

Действуя по аналогичной схеме, находим последовательно

$$\mu_{2,3} = 2,2791; \mu_{2,4} = 2,3978; \mu_{2,5} = 2,3610.$$

Табличное значение μ_2 , соответствующее принятым данным, равно $\mu_2 = 2,3695$.

Из приведенных результатов видно, что сходимость последовательных приближений "снизу" и "сверху" сравнительно высокая. Она может быть усилена, если на третьем шаге брать средние арифметические значения из двух предыдущих.

Выводы

Произведен расчет собственных чисел в задаче нагрева теплопроводного тела с теплоизоляционным покрытием. Полученные аналитические зависимости обладают высокой точностью расчета, но значительно проще классических методов расчета.

Полученная методика совместно с разработанными ранее методами расчета собственных чисел [7-9] позволяет решать широкий спектр задач, связанных с нестационарным теплообменом плоских и цилиндрических тел малой кривизны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов М.Д. Нестационарные температурные поля в оболочках. – М.: Энергия, 1967. – 120 с.
2. Видин Ю.В. Инженерные методы теплопроводности. – Издательство КГТУ, 1992. – 96 с.
3. Видин Ю.В. К расчету собственных чисел задачи теплопроводности двухслойной пластины. Теплофизика высоких температур. 1985 г. Т.23. №1. С. 200 – 201.
4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов – М.: Наука, 1965. – 608 с.
5. Grover Y.H., Holter W.H. . Solution of ten Transient Heat Conduction Equation for an Insulated, Infinite Metal Slab yet propulsion, 1957, vol 27, №12.
6. Сегал Б.И., Семендяев К.А. Пятизначные математические таблицы. – М.: Физматгиз, 1962. – 464 с.
7. Видин Ю.В., Иванов Д.И. Расчет собственных чисел в задаче нестационарной теплопередачи через цилиндрическую стенку при граничных условиях первого рода. – Вестник КузГТУ, 2012, №5. С. 85-86.
8. Видин Ю.В., Иванов Д.И. Расчет собственных чисел в задаче нестационарной теплопередачи через цилиндрическую стенку при граничных условиях 2-го рода. – Вестник ВолГАСУ, 2012, №4. С. 98-101.
9. Видин Ю.В., Иванов Д.И. Расчет собственных чисел в задаче нестационарной теплопередачи через цилиндрическую стенку при смешанных граничных условиях. – Вестник СибГАУ, 2013, №1. С. 15-18.

□ Авторы статьи:

Видин
Юрий Владимирович,
канд. техн. наук, профессор
каф. теплотехники и гидрогазодинамики
теплоэнергетического факультета
Сибирского федерального университета
(г. Красноярск).
E-mail: idi86@inbox.ru.

Иванов
Дмитрий Иванович,
аспирант каф. теплотехники и
гидрогазодинамики теплоэнергетического
факультета Сибирского федерального
университета
(г. Красноярск).
E-mail: idi86@inbox.ru.

Ясницкий
Петр Анатольевич,
студент факультета энергетики
Сибирского федерального университета
(г. Красноярск).
E-mail: idi86@inbox.ru.

УДК 519. 21

А.В. Бирюков

ДРОБЛЕНИЕ ГЕОМАТЕРИАЛОВ

Результат дробления представляет собой дисперсную систему из частиц случайных размеров и формы.

Крупность частицы определяет ее диаметр (наибольший линейный размер), а форму – меры сферичности, равные отношению площади поверхности и объема частицы к квадрату и кубу диаметра.

Пусть S и V – математические ожидания площади поверхности и объема частицы, а $m(k)$ – математическое ожидание k -й степени ее диаметра. Тогда $S = \alpha m(2)$, $V = \beta m(3)$, где α и β – математические ожидания мер сферичности.

Отношение S/V , равное суммарной площади

поверхности частиц в единичном объеме, играет основную роль в динамике дробления. При дроблении геоматериалов в дробилках и мельницах эта величина является монотонно возрастающей функцией времени. Однако из физических соображений ясно, что такое возрастание имеет конечный предел, после чего коэффициент полезного действия процесса становится равным нулю, а энергоемкость дробления – бесконечной.

В природе естественное дробление горных пород широко представлено породными массивами, которые рассечены трещинами на структурные блоки или естественные отдельности.

Трещиноватость породных массивов по геометрии сетей трещин делят на хаотическую и сис-

темную. Эмпирические распределения диаметра структурных блоков массива с хаотической трещиноватостью адекватно аппроксимирует экспоненциальный закон с плотностью $\lambda \cdot \exp(-\lambda x)$ и моментами $m(k) = k! / \lambda^k$, где параметр λ равен частоте трещин, измеренной на любом обнажении породного массива.

Измерениями установлено, что форма структурных блоков характеризуется отношением $\alpha / \beta = 1.2$. Поскольку $m(2) = m(3) = \lambda/3$, то $S/v = 4\lambda$. Эта величина характеризует трещинную пустотность породного массива и его фильтрационные свойства.

Структурным аналогом массива с хаотической трещиноватостью является разбиение пространства на многогранники множеством плоскостей с параметром λ , равным среднему числу точек пересечения плоскостями единичного отрезка произвольной ориентации.

При исследовании такого разбиения пространства были найдены математические ожидания площади поверхности и объема многогранников. [1]

Они оказались равными $S = 24 / \pi \lambda^2$, $v = 6 / \pi \lambda^3$ и, следовательно, $S/v = 4\lambda$.

Такое совпадение результатов эмпирического и теоретического исследования объектов одинаковой структуры говорит о правомерности использования методов вероятностного моделирования при решении задач гранулометрии.

Системная трещиноватость, присущая осадочным породам угольных месторождений, характерна тем, что эмпирические плотности распределения расстояния x между соседними трещинами в каждой системе обладают ярко выраженной симметрией. Они хорошо аппроксимируются параболическим бета-распределением с плотностью $6x(z-x)/z^3$ и моментами $m(k) = 6z^k / (k+2)(k+3)$, где z - наибольшее из наблюдаемых значений случайной величины x .

Принимая в качестве диаметра структурного блока расстояние x в системе с минимальной частотой трещин, для форм структурных блоков по эмпирическим оценкам имеем $\alpha / \beta = 8$. Но поскольку $m(2)/m(3) \leq 3/2z$, то $S/v = 12/z = 6/m(1)$.

При технологическом дроблении пород и по-

лезных ископаемых все эмпирические плотности распределения диаметра частиц монотонно убывают. Их аппроксимацией является треугольное распределение с плотностью $2(z-x)/z^2$ и моментами $m(k) = 2z^k / (k+2)(k+3)$, где z - наибольшее из наблюдаемых значений диаметра x .

Измерения формы частиц дают значение $\alpha / \beta = 9$. При этом площадь поверхности частицы определялась как учетверенная площадь ее случайной проекции (формула Коши), а объем - взвешиванием при известной плотности материала.

Поскольку $m(2) / m(3) = 5/3z$, то при $\alpha / \beta = 9$ имеем $S/v = 15/z = 5/m(1)$.

В заключение рассмотрим дробление породного массива взрывом скважинных зарядов. Баланс энергии представим в виде AF/GQ , где A - энергоемкость дробления, равная энергии образования единицы площади новой поверхности; $F = 5/m(1)$ - суммарная площадь поверхности частиц взорванной горной массы в единичном объеме; Q - удельный расход взрывчатых веществ; G - энергетический потенциал взрывчатых веществ, равный в среднем 1000 килоджоулей на килограмм; H - коэффициент полезного (дробящего) действия взрыва.

Лабораторными исследованиями установлено, что энергоемкость дробления горных пород пропорциональна пределу их прочности P при одноосном сжатии. Причем $A = 0.1P$, если единицами измерения величин A и P являются килоджоули на метр квадратный и мегапаскалы.

Установившаяся практика ведения буровзрывных работ на угольных разрезах характеризуется отношением $P/Q = 100$, где единицами измерения величин P и Q являются мегапаскалы и килограммы на метр кубический.

Таким образом, $H = 1/20m(1)$. Но при $P/Q = 100$ имеем $m(1) = 0.2$ м. Следовательно, коэффициент полезного действия взрыва составляет 25 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miles R.E. The random division of space. – Advances in Appl. Probability Suppl., 1972, P. 243-266.

□ Автор статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич,
докт техн. наук, проф. каф. высшей
математики КузГТУ. Email:
bav.vm@kuzstu.ru