УДК 629.78:351.814.3

А. С. Мещанов, Р. Ф. Калимуллин, Э. А. Туктаров

УПРАВЛЕНИЕ ПРИЧАЛИВАНИЕМ НА ОРБИТЕ МНОГОРАЗОВОГО КОСМИЧЕСКОГО БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА К МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ

Ключевые слова: аппарат на орбите МКС, причаливание, неопределенные возмущения.

Рассматривается многоразовый космический беспилотный летательный аппарат (МКБЛА) удлиненной цилиндрической компоновкис конической носовой частью, являющийся второй ступенью многоразовой двухступенчатой ракеты-носителя. Предлагается управление заключительной частью стыковки совмещением продольных осей боковыми перемещениями аппаратапри регулируемом совмещении центра масс (ЦМ) с центром давления (ЦД), ориентацией всех осей и причаливанием аппарата к международной космической станции (МКС) с помощью двух пар продольных причальных тяг с противоположными направлениями с требуемой точностью. Повторныеопределения ориентации и положений осей аппарата и станции и расчеты продолжительности импульсов тяг по реальным текущим координатам состояния системы управления обеспечивают компенсацию воздействий на нее неопределенных ограниченных возмущений.

Key words: the device on the orbit of the ISS, berthing, uncertain perturbations.

Discusses the reusable space drone (MCBL) an elongated cylindrical layout c conical nose, which is the second stage of two-stage reusable rocket. Proposed management the final piece of the dock by combining the longitudinal axes of the lateral displacement-tions of the apparatus at a controlled combination of center of mass (CM) center of pressure (CSD), the orientation of all axes and preach- 'my favorite hotels' machine to international space station (ISS) using two pairs of longitudinal rods with the mooring is just the opposite directions with the required accuracy. Reorientation and the provisions of the axis of the apparatus and station and calculations of the duration of the pulses pull on the actual, current coordinate system state control to provide compensation for the uncertain impacts of disturbances.

Введение

В космических условиях причаливания МКБЛА к МКС основными факторами, влияющими на точность причаливания с расстояния в несколько сотен метров [1], являются изменение массы аппарата от выгорания топлива в двигателе и динамика изменения силы тяги ракетного двигателя в переходных процессах пуска и останова при разгоне и торможении. Влияние учёта расхода топлива оказывает заметное влияние на построение закона управления поступательным движением, если масса топлива занимает значительную часть исходной массы аппарата в начале причаливания. С другой стороны, существенное влияние на управление причаливанием может оказывать динамика нарастания и убывания силы двух тяг P_{pr} для разгона и двух тяг $\overline{P}_{pr}$ для торможения (рис.1) [2], которые в реальных двигателях представляют собой экспоненциальные зависимости с соответствующими постоянными времени при пуске и останове (рис.2) [3]. В работе исследуется один из возможных законов управления силой тяги ракетного двигателя в причаливании аппарата к станции.

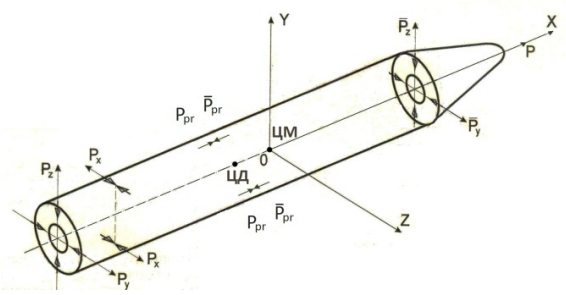


Рис. 1 - Многоразовый космический БЛА (МКБЛА)

Математическая модель

Поступательное движение МКБЛА в условиях отсутствия аэродинамического сопротивления и гравитационного притяжения относительно МКС описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$m(t) = m_0 - |\dot{m}|(t - t_0), \qquad d(\Delta X)/dt = -V, \quad (1)$$

где V – относительная поступательная скорость аппарата, ΔX – расстояние между аппаратом и станцией, m – масса аппарата (корпус, двигатель, топливо), $P(t) = 2P_{pr}(t) = -2\overline{P}_{pr}(t)$ – сила тяги причального двигателя в 50 Н, постоянная в установившемся режиме работы и переменная в переходных режимах пуска и останова, положительная при разгоне и отрицательная при торможении.

Пуск двигателя в момент t_0, сопровождается экспоненциальным нарастанием силы тяги $P(t)$:

$$P_{start}(t) = P(1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_1}}), \quad P = const > 0, \quad (2)$$

где T_1 – постоянная времени двигателя при пуске до выхода на установившийся режим в момент $t_1 - t_0 = 3T_1$. Если установившийся режим работы двигателя сохраняется до момента t_2, когда начинается останов двигателя, то сила тяги убывает до момента t_k по соответствующему экспоненциальному закону:

$$P_{stop}(t) = P\, e^{-\frac{t-t_2}{T_2}}, \quad (3)$$

где T_2 – постоянная времени двигателя при останове, $t_k - t_2 = 3T_2$.

Постановка задачи причаливания

Требуется установить закон управления работой ракетного двигателя причаливания такой, чтобы аппарат из начального состояния:

$$t = t_0 = 0,\ V(t_0) = V_0 = 0,\ \Delta X(t_0) = \Delta X_0, \qquad (4)$$

перешел в заданное конечное состояние:

$$V(t_k) = V_k = 0,\ \Delta X(t_k) = \Delta X_k = 0, \qquad (5)$$

за назначенное время $t = t_k$.

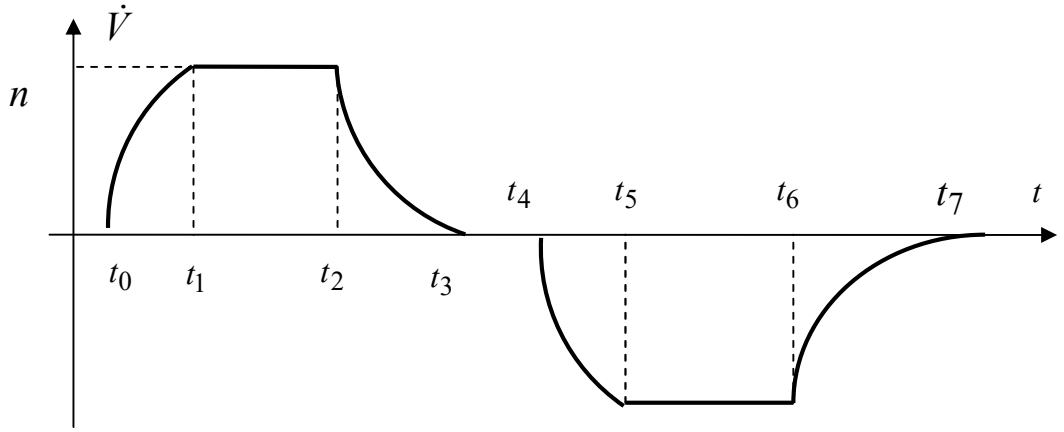


Рис. 2 - Закон управления силой тяги ракетного двигателя причаливания

Структура закона управления причаливанием определяется разгоном $t \in [t_0, t_3]$ и торможением $t \in [t_4, t_7]$, которые разделены паузой $t \in [t_3, t_4]$, в течение которой двигатель выключен. Разгон и торможение аппарата выполняется одинаковымиобъединенными (из двухпричальных двигателей с тягой P_{pr} на разгон, и двух двигателей с тягой $\overline{P}_{pr} = -P_{pr}$ на торможение) двигателями [2]. Пуск двигателя на разгон и торможение сопровождается соответствующими переходными режимами на временных отрезках $t \in [t_0, t_1]$ и $t \in [t_4, t_5]$, а останов двигателя сопровождается переходными режимами на временных отрезках $t \in [t_2, t_3]$ и $t \in [t_6, t_7]$. В случае применения данного синтезируемого далее закона управления для причаливания к астероидам с помощью маршевого двигателя временной отрезок паузы $t \in [t_3, t_4]$ с отключенным двигателем предназначен для разворота аппарата вокруг центра масс на 180 градусов с целью создания тяги торможения на интервале $t \in [t_4, t_7]$.

Решение задачи причаливания

Предлагаемая траектория причаливания аппарата к станции состоит из 7 типовых отрезков, на каждом из которых дифференциальные уравнения имеют аналитические решения, а в качестве начальных условий на каждом отрезке принимаются значения параметров движения в конце предыдущего отрезка [4]. Установление закона управления причаливанием заключается в определении двух управляющих моментов в структуре закона управления: момента окончания установившейся работы двигателя при разгона t_2 и момента начала установившейся работы двигателя при торможении t_5. Для их определения получим два алгебраических уравнения из последовательного решения дифференциальных уравнений для скорости и расстояния.

1. Первый отрезок, $t \in [t_0, t_1]$. Поступательное движение при пуске двигателя описывается уравнением:

$$\dot{V} = n(1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_1}}), \qquad d(\Delta X)/dt = -V, \qquad (6)$$

где $n = P/m$ – линейное ускорение, создаваемое силой тяги двигателя в установившемся режиме, $m = \text{const}$, с начальными условиями (4).

Интегрирование первого уравнения в системе (6) даёт зависимость изменения текущей скорости от времени:

$$V = V_0 + n(t - t_0) + nT_1(e^{-\frac{t-t_0}{T_1}} - 1). \qquad (7)$$

В конце первого отрезка завершается пуск двигателя, и скорость определяется выражением:

$$V_1 = V_0 + n(t_1 - t_0) + nT_1(e^{-\frac{t_1-t_0}{T_1}} - 1).$$

По окончании переходного процесса пуска двигателя значение экспоненты должно быть равно нулю, но это возможно только при $t \to \infty$. Поэтому, принимая длительность пуска двигателя равной $t_1 - t_0 = 3T_1$, в экспоненте сделаем предельный переход $t_1 = \infty$, в результате чего получим:

$$V_1 = V_0 + n(t_1 - t_0) + nT_1(e^{-\frac{\infty-t_0}{T_1}} - 1) = V_0 + n(t_1 - t_0) - nT_1.$$

С учётом соотношения $t_1 - t_0 = 3T_1$ получаем выражение для скорости разгона по окончании разгона:

$$V_1 = V_0 + 3T_1 n - nT_1 = V_0 + 2nT_1. \qquad (8)$$

Второе уравнение системы (1) с учётом (7) принимает вид:

$$d(\Delta X)/dt = -V_0 - n(t - t_0) - nT_1(e^{-\frac{t-t_0}{T_1}} - 1).$$

Интегрирование последнего уравнения даёт выражение для текущего расстояния между аппаратом и станцией:

$$\Delta X = \Delta X_0 - V_0(t-t_0) - \frac{n}{2}(t-t_0)^2 + nT_1[T_1(\mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{T_1}} - 1) + (t-t_0)]$$

.

В конце первого отрезка расстояние определяется выражением:

$$\Delta X_1 = \Delta X_0 - V_0(t_1-t_0) - \frac{n}{2}(t_1-t_0)^2 + nT_1^2(\mathrm{e}^{-\frac{t_1-t_0}{T_1}} - 1) + nT_1(t_1-t_0)$$

. (9)

С учётом предельного перехода в экспоненте приходим к выражению:

$$\Delta X_1 = \Delta X_0 - 3V_0T_1 - \frac{5}{2}nT_1^2 . \quad (10)$$

2. Второй отрезок, $t \in [t_1, t_2]$. Двигатель работает в установившемся режиме на разгон поступательной скорости, движение аппарата описывается уравнениями:

$$\dot{V} = n , \ d(\Delta X)/dt = -V , \quad (11)$$

с начальными условиями (8), (10).

Интегрирование первого уравнения системы (11) даёт выражение для текущей скорости:

$$V = V_1 + n(t-t_1).$$

Подстановка (8) при нулевых начальных условиях (4) приводит к выражению:

$$V = 2nT_1 + n(t-t_1).$$

С учётом соотношения $t_1 = 3T_1$ получаем зависимость текущей скорости разгона при работе двигателя в установившемся режиме:

$$V = -nT_1 + nt . \quad (12)$$

В конце второго отрезка скорость определяется выражением:

$$V_2 = V_1 + n(t_2 - t_1).$$

С учётом выражения (8) получаем:

$$V_2 = n(t_2 - T_1). \quad (13)$$

Получили уравнение с двумя неизвестными t_2, V_2.

Второе уравнение системы (11) с учётом выражения для скорости (12) принимает вид:

$$d(\Delta X)/dt = nT_1 - nt .$$

Интегрирование последнего уравнения в пределах второго отрезка с переменным верхним пределом с учётом $t_1 = 3T_1$ и (10) даёт зависимость:

$$\Delta X = \Delta X_0 - \frac{5}{2}nT_1^2 - 2nT_1(t-3T_1) - \frac{n}{2}(t-3T_1)^2 .$$

В конце второго отрезка расстояние определяется выражением:

$$\Delta X_2 = \Delta X_0 - \frac{5}{2}nT_1^2 - 2nT_1(t_2-3T_1) - \frac{n}{2}(t_2-3T_1)^2 .$$

После несложных преобразований приходим к уравнению:

$$\Delta X_2 = \Delta X_0 - nT_1^2 + nT_1t_2 - \frac{n}{2}t_2^2 \quad (14)$$

с двумя неизвестными ΔX_2 и t_2.

3. Третий отрезок, $t \in [t_2, t_3]$. Он характеризуется спадом силы тяги $P(t) = 2P_{pr}(t) = -2\overline{P}_{pr}(t)$ ракетного двигателя причаливания и описывается уравнениями:

$$\dot{V} = n\mathrm{e}^{-\frac{t-t_2}{T_2}}, \quad n = P/m, \quad d(\Delta X)/dt = -V , \quad (15)$$

с начальными условиями (13), (14). Интегрирование первого уравнения системы (15) даёт зависимость спада силы тяги от времени:

$$V = V_2 - nT_2(\mathrm{e}^{-\frac{t-t_2}{T_2}} - 1) .$$

С учётом выражения для скорости (13) получаем:

$$V = n(T_2 - T_1 + t_2) - nT_2\mathrm{e}^{-\frac{t-t_2}{T_2}} . \quad (16)$$

В конце третьего отрезка скорость сближения определяется выражением:

$$V_3 = n(T_2 - T_1 + t_2) - nT_2\mathrm{e}^{-\frac{t_3-t_2}{T_2}} .$$

С учётом предельного перехода получаем следующее выражения для скорости в конце третьего отрезка составной траектории причаливания:

$$V_3 = n(T_2 - T_1 + t_2). \quad (17)$$

Второе уравнение системы (15) с учётом зависимости (16) принимает вид:

$$d(\Delta X)/dt = -n(T_2 - T_1 + t_2) + nT_2\mathrm{e}^{-\frac{t-t_2}{T_2}} .$$

Его интегрирование приводит к выражению для текущего расстояния между аппаратом и станцией:

$$\Delta X = \Delta X_2 - n(T_2 - T_1 + t_2)(t-t_2) - nT_2^2(\mathrm{e}^{-\frac{t-t_2}{T_2}} - 1) .$$

В конце третьего отрезка расстояние определяется выражением:

$$\Delta X_3 = \Delta X_2 - n(T_2 - T_1 + t_2)(t_3-t_2) - nT_2^2(\mathrm{e}^{-\frac{t_3-t_2}{T_2}} - 1) .$$

С учётом соотношения $t_3 - t_2 = 3T_2$ и выражения для расстояния (14) последнее выражение принимает вид:

$$\Delta X_3 = \Delta X_0 + n(T_1 - 3T_2)t_2 - \frac{n}{2}t_2^2 + n\left[3T_1T_2 - 2T_2^2 - T_1^2\right]. \quad (18)$$

4. Четвёртый отрезок, $t \in [t_3, t_4]$. Двигатель не работает, движение аппарата описывается уравнениями:

$$\dot{V} = 0 , \ d(\Delta X)/dt = -V , \quad (19)$$

с начальными условиями по скорости (17) и расстоянию (18).

Скорость полёта сохраняется неизменной:

$$V = \mathrm{const} = V_3 = n(T_2 - T_1 + t_2). \quad (20)$$

В конце четвёртого отрезка она определяется выражением:

$$V_4 = n(T_2 - T_1 + t_2). \quad (21)$$

Интегрирование второго уравнения системы (19) с учётом зависимости (20):

$$d(\Delta X)/dt = -n(T_2 - T_1 + t_2),$$

даёт выражение для текущего расстояния:

$$\Delta X = \Delta X_3 - n(T_2 - T_1 + t_2)(t-t_3).$$

В конце четвёртого отрезка расстояние определяется выражением:

$$\Delta X_4 = \Delta X_3 - n(-T_1 + T_2 + t_2)(t_4 - t_3).$$

С учётом (18) получаем выражение:

$$\Delta X_4 = \Delta X_0 + n(T_1 - 3T_2)t_2 - \frac{n}{2}t_2^2 + n\left(3T_1T_2 - 2T_2^2 - T_1^2\right) - n(T_2 - T_1 + t_2)(t_4 - t_3). \quad (22)$$

Используя соотношение $t_3 = t_2 + 3T_2$, вместо неосновной неизвестной t_3 введём основную неизвестную t_2:

$$\Delta X_4 = \Delta X_0 + n(T_1 - 3T_2)t_2 - \frac{n}{2}t_2^2 + n\left(3T_1T_2 - 2T_2^2 - T_1^2\right) - n(T_2 - T_1 + t_2)(t_4 - t_2 - 3T_2).$$

После несложных преобразований приходим к выражению

$$\Delta X_4 = \Delta X_0 + nT_1 t_2 - \frac{n}{2}t_2^2 + n\left(T_2^2 - T_1^2\right) - n(-T_1 + T_2 + t_2)(t_4 - t_2). \quad (23)$$

Из соотношения $t_5 - t_4 = 3T_1$ выразим неосновную неизвестную через вторую основную неизвестную t_5: $t_4 = t_5 - 3T_1$. С учётом последнего соотношения выражение (23) принимает вид:

$$\Delta X_4 = \Delta X_0 + nT_1 t_2 - \frac{n}{2}t_2^2 + n\left(T_2^2 - T_1^2\right) - n(T_2 - T_1 + t_2)(t_5 - 3T_1 - t_2).$$

После несложных преобразований получаем выражение для расстояния в конце четвёртого отрезка составной траектории сближения:

$$\Delta X_4 = \Delta X_0 + n(T_2 + 3T_1)t_2 + \frac{n}{2}t_2^2 - n(T_2 - T_1 + t_2)t_5 + n\left(T_2^2 + 3T_1T_2 - 4T_1^2\right), \quad (24)$$

которое также является уравнением с тремя неизвестными t_2, t_5, ΔX_4.

5. Пятый отрезок, $t \in [t_4, t_5]$. Двигатель производит пуск для торможения, движение аппарата описывается уравнениями:

$$\dot{V} = -n\left(1 - e^{-\frac{t-t_4}{T_1}}\right), \qquad d(\Delta X)/dt = -V, \quad (25)$$

с начальными условиями (21) и (24). Интегрирование первого уравнения системы (25) даёт выражение для текущей скорости сближения на пятом отрезке:

$$V = V_4 - n(t - t_4) - nT_1\left(e^{-\frac{t-t_4}{T_1}} - 1\right).$$

С учётом скорости в начале этого отрезка (21) получаем:

$$V = n(T_2 - T_1 + t_2) - n(t - t_4) - nT_1\left(e^{-\frac{t-t_4}{T_1}} - 1\right). \quad (26)$$

В конце пятого отрезка скорость определяется выражением:

$$V_5 = n(T_2 - T_1 + t_2) - n(t_5 - t_4) - nT_1\left(e^{-\frac{t_5-t_4}{T_1}} - 1\right).$$

С учётом предельного перехода и соотношения $t_5 - t_4 = 3T_1$ получаем следующую величину скорости в конце пятого отрезка:

$$V_5 = n(T_2 - 3T_1 + t_2), \quad (27)$$

которая является начальной для интегрирования уравнений движения на шестом отрезке составной траектории сближения.

Второе уравнение системы (25) с учётом скорости (26) принимает вид:

$$d(\Delta X)/dt = -n(-T_1 + T_2 + t_2) + n(t - t_4) + nT_1\left(e^{-\frac{t-t_4}{T_1}} - 1\right).$$

Интегрирование последнего уравнения даёт:

$$\Delta X = \Delta X_4 - n(T_2 + t_2)(t - t_4) + n\left(\frac{t^2}{2} - \frac{t_4^2}{2} - t_4 t + t_4^2\right) - nT_1^2\left(e^{-\frac{t-t_4}{T_1}} - 1\right).$$

В конце пятого отрезка получаем:

$$\Delta X_5 = \Delta X_4 - n(T_2 + t_2)(t_5 - t_4) + \frac{n}{2}(t_5 - t_4)^2 - nT_1^2\left(e^{-\frac{t_5-t_4}{T_1}} - 1\right).$$

С учётом $t_5 - t_4 = 3T_1$ и предельного перехода приходим к выражению:

$$\Delta X_5 = \Delta X_4 - n(T_2 + t_2)3T_1 + \frac{11}{2}nT_1^2.$$

Подстановка выражения (24) даёт:

$$\Delta X_5 = \Delta X_0 + nT_2 t_2 + \frac{n}{2}t_2^2 - n(T_2 - T_1 + t_2)t_5 + n\left(T_2^2 + \frac{3}{2}T_1^2\right). \quad (28)$$

Получили уравнение с тремя искомыми неизвестными t_2, t_5, h_5, из которых первые две основные управляющие параметры в структуре закона управления.

6. Шестой отрезок, $t \in [t_5, t_6]$. Ракетный двигатель причаливания работает в установившемся режиме для создания торможения, движение описывается уравнениями:

$$\dot{V} = -n, \quad d(\Delta X)/dt = -V, \quad (29)$$

с начальными условиями (27), (28). Интегрированиепервого уравнения системы (29) даёт:

$$V = V_5 - n(t - t_5).$$

С учётом (27) получаем:

$$V = n(T_2 - 3T_1 + t_2) - n(t - t_5). \quad (30)$$

В конце шестого отрезка имеем:

$$V_6 = V_5 - n(t_7 - 3T_2 - t_5),$$

где $t_7 = t_k$ – задано.

Подстановка (27) даёт выражение для скорости в конце шестого отрезка:

$$V_6 = n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k + t_5). \quad (31)$$

Второе уравнение системы (29) с учётом зависимости (30) принимает вид:

$$d(\Delta X)/dt = -n(T_2 - 3T_1 + t_2) + n(t - t_5).$$

Интегрирование даёт зависимость текущего расстояния от времени:

$$d(\Delta X)/dt = \Delta X_5 - n(T_2 - 3T_1 + t_2)(t - t_5) + \frac{n}{2}(t - t_5)^2.$$

В конце шестого отрезка получаем выражение:

$$\Delta X_6 = \Delta X_5 - n(T_2 - 3T_1 + t_2)(t_6 - t_5) + \frac{n}{2}(t_6 - t_5)^2.$$

С учётом соотношения $t_6 = t_7 - 3T_2$ получаем:

$$\Delta X_6 = \Delta X_5 - n(T_2 - 3T_1 + t_2)(t_k - 3T_2 - t_5) + \frac{n}{2}(t_k - 3T_2 - t_5)^2.$$

После преобразований приходим к выражению:

$$\Delta X_6 = \Delta X_5 - nt_k t_2 + 3nT_2 t_2 + n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k)t_5 + \\ + n\left(\frac{1}{2}t_k^2 - 4T_2 t_k + \frac{15}{2}T_2^2 + 3T_1 t_k - 9T_1 T_2\right) + \frac{n}{2}t_5^2 .$$

Подстановка (28) даёт окончательное выражение для расстояния в конце шестого отрезка:

$$\Delta X_6 = \Delta X_0 + \frac{n}{2}t_2^2 + \frac{n}{2}t_5^2 + nT_2 t_2 - nt_k t_2 + n3T_2 t_2 + n(3T_2 - 2T_1 - t_k)t_5 + \\ n\left(\frac{1}{2}t_k^2 - 4T_2 t_k + \frac{17}{2}T_2^2 + 3T_1 t_k - 9T_1 T_2 + \frac{3}{2}T_1^2\right). \quad (32)$$

7. Седьмой отрезок, $t \in [t_6, t_7]$. На заключительном отрезке составной траектории сближения происходит останов двигателя, движение описывается уравнениями:

$$\dot{V} = -n\,\mathrm{e}^{-\frac{t-t_6}{T_2}}, \quad d(\Delta X)/dt = -V, \quad (33)$$

с начальными условиями (31), (32). Интегрирование уравнения (33) на отрезке с переменным верхним пределом, $t \in [t_6, t]$, даёт зависимость текущей скорости причаливания от времени:

$$V = V_6 + nT_2(\mathrm{e}^{-\frac{t-t_6}{T_2}} - 1).$$

С учётом зависимости для скорости (31) получаем:

$$V = n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k + t_5) + nT_2(\mathrm{e}^{-\frac{t-t_6}{T_2}} - 1). \quad (34)$$

В конце всей составной траектории выражение для скорости имеет вид:

$$V_7 = n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k + t_5) + nT_2(\mathrm{e}^{-\frac{t_7-t_6}{T_2}} - 1).$$

С учётом предельного перехода следует уравнение с двумя основными искомыми неизвестными t_2, t_5:

$$V_k = n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k + t_5) - nT_2 = 0,$$

откуда выразим вторую неизвестную через первую:

$$t_5 = t_k - t_2 + 3T_1 - 3T_2. \quad (35)$$

Второе уравнения системы (33) с учётом зависимости (34) принимает вид:

$$d(\Delta X)/dt = -n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k + t_5) - nT_2(\mathrm{e}^{-\frac{t-t_6}{T_2}} - 1).$$

Интегрирование последнего уравнения даёт:

$$\Delta X = \Delta X_6 - n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k + t_5)(t - t_6) + nT_2^2(\mathrm{e}^{-\frac{t-t_6}{T_2}} - 1) + nT_2(t - t_6).$$

В конце причаливания имеем:

$$\Delta X_7 = \Delta X_6 - n(4T_2 - 3T_1 + t_2 - t_k + t_5)(t_7 - t_6) + nT_2^2(\mathrm{e}^{-\frac{t_7-t_6}{T_2}} - 1) + nT_2(t_7 - t_6)$$

.

С учётом предельного перехода и соотношения $t_7 - t_6 = 3T_2$ получаем:

$$\Delta X_6 + n\left(-10T_2^2 + 9T_1 T_2 - 3T_2 t_2 + 3T_2 t_k - 3T_2 t_5\right) = 0.$$

Подстановка начальной величины расстояния на этом отрезке (32) приводит к уравнению с двумя неизвестными:

$$\Delta X_0 + \frac{n}{2}t_2^2 + \frac{n}{2}t_5^2 + nT_2 t_2 - nt_k t_2 + n(-2T_1 - t_k)t_5 + \\ n\left(\frac{1}{2}t_k^2 - T_2 t_k - \frac{3}{2}T_2^2 + 3T_1 t_k + \frac{3}{2}T_1^2\right) = 0. \quad (36)$$

Подстановка выражения t_5 (35) даёт:

$$h_0 + \frac{n}{2}t_2^2 + \frac{n}{2}(t_k - t_2 + 3T_1 - 3T_2)^2 + nT_2 t_2 - nt_k t_2 + \\ n(-2T_1 - t_k)(t_k - t_2 + 3T_1 - 3T_2) + n\left(\frac{1}{2}t_k^2 - T_2 t_k - \frac{3}{2}T_2^2 + 3T_1 t_k + \frac{3}{2}T_1^2\right) = 0\text{П}$$

осле преобразований приходим к квадратному уравнению относительно неизвестной t_2:

$$t_2^2 - (T_1 - 4T_2 + t_k)t_2 + \frac{\Delta X_0}{n} + T_1 t_k - T_2 t_k - 3T_1 T_2 + 3T_2^2 = 0. \quad (37)$$

Решение уравнения (37) имеет вид:

$$t_2 = \frac{t_k}{2} + \frac{T_1}{2} - 2T_2 \pm \sqrt{\frac{1}{4}t_k^2 - \frac{\Delta X_0}{n} - \left(\frac{1}{2}T_1 + T_2\right)t_k + \frac{1}{4}(T_1 + 2T_2)^2}. \quad (38)$$

Для вычисления второй неизвестной t_5 согласно выражениям (35), (38) получаем формулу:

$$t_5 = \frac{t_k}{2} + \frac{5}{2}T_1 - T_2 \mp \sqrt{\frac{1}{4}t_k^2 - \frac{\Delta X_0}{n} - \left(\frac{1}{2}T_1 + T_2\right)t_k + \frac{1}{4}(T_1 + 2T_2)^2}. \quad (39)$$

Ограничение на применимость формул (38), (39) следует из условия положительности подкоренного выражения:

$$t_k > T_1 + 2T_2 + 2\sqrt{\frac{\Delta X_0}{n}}, \quad (40)$$

которое означает, например, что при располагаемом ускорении $n = 1$ м/с^2 время причаливания нельзя задавать меньше $t_k = 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}2 + 2\sqrt{\frac{100}{1}} = 20{,}5$ с.

Пример. Пусть аппарат при работе двигателя в установившемся режиме получает ускорение $n = 1$ м/с^2. Причаливание начинается с расстояния $\Delta X_0 = 100$ м при начальной скорости $V_0 = 0$. Двигатель имеет постоянные времени: $T_1 = 0{,}1$ с, $T_2 = 0{,}2$ с. Требуется составить закон управления силой тяги, при котором причаливание аппарата к станции произойдёт через 22 с.

Решение. Закон управления считается установленным, если определены моменты времени t_2 и t_5. По формуле (38) получаем:

$$t_2 = \frac{22}{2} + \frac{0{,}1}{2} - 2 \cdot 0{,}2 \pm \sqrt{\frac{1}{4}22^2 - \frac{100}{1} - \left(\frac{1}{2}0{,}1 + 0{,}2\right)22 + \frac{1}{4}(0{,}1 + 2 \cdot 0{,}2)^2},$$

$$t_2 = 11 + 0{,}05 - 0{,}4 \pm \sqrt{121 - \frac{100}{1} - 5{,}5 + 0{,}0625} = 10{,}65 \pm 3{,}945\,\text{с}.$$

Из физических соображений следует, что для вычисления момента t_2 необходимо выбрать знак минус. Тогда получаем значение первого управляющего параметра $t_2 = 6{,}705$ с. При вычислении момента t_5 по формуле (39) знак принимается положительным: $t_5 = 14{,}995$ с. Легко вычисляются остальные моменты в законе управления:

$$t_3 = t_2 + 3T_2 = 6{,}705 + 0{,}6 = 7{,}305$$

$$\text{с}, t_4 = t_5 - 3T_1 = 14{,}995 - 0{,}3 = 14{,}695 \text{ с}.$$

Пауза между разгоном и торможением равна:

$t_4 - t_3 = 7{,}390$ с.

Максимальная скорость достигается в момент t_3 и равна:

$$V_3 = n(T_2 - T_1 + t_2) = 1(0{,}2 - 0{,}1 + 6{,}705) = 6{,}805 \text{ м/с}.$$

Поскольку постоянные времени характеризуют неуправляемые отрезки времени работы двигателя, которые отрицательно воздействуют на процесс управления аппаратом, то лучшими двигателями считаются такие, у которых эти постоянные времени меньше. В данной работе представлена методика формирования закона управления поступательным движением аппарата с учётом динамики переходных процессов в ракетном двигателе, которая позволяет упростить разработку МКБЛА за счёт формирования программных траекторий движения, учитывающих постоянные времени двигателя при пуске и останове.

Управление при неопределенных ограниченных возмущениях

Определяющие управление моменты окончания установившейся работы двигателя при разгона t_2 и момента начала установившейся работы двигателя при торможении t_5 при действии на систему управления неопределенных возмущений предлагается находить изложенным выше путем и в примере на каждом малом шаге I_i разбиения времени управления $(t \in I_i = (t_i, t_{i+1}] \in I = (t_0, t_r],\ i = \overline{0, r-1},\ t_0 = 0,\ t_r$ – конечное время управления)заново с учетом не модельного состояния системы, а реального состояния по полной системе уравнений или показаниям датчиков. При заданной длине отрезка $[t_3, t_4]$ уточнение значений t_3, t_7 с ростом значений i, t_i при увеличении вычисляемых t_3^i и t_7^i возможно до $t_i \le t_7^i$, а уточнение значений t_3, t_7 при уменьшении значения t_3^i возможно только до $t_i \le t_3^i$. Эффект такого обновления закона управления силой тяги ракетного двигателя причаливания аналогичен многошаговому терминальному управлению, формируемому по модельной системе с начальными условиями по реальной системе при постоянном воздействии на систему неопределенных ограниченных возмущений [5].

Выводы

В работе представлены результаты исследования задачи причаливания МКБЛА к МКС с помощью ракетного двигателя, изменение силы тяги которого в переходных процессах происходит по экспоненциальным зависимостям, характеризуемым соответствующими постоянными времени при пуске и останове. Решение задачи причаливания состоит в установлении закона управления работой двигателя, при котором аппарат причаливает к станции с нулевой скоростью за назначенное время. Для решения задачи используется метод аналитического конструирования составной траектории причаливания из семи типовых отрезков, на которых дифференциальные уравнения поступательного движения имеют аналитические решения, а в качестве начальных условий на текущем отрезке принимаются параметры движения в конце предыдущего отрезка. Закон управления состоит из разгона и торможения, разделённых паузой, в течение которой аппарат может развернуться на 180° вокруг одной из поперечных осей так, что для торможения используется сила тяги одного и того же маршевого ракетного двигателя (вместо ракетных двигателей причаливания) в случае применения полученного закона управления для причаливания аппарата не только к станции, но и к астероиду. Получены простые формулы для вычисления значений двух управляющих параметров, однозначно определяющих структуру закона управления(момента окончания установившейся работы двигателя при разгона t_2 и момента начала установившейся работы двигателя при торможении t_5). Результаты применимы в проектировании МКБЛА и ракет для доставки грузов на МКС и на астероид как в виде зондирующей аппаратуры для прогнозирования его движения, так и ядерного заряда для его разрушения, а также в разработке их бортовых систем управления. Практическое значение имеет методика формирования в полёте программной траектории причаливания с учётом динамики переходных процессов в силе тяги при включении и выключении ракетного двигателя, в том числе разработка методики параметрической идентификации характеристик двигателя [4].

Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 15-48-02040.

Литература

1. Раушенбах Б. В. Управление движением космических аппаратов. – М.: Знание, 1986. – 64 с.
2. А.С. Мещанов, Р.Ф. Калимуллин, Э.А. Туктаров. Управление сближением на орбите многоразового космического беспилотного летательного аппарата с международной космической станцией. Вестник технологического университета, т. 20, №18, 2017, С. 96-100.
3. Агеенко Ю.И., Минашин А.Г., Пиунов В.Ю., Селезнев Е.П., Лебедев Ф.М., Петрикевич Б.Б. Жидкостный ракетный двигатель малой тяги для системы причаливания и ориентации пилотируемого космического корабля «Союз». Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение».2006.№ 3, С.73-79.
4. Афанасьев В.А., Мещанов А.С., Хайруллин В.Р. Аналитическое конструирование траекторий полета возвращаемых космических аппаратов. Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2010, № 4, С. 161-170.
5. Мещанов А.С. Обоснование метода многошагового терминального управления по упрощенным моделям в нелинейных нестационарных системах с неопределенными возмущениями// Вестник КГТУ. 1999. № 4. С. 65 –70.

© **А. С. Мещанов**, канд. техн. наук, проф. каф. автоматики и управления, старший научный сотрудник, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – КАИ, mas41@list.ru; **Р. Ф. Калимуллин**, аспирант той же кафедры, alfa92.03@mail.ru; **Э. А. Туктаров**, аспирант той же кафедры, ed.tuktarov@mail.ru.

© **A. S. Meshchanov**, candidate of engineering sciences, professor, Associate Professor of department of Automation and Control, senior research scientist, KNRTU named after A.N.Tupolev, mas41@list.ru; **R. F. Kalimullin**, graduate student of the automatics and control chair at the KNRTU after A.N. Tupolev-KAI, alfa92.03@mail.ru; **E. A. Tuktarov**, post-graduate student of department of Automation and Control, KNRTU named after A.N.Tupolev, ed.tuktarov@mail.ru.