаяся в распоряжении компании. В состав внешних источников финансирования в основном входят заемные средства в виде кредитов банков. Однако использование данного источника приводит к возникновению определенных

проблем, связанных с необходимостью последующего погашения долговых обязательств. Поэтому необходимо четко понимать, что проект, в который направляются инвестиционные потоки, сформированные за счет кредитных средств, позволит компании не только ответить по обязательствам, но и получить прибыль.

При наличии нескольких перспективных проектов возникает проблема выбора наилучшей из имеющихся альтернатив. Когда альтернатива признается лучшей по всем критериям, влияющим на решение, выбор очевиден, однако в реальной ситуации альтернативное направление, лучшее по одному критерию, может быть худшим по другому...

...Перед руководством компании VV Group стоит выбор между небольшим числом заданных альтернатив. Речь идет об объектах, которые по определению не имеют шкалы оценки, однако мы можем сравнивать их между собой. Более того, можно не только выявить предпочитаемый объект, но и определить «мощность» предпочтения. Именно поэтому для решения задачи выбора преимущественного для финансирования направления применяется математический метод аналитической иерархии — описательный психофизический процесс, разработанный американским математиком Томасом Саати, основанный на оценке неопределенности путем человеческих суждений [3]. Этот метод широко используется на практике и активно развивается учеными всего

Научный руководитель: **Гусин В.Б.**, кандидат физико-математических наук, профессор.

мира. В основе метода лежит теорема Фробениуса–Перрона.

Основные этапы подхода АНР¹

1. Структурирование задачи как иерархического устройства с несколькими уровнями: цели — критерии — альтернативы. Основная задача, решаемая в иерархической структуре, — оценка вышестоящих уровней на основе взаимодействий различных уровней иерархии, а не на основе непосредственных зависимостей от элементов на этих уровнях. Требуется определить, с какой силой разные элементы одного уровня воздействуют на элементы предыдущего уровня для того, чтобы была возможность вычислять величину влияния элементов низшего уровня на общую цель [5].

2. Лицо, принимающее решение (ЛПР), осуществляет попарные сравнения элементов каждой ступени, затем результаты преобразует в числа. При парных сравнениях альтернатив ЛПР используется шкала словесных определений степени значимости, причем каждому определению соответствует определенное число [4].

Результат этого сравнения представляет собой положительную обратно-симметричную матрицу

$A = [a_{ij}]$. Элементы этой матрицы удовлетворяют следующим условиям:

$$\text{Первое: } a_{ij} = 1/a_{ji}.$$

Второе: суждения таковы, что если два критерия

имеют одинаковую значимость, то $a_{ij} = 1, a_{ji} = 1$, т.е.

$a_{ii} = 1$ для всех i .

Матрица размерности $n \times n$ строится на основе $n(n-1)/2$ оценок. Эти оценки выставляются независимо, однако не являются действительно «независимыми». Здесь подразумевается не просто традиционное требование транзитивности предпочтений, а фактическая степень предпочтения, которая проходит через всю последовательность сравниваемых предметов [6].

3. После составления матрицы парных сравнений задача сводится к тому, чтобы n возможным действиям поставить в соответствие множество числовых весов, которые соответствовали бы зафиксированным суждениям, т.е. необходимо вычислить вектор приоритетов по данной матрице [2]. В математическом смы-

сле это — вычисление главного собственного вектора, нормализация которого приводит к получению вектора приоритетов.

При этом исследуется согласованность суждений ЛПР. Существует определенный уровень допустимого несоответствия, который мы можем принять. Как известно, согласованность положительной обратно-симметричной матрицы равнозначна выполнению условия равенства ее максимального собственного значения с n [1]. Незначительное отклонение в незначительной мере влияет на изменение максимального собственного значения. Выбор возмущения, максимально согласующегося с описанием влияния несогласованности на искомый собственный вектор, зависит от психологического процесса, соответствующего заполнению матрицы парных сравнений. Если значение отношения согласованности больше, чем требуется, необходимо поступить следующим образом: найти самые противоречивые суждения в матрице, определить диапазон значений, оценка которых может быть изменена, чтобы устранить несоответствия, попросить экспертов изменить их суждения для получения приемлемого значения в этом диапазоне.

Существует несколько методов определения оценок, которые должны быть изменены экспертами. Все они требуют теоретического исследования сходимости и эффективности.

Для каждой матрицы рассчитывается индекс согласованности как мера отклонения от согласованности, а также отношение согласованности, значение которого считается приемлемым, если оно не превосходит 0,10.

4. Калькулируется количественный показатель качества каждого альтернативного варианта и фиксируется наилучшая альтернатива.

Постановка задачи

Постановку задачи начнем с определения элемента высшего уровня иерархии — общей цели. Основной целью функционирования компании VV Group является получение прибыли, руководство заинтересовано в ее максимизации. В реальных условиях перед руководством стоит проблема выбора самого перспективного направления для инвестирования и упорядочения альтернатив в порядке уменьшения их инвестиционной привлекательности.

В рамках данного исследования была сформирована группа из 7 экспертов. Компетентность экспертов оценивалась по следующим параметрам.

- Наличие диплома о высшем образовании.
- Стаж работы более 5 лет.
- Срок работы в компании более 1 года.
- Руководящая должность в компании.

¹ АНР (англ. Analytic Hierarchy Process) — подход аналитической иерархии.

Таблица 1

Матрица оценок парных сравнений критериев

Показатель	Прибыльность	Персонал	Расположение	Период окупаемости	Сеть	Управление	Вложения	Реинвестирование
Прибыльность	1	5	3	7	6	6	1/3	1/4
Персонал	1/5	1	1/3	5	3	3	1/5	1/7
Расположение	1/3	3	1	6	3	4	1/2	1/5
Период окупаемости	1/7	1/5	1/6	1	1/3	1/4	1/7	1/8
Сеть	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6
Управление	1/6	1/3	1/4	4	2	1	1/5	1/6
Вложения	3	5	2	7	5	5	1	1/2
Реинвестирование	4	7	5	8	6	6	2	1

В качестве альтернатив были выбраны следующие направления.

- Недвижимость.
- Строительные материалы.
- Товары для дома.
- Кофейни.
- Садовый центр.

Это наиболее крупные проекты, приносящие большую часть прибыли и требующие серьезных финансовых вложений. Они являются элементами нижнего уровня иерархии.

Для оптимального выбора необходимо выявить факторы, влияющие на ход исследуемого процесса или его результаты. Критерии отбирались путем коллективного обсуждения факторов, влияющих на прибыль и привлекательность направления. В результате критерии выбора лучшей альтернативы следующие.

1. Прибыльность или рентабельность бизнеса не всегда очевидны. Нередко бывает, что бизнес растет, а денег нет, потому что вся прибыль вкладывается в развитие. Или наоборот, деньги есть, но растет не прибыль, а долги. Поэтому необходимо проводить анализ прибыльности, определить, насколько эффективно работает оборотный капитал.

2. Возможность реинвестирования — возможность расширения масштабов деятельности направления и, следовательно, еще большего увеличения массы зарабатываемой прибыли.

3. Величина вложений. Естественно, что собственники компании желают максимизировать прибыль при минимальных вложениях.

4. Ожидаемая продолжительность периода окупаемости и существования проекта.

5. Сетевые продажи. Чем больше торговых точек в сети, тем меньше затраты.

6. Готовность управленческой структуры.

7. Трудоемкость (в смысле количества персонала по направлениям).

8. Место расположения объектов направлений.

Здесь имеется в виду проходимость, отдаленность от центра города, удаленность от остановок общественного транспорта.

Составим матрицу парных сравнений, состоящую из суждений экспертов относительно критериев. Суждения получены с помощью шкалы метода Саати (табл. 1).

Далее определим вектор приоритетов полученной матрицы. Для каждой строки матрицы находим произведение 8 ее элементов, из полученного значения извлекаем корень восьмой степени и нормализуем каждый элемент. В результате получили вектор:

$$w^T = (0,171; 0,061; 0,107; 0,019; 0,035; 0,041; 0,223; 0,342)^T.$$

Этот вектор приоритетов показывает, что самый важный критерий, по мнению экспертов, — возможность реинвестирования, так как значение вектора, соответствующее данному критерию, максимальное.

Используем метод получения грубой оценки согласованности. Умножив матрицу сравнений справа на полученную оценку вектора приоритетов, получим новый вектор:

$$(1,548; 0,548; 0,912; 0,170; 0,299; 0,364; 1,942; 3,046)^T.$$

Разделив первую компоненту этого вектора на первую компоненту оценки вектора приоритетов, вторую компоненту нового вектора на вторую компоненту оценки вектора решения и т.д., определим еще один вектор:

$$(9,045; 8,936; 8,542; 8,979; 8,573; 8,792; 8,703)^T.$$

Разделим сумму компонент этого вектора (70,465) на число компонент (8), найдем приближенно главное собственное значение $\lambda_{max} = 8,811$. Используем это

Таблица 2

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Прибыльность»

Прибыльность	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	1/4	1/2	7	4	0,173	0,396
Стройматериалы	4	1	2	9	5	0,483	1,000
Товары для дома	2	1/2	1	8	6	0,293	0,668
Кофейня	1/7	1/9	1/8	1	1/3	0,031	0,071
Садовый центр	1/4	1/5	1/6	3	1	0,065	0,147

Таблица 3

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Персонал»

Персонал	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	8	7	3	6	0,511	1,000
Стройматериалы	1/8	1	2	1/6	1/5	0,049	0,096
Товары для дома	1/7	1/2	1	1/7	1/6	0,036	0,070
Кофейня	1/3	6	7	1	2	0,250	0,488
Садовый центр	1/6	5	6	1/2	1	0,154	0,301

$\lambda_{max} = 5,331$, индекс согласованности 0,083, СИ=1,120, ОС=0,074, что меньше 0,10, т.е. матрица согласована.

Таблица 4

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Расположение»

Расположение	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	1/4	1/3	1/7	2	0,063	0,119
Стройматериалы	4	1	1/2	1/6	4	0,142	0,266
Товары для дома	3	2	1	1/3	6	0,220	0,412
Кофейня	7	6	3	1	8	0,534	1,000
Садовый центр	1/2	1/4	1/6	1/8	1	0,041	0,076

$\lambda_{max} = 5,215$, ИС=0,054, случайный индекс СИ=1,120, ОС=0,048, что меньше 0,10, т.е. матрица согласована.

значение для оценки согласованности, отражающей пропорциональность предпочтений. Можно сказать, что результат достаточно согласован, так как λ_{max} близко к $n=8$. Рассчитаем индекс согласованности по

формуле $\mu = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} = \frac{8,811 - 8}{8 - 1} = 0,116$. Среднее

значение случайного индекса для матриц порядка 8 равно 1,41. Отношение согласованности равно $0,116 / 1,41 = 0,082$, что меньше 0,10, т.е. получили приемлемый результат.

Теперь определим обычный и теоретический вектор приоритетов пяти направлений по каждому критерию. Результат суждения о превосходстве одного направления над другим по каждому критерию запишем в виде матрицы парных сравнений (табл. 2).

Аналогично тому, как находили собственное значение, индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы парных сравнений критериев, найдем значения этих показателей для матриц сравнений альтернатив. $\lambda_{max} = 5,216$, индекс согласованности (ИС) равен 0,054, случайный индекс (СИ) для матриц пятого порядка равен 1,120, отношение согласованности (ОС) равно 0,048, что меньше 0,10, т.е. матрица согласована (табл. 3–10).

Теоретический вектор приоритетов для каждого критерия рассчитывался путем деления обычного вектора приоритетов на его максимальный элемент. Таким образом, делаем вывод, что альтернатива «Строительные материалы» является наиболее предпочтительной по критериям «Прибыльность» и «Реинвестирование»; альтернатива «Недвижимость» – по

Таблица 5

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Период окупаемости»

Период окупаемости	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	1/2	1/3	1/5	1/8	0,045	0,084
Стройматериалы	2	1	1/2	1/4	1/7	0,069	0,129
Товары для дома	3	2	1	1/3	1/6	0,108	0,201
Кофейня	5	4	3	1	1/3	0,244	0,457
Садовый центр	8	7	6	3	1	0,535	1,000

$\lambda_{max} = 5,118$, ИС=0,029, СИ=1,120, ОС=0,026, что меньше 0,10, т.е. матрица согласована.

Таблица 6

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Сетевые продажи»

Сетевые продажи	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	1/6	1/8	1/6	1/3	0,038	0,080
Стройматериалы	6	1	1/3	1	1/2	0,147	0,308
Товары для дома	8	3	1	3	5	0,477	1,000
Кофейня	6	1	1/3	1	4	0,223	0,467
Садовый центр	3	2	1/5	1/4	1	0,115	0,242

$\lambda_{max} = 5,446$, ИС=0,112, СИ=1,120, ОС=0,1, матрица согласована.

Таблица 7

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Управление»

Управление	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	2	3	4	6	0,388	1,000
Стройматериалы	1/2	1	4	5	7	0,336	0,866
Товары для дома	1/3	1/4	1	3	6	0,156	0,401
Кофейня	1/4	1/5	1/3	1	4	0,084	0,215
Садовый центр	1/6	1/7	1/6	1/4	1	0,036	0,093

$\lambda_{max} = 5,377$, ИС=0,094, СИ=1,120, ОС=0,084, что меньше 0,10, т.е. матрица согласована.

критериям «Персонал» и «Управление»; «Товары для дома» – «Сеть»; «Кофейня» – «Расположение»; «Садовый центр» – «Период окупаемости» и «Вложения».

Перейдем к синтезу результатов, полученных для нижнего и среднего уровня иерархии. Общий вектор приоритетов рассчитываем как сумму произведений вектора приоритетов матрицы парных сравнений для критериев и соответствующего вектора приоритетов матрицы парных сравнений альтернатив по критериям (рис. 10).

Последовательность проектов в порядке убывания привлекательности для инвестирования следующая: «Стройматериалы», «Недвижимость», «Садовый центр», «Кофейня», «Товары для дома». Экспертами сравнивалась важность критериев между собой, а так-

же попарно сравнивались альтернативные варианты относительно каждого из критериев. Использование программного обеспечения позволяет опустить ряд вычислительных этапов: вектор приоритетов и индекс согласованности автоматически выводятся на экран.

После заполнения таблиц сравнения данные синтезируются и на экран выводится итоговый вектор приоритетов. На основе значений этого вектора альтернативы были упорядочены по значимости. Результаты исследования показали, что в первую очередь инвестиционные потоки следует направлять на развитие проекта «Строительные материалы». На основе реальных данных была построена модель, позволяющая сочетать экспертные оценки с объективными методами определения пред-

Таблица 8

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Вложения»

Вложения	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	1/4	1/6	1/7	1/9	0,030	0,064
Стройматериалы	4	1	1/2	1/5	1/7	0,074	0,155
Товары для дома	6	2	1	1/3	1/5	0,126	0,263
Кофейня	7	5	3	1	1/2	0,291	0,608
Садовый центр	9	7	5	2	1	0,478	1,000

$\lambda_{max} = 5,217$, ИС=0,054, СИ=1,120, ОС=0,048, что меньше 0,10, т.е. матрица согласована.

Таблица 9

Матрица парных сравнений альтернатив относительно критерия «Реинвестирование»

Реинвестирование	Недвижимость	Стройматериалы	Товары для дома	Кофейня	Садовый центр	Обычный вектор приоритетов	Теоретический вектор приоритетов
Недвижимость	1	1/2	7	5	4	0,312	0,680
Стройматериалы	2	1	8	6	5	0,459	1,000
Товары для дома	1/7	1/8	1	1/3	1/5	0,035	0,076
Кофейня	1/5	1/6	3	1	1/3	0,068	0,147
Садовый центр	1/4	1/5	5	3	1	0,126	0,275

$\lambda_{max} = 5,259$, ИС=0,065, СИ=1,120, ОС=0,058, что меньше 0,10, т.е. матрица согласована.

Таблица 10

Определение общего вектора приоритетов

Показатель	Прибыльность (0,171)	Персонал (0,061)	Расположение (0,107)	Период окупаемости (0,019)	Сеть (0,035)	Управление (0,041)	Вложения (0,223)	Реинвестирование (0,342)	Общий вектор приоритетов
Недвижимость	1	1/4	1/2	7	4	0,173	0,396	0,312	0,199835
Стройматериалы	4	1	2	9	5	0,483	1,000	0,459	0,287277
Товары для дома	2	1/2	1	8	6	0,293	0,668	0,035	0,140928
Кофейня	1/7	1/9	1/8	1	1/3	0,031	0,071	0,068	0,181585
Садовый центр	1/4	1/5	1/6	3	1	0,065	0,147	0,126	0,190376

почтительности проектов. Практическая реализация метода аналитической иерархии для решения поставленной задачи может быть также осуществлена при помощи специализированного программного продукта Super Decisions. Использование программного обеспечения позволяет опустить ряд вычислительных этапов: вектор приоритетов и индекс согласованности автоматически выводятся на экран. Результат аналогичен полученному.

Литература

- Блюмин С.Л., Шуйкова И.А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. Липецк: ЛЭГИ, 2001.

- Saaty Th. L. On the Measurement of Intangibles. A Principal Eigenvector Approach to Relative Measurement Derived from Paired Comparisons. <http://www.ams.org/notices/201302/> //Notices of the American Mathematical Society// Issue 02 February 2013.
- Громова Н.М., Громова Н.И. Основы экономического прогнозирования. М.: Академия естествознания, 2006.
- Anderson D.R., Sweeney D.J., Williams Th. A., Camm J.D., Kipp M. An introduction to management science quantitative approaches (13th edition). Cengage South-Western 2011;
- Бодров В.И., Лазарева Т.Я., Мартынянов Ю.Ф. Математические методы принятия решений. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2004.
- Ларичев О.И. Теория принятия решений. М.: Логос, 2000.