УДК 629.7.015.3:531.7
DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-7-634-639

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ КОСВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ УГЛОВ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ И ДАТЧИКОВ ДАВЛЕНИЯ

А. К. Максимов

Научно-исследовательский институт авиационного оборудования,
140182, г. Жуковский, Московская. обл., Россия
E-mail: akm_point@mail.ru

Исследуется влияние погрешностей датчиков давления и акселерометров на погрешность косвенного измерения аэродинамических углов летательного аппарата. Аналитически определена суммарная погрешность косвенного вычисления угла скольжения на примере самолета М101Т. Представлены полученные при моделировании графические зависимости погрешности измерения угла атаки от погрешностей датчиков давления и акселерометров, а также неточностей при косвенном вычислении конструктивных параметров в различных режимах полета на примере самолета ТУ-104. В качестве конструктивных данных используются аэродинамические характеристики летательного аппарата и тарировочные характеристики двигательной установки. Приведен пример расчета суммарной погрешности измерения угла атаки.

Ключевые слова: *угол атаки, угол скольжения, измерение, акселерометр, датчик давления, моделирование, погрешность*

Измерение аэродинамических углов летательного аппарата (ЛА) — задача, необходимая в гражданской и военной авиации, в космонавтике. Местный угол атаки и угол скольжения измеряются прямыми методами, что требует их корректировки [1]; истинные аэродинамические углы можно определить косвенными методами. Было проведено исследование возможности косвенного измерения аэродинамических углов летательного аппарата с использованием акселерометров и датчиков давления [2]. В результате проведенных преобразований общих уравнений движения ЛА получены уравнения действующих на него сил, используемые для вычислений аэродинамических углов:

$$mw_y \cos\alpha + mw_x \sin\alpha - C_{ya}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0)qS - P\sin(\alpha + \psi_{\text{дв}}) = 0, \qquad (1)$$

где m — масса ЛА; w_x и w_y — ускорения по осям OX и OY связанной системы координат; α — угол атаки; α_0 — угол атаки при нулевой подъемной силе; C_{ya}^{α} — производная коэффициента аэродинамической подъемной силы*; q — скоростной напор; S — несущая площадь крыла; P — сила тяги двигателя; $\psi_{\text{дв}}$ — угол наклона вектора тяги относительно продольной оси ЛА.

Угол скольжения [3]

$$\beta = mw_z / (C_z^{\beta} qS),$$

где w_z — ускорение по оси OZ; C_z^{β} — производная коэффициента поперечной силы по углу скольжения; формула верна при малых углах скольжения (β<0,16—0,25 рад).

* ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Изд-во стандартов, 1981.

Уравнение вычисления угла скольжения решается непосредственно при наличии измеряемых параметров w_z и q, вычисляемого параметра m и конструктивных параметров C_z^β, S. Решение нелинейного уравнения по углу атаки (1) находится путем вычисления первого приближения

$$\alpha_1 = mw_y / C_{ya}^\alpha qS + \alpha_0, \tag{2}$$

где w_y — измеряемый параметр; C_{ya}^α и α_0 — конструктивные параметры.

Сила тяги P вычисляется по тарировочным характеристикам двигателя. Далее вычисляется функция $y_1 = f(\alpha_1)$, где y_1 — левая часть уравнения (1). Затем подбирается шаг h, такой чтобы функция $y_2 = f(\alpha_1 + h)$ поменяла знак при $\alpha_2 = \alpha_1 + h$. Далее вычисляется $\alpha_3 = \alpha_1 - (\alpha_1 - \alpha_2)y_1 / (y_1 - y_2)$ в соответствии с методом хорд [4], здесь y_1 и y_2 — значения функции y при α_1 и α_2 соответственно. Итерационный процесс может быть продолжен до достижения требуемой точности. При этом на каждой итерации необходим выбор интервала поиска, чтобы функция $y_n = f(\alpha_n)$ меняла свой знак от α_{n-1} до α_n.

При исследовании составляющих погрешности косвенного измерения аэродинамических углов необходимо учесть влияние погрешностей датчиков измеряемых параметров, а также погрешностей оценки вычисляемых и конструктивных параметров ЛА. Измеряемые параметры полета q, w_x, w_y, w_z имеют систематические и случайные погрешности. Вычисляемые параметры m и P также имеют систематические и случайные погрешности, причем последние вызваны погрешностями используемых при вычислениях датчиков расхода топлива, оборотов двигателя, скорости и высоты полета.

Абсолютная максимальная погрешность измерения угла скольжения может быть определена как

$$\Delta\beta = \frac{\partial\beta}{\partial m}\Delta m + \frac{\partial\beta}{\partial w_z}\Delta w_z + \frac{\partial\beta}{\partial q}\Delta q + \frac{\partial\beta}{\partial S}\Delta S + \frac{\partial\beta}{\partial C_z^\beta}\Delta C_z^\beta.$$

Однако знак составляющих суммарной ошибки носит случайный характер, поэтому целесообразно суммарное СКО σ_β при косвенных измерениях рассчитывать вероятностными методами [5]:

$$\sigma_\beta = \sqrt{\left[\frac{\partial\beta}{\partial m}\right]^2 \sigma_m^2 + \left[\frac{\partial\beta}{\partial w_z}\right]^2 \sigma_{w_z}^2 + \left[\frac{\partial\beta}{\partial q}\right]^2 \sigma_q^2 + \left[\frac{\partial\beta}{\partial S}\right]^2 (\Delta S)^2 + \left[\frac{\partial\beta}{\partial C_z^\beta}\right]^2 \left(\Delta C_z^\beta\right)^2}, \tag{3}$$

где σ_m, σ_{w_z}, σ_q — СКО результатов измерения параметров; $\Delta S, \Delta C_z^\beta$ — погрешность оценки конструктивных параметров; $\frac{\partial\beta}{\partial m} = \frac{w_z}{C_z^\beta qS}$; $\frac{\partial\beta}{\partial w_z} = \frac{m}{C_z^\beta qS}$; $\frac{\partial\beta}{\partial q} = \frac{mw_z}{C_z^\beta q^2 S}$; $\frac{\partial\beta}{\partial S} = \frac{mw_z}{C_z^\beta qS^2}$; $\frac{\partial\beta}{\partial C_z^\beta} = \frac{mw_z}{(C_z^\beta)^2 qS}$.

Расчет суммарной погрешности косвенного измерения угла скольжения был выполнен на примере самолета М-101Т [6] при следующих исходных данных: m=278,84 кг·с^2/м (вес G=2738 кг); S=17,04 м^2; скорость V=201 км/ч; массовая плотность воздуха $\rho_н$ = 0,125 кг·с^2/м^4; C_z^β=–0,0125 1/°; σ_m=12,22 кг·с^2/м; σ_{w_z}=0,01 м/с^2; σ_q=17,33 кг/м^2; ΔS=0,4 м^2; ΔC_z^β=0,001 1/°.

В соответствии с решением уравнения угла скольжения β=–3,279°, ошибка в вычислении угла скольжения составила σ_β=0,3235°, что ниже допуска на ошибку, которая согласно [1] составляет величину 0,4—0,6°.

Поскольку уравнение (1) неявно определяет угол атаки, представляет интерес аналитический расчет погрешности измерения угла атаки по приближенной формуле (2). Такой расчет был выполнен на примере самолета М101 [6]. По аналогии с формулой (3) при условии $\Delta\alpha_0 = 0$ можно записать:

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\left[\frac{\partial\alpha}{\partial m}\right]^2 \sigma_m^2 + \left[\frac{\partial\alpha}{\partial w_y}\right]^2 \sigma_{w_y}^2 + \left[\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right]^2 \sigma_q^2 + \left[\frac{\partial\alpha}{\partial S}\right]^2 (\Delta S)^2 + \left[\frac{\partial\alpha}{\partial C_{ya}^\alpha}\right]^2 \left(\Delta C_{ya}^\alpha\right)^2}, \qquad (3)$$

где σ_{w_y} — СКО измерения w_y, ΔC_{ya}^α — погрешность оценки C_{ya}^α; формулы для частных производных аналогичны приведенным в выражении (3).

Расчет суммарной погрешности косвенного измерения угла атаки выполнен в том же режиме с дополнительными исходными данными: $C_{ya}^\alpha = 0{,}1$ 1/°; $\sigma_{w_y} = 0{,}01$ м/с^2; $\Delta C_{ya}^\alpha = 0{,}005$ 1/°; $\alpha_0 = -1°$. Результат: $\alpha = 7{,}913°$; $\sigma_\alpha = 0{,}558°$, что соответствует допуску. Использовались конструктивные данные из работы [7].

Исследование влияния погрешностей измеряемых параметров и конструктивных данных на точность вычисления угла атаки при четырех основных режимах полета проводилось путем моделирования на примере самолета ТУ-104. Рассматривались режимы: набор высоты, крейсерский полет, горизонтальный вираж, снижение, с использованием конструктивных данных из [8].

Исходные данные в режиме набора высоты: $S = 174$ м^2; $G = 7{,}5 \cdot 10^4$ кг; $V_{н.в} = 400$ км/ч; угол отклонения закрылков $\delta_з = 20°$; угол наклона траектории $\theta = 5{,}8°$; $C_{ya}^\alpha = 0{,}075$ 1/°; $\alpha_0 = -3{,}5°$; $\rho_н = 0{,}125$ кг·с^2/м^4; высота $H = 0$;

— в режиме крейсерского полета: $G = 6{,}8 \cdot 10^4$ кг; $V_{к.п} = 900$ км/ч; $\delta_з = 0$; $\theta = 0$; $C_{ya}^\alpha = 0{,}075$ 1/°; $\alpha_0 = 0$; $\rho_н = 0{,}05455$ кг·с^2/м^4; $H = 8$ км;

— в режиме горизонтального виража: $G = 6{,}5 \cdot 10^4$ кг; $V_в = 600$ км/ч; $\delta_з = 0$; $\theta = 0$; $C_{ya}^\alpha = 0{,}075$ 1/°; $\alpha_0 = 0$; $\rho_н = 0{,}0673$ кг·с^2/м^4; $H = 6$ км; крен $\gamma = 30°$;

— в режиме снижения: $G = 6{,}0 \cdot 10^4$ кг; $V_{сн} = 300$ км/ч; $\delta_з = 35°$; $\theta = -2{,}6627°$; $C_{ya}^\alpha = 0{,}075$ 1/°; $\alpha_0 = -6{,}5°$; $\rho_н = 0{,}125$ кг·с^2/м^4; $H = 0$.

При моделировании вначале вычислялся угол атаки по приближенной формуле (2), затем по формуле (1) вычислялось значение функции $y_1 = f(\alpha_1)$ и с использованием метода хорд определялось уточненное значение угла атаки. Далее задавалось некоторое отклонение параметра, влияние которого на угол α исследовалось, вычисления повторялись и определялось отклонение угла атаки. По результатам вычислений построены графики. На рис. 1 показаны графические зависимости погрешности определения угла атаки α от погрешности измерения скоростного напора q при следующих режимах: *1* — набор высоты, *2* — крейсерский полет, *3* — вираж, *4* — снижение. Как видно, зависимости имеют линейный характер. Наибольшее значение погрешности $\Delta\alpha$ наблюдается в режиме снижения, пунктиром отмечено значение 0,39°, соответствующее погрешности аппаратуры СВС-96 при измерении динамического давления — 1,7 гПа. На рис. 2 приведены графические зависимости погрешности $\Delta\alpha$ от погрешности измерения нормального ускорения w_y при тех же режимах полета. Зависимости имеют нелинейный характер, что связано с нелинейностью первого слагаемого в формуле (1).

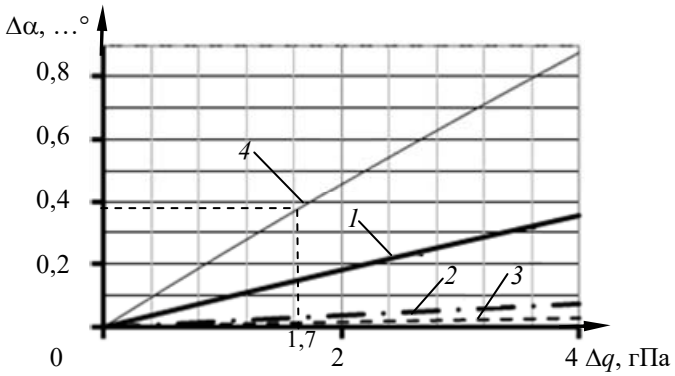


Рис. 1

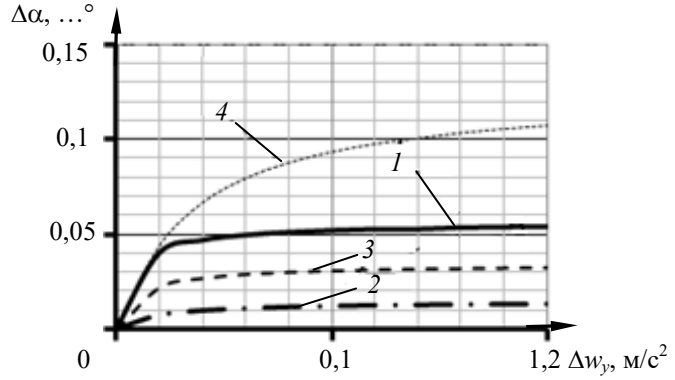


Рис. 2

В ходе исследований были определены также другие составляющие погрешности вычисления угла атаки. Так, зависимость погрешности $\Delta\alpha$ от погрешности вычисления силы тяги двигателя ЛА ΔP имеет при всех режимах вид, аналогичный приведенному на рис. 1. Согласно расчетам, при $\Delta P = 6 \cdot 10^3$ кг погрешность $\Delta\alpha = 0{,}07°$ в режиме снижения, в режимах *1*, *2* и *3* значение $\Delta\alpha$ составляет 0,038, 0,014, 0,05° соответственно. Зависимость погрешности измерения угла атаки от погрешности вычисления веса самолета ΔG в тех же режимах также носит линейный характер. Например, при $\Delta G = 500$ кг погрешность $\Delta\alpha$ в режиме снижения *4* составила 0,085°, а в режимах *1*, *2*, *3* — 0,043, 0,022, 0,042° соответственно. Зависимость погрешности $\Delta\alpha$ от погрешности вычисления площади крыла ΔS также имеет линейный характер, наибольшее значение $\Delta\alpha = 0{,}058°$ наблюдается в режиме снижения *4* при $\Delta S = 1$ м^2, в режимах *1*, *2*, *3* погрешность составляет 0,04, 0,017, 0,034° соответственно. Зависимости погрешности оценки конструктивного параметра — производной коэффициента подъемной силы C_{ya}^{α} — на погрешность вычисляемого угла атаки в тех же режимах также линейны, при $\Delta C_{ya}^{\alpha} = 0{,}05$ 1/° в режиме слежения $\Delta\alpha = 0{,}116°$, в режимах *1*, *2*, *3* — 0,081, 0,034, 0,069° соответственно. Зависимости погрешности $\Delta\alpha$ от погрешности определения угла атаки при нулевой подъемной силе $\Delta\alpha_0$ также линейны, результаты при всех режимах практически совпадают и отклонение по точности определения $\Delta\alpha_0 = 0{,}05°$ практически равно $\Delta\alpha \approx 0{,}05°$.

Наибольшее значение среди рассмотренных составляющих погрешности $\Delta\alpha$ имеет погрешность определения скоростного напора в режиме снижения и, в частности, скорость изменения $\Delta\alpha$ в зависимости от скорости изменения напора $\delta_q = \partial\alpha/\partial q$. Как видно на рис. 3, наибольшее значение $\delta_{\Delta\alpha}$ наблюдается при скоростях, близких к скорости сваливания.

Суммарная погрешность вычисления угла атаки, согласно формуле (3), составила $\Delta\alpha = 0{,}4187°$, что в соответствии с [1] приемлемо. Остальные погрешности рассматривались как абсолютные без разделения на случайные и систематические, как в работе [9].

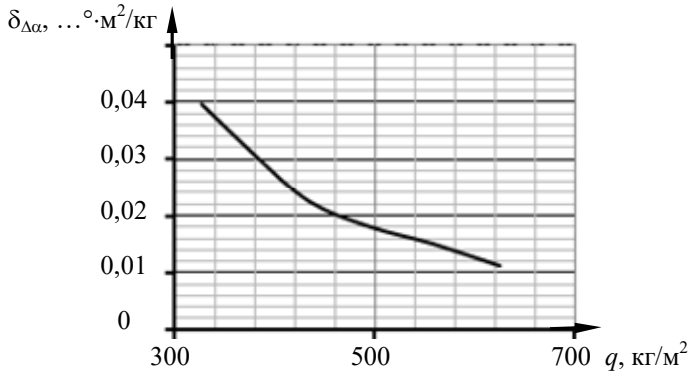


Рис. 3

В данном исследовании не рассматривалось влияние угловых скоростей ω_x и ω_z по продольной и поперечной осям ЛА на точность определения истинного угла атаки в предположении, что значения ω_x и ω_z малы, а результаты данного исследования могут представлять интерес для неманевренных самолетов.

Для получения приемлемых результатов по точности определения аэродинамических углов на основе рассмотренного метода косвенного измерения необходимо использование высокоточных датчиков динамического давления, а также точных конструктивных данных об аэродинамических коэффициентах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Солдаткин В. М. М*етоды и средства измерения аэродинамических углов летательных аппаратов: Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2001. 448 с.
2. *Максимов А. К.* Метод косвенного измерения аэродинамических углов летательного аппарата с использованием акселерометров и датчиков давления // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 10. С. 893—899.
3. *Мхитарян А. М., Лазнюк П. С., Максимов В. С.* и др. Динамика полета: учебник для авиационных вузов. М.: Машиностроение, 1978. 424 с.
4. Дем*идович Б. П., Марон И. А*. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966. 664 с.
5. *Прокин Н. С.* Основы метрологии динамических измерений: Учеб. пособие. М.: Логос, 2003. 256 с.
6. *Максимов А. К.* Косвенный метод определения аэродинамических углов: угла атаки и угла скольжения // Тр. МАИ. 2015. № 84. С. 1—23.
7. *Бехтир В. П., Коврижных Е. Н., Копысов В. Х.* Практическая аэродинамика самолета М101Т: Учеб. пособие. Ульяновск: УВАУ ГА, 2007. 165 с.
8. *Бехтир П. Т.* Аэродинамика самолета Ту-104. М.: Транспорт, 1967. 224 с.
9. *Харин Е. Г., Цветков П. М., Волков В. К.* и др. Летные испытания пилотажно-навигационного оборудования. М.: Машиностроение, 1986. 136 с.

Сведения об авторе

Анатолий Константинович Максимов — Научно-исследовательский институт авиационного оборудования; ведущий инженер; E-mail: akm_point@mail.ru

Поступила в редакцию
09.05.2020 г.

Ссылка для цитирования: *Максимов А. К.* Оценка погрешностей косвенного измерения аэродинамических углов летательного аппарата с использованием акселерометров и датчиков давления // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 7. С. 634—639.

ESTIMATION OF ERRORS IN INDIRECT MEASUREMENT OF AIRCRAFT AERODYNAMIC ANGLES USING ACCELEROMETERS AND PRESSURE SENSORS

A. K. Maksimov

Scientific-Research Institute of Aviation Equipment,
140185, Zhukovsky, Moscow Region, Russia
E-mail: akm_point@mail.ru

The influence of errors of pressure sensors and accelerometers on accuracy of indirect measurement of aircraft aerodynamic angles is studied. Total error of indirect calculation of glide angle is determined analytically using the M101T aircraft as an example. Graphical dependences of angle of attack measuring error on errors of pressure sensors and accelerometers as well as inaccuracies in the indirect calculation of design parameters obtained by model study of the TU-104 aircraft in various flight modes are presented. As the design data, aerodynamic characteristics of the aircraft and calibration characteristics of the propulsion system are used.

Keywords: angle of attack, gliding angle, measurement, accelerometer, pressure sensor, modeling, errors.

REFERENCES

1. Soldatkin V.M. *Metody i sredstva izmereniya aerodinamicheskikh uglov letatel'nykh apparatov* (Methods and Tools for Measuring Aerodynamic Angles of Aircraft), Kazan', 2001, 448 p. (in Russ.)
2. Maksimov A.K. *Journal of Instrument Engineering*, 2019, no. 10(62), pp. 893–899. (in Russ.)
3. Mkhitaryan A.M., Laznyuk P.S. Maksimov V.S. et al. *Dinamika poleta: uchebnik dlya aviatsionnykh vuzov* (Flight Dynamics: a Textbook for Aviation Universities), Moscow, 1978, 424 p. (in Russ.)
4. Demidovich B.P., Maron I.A. *Osnovy vychislitel'noy matematiki* (Fundamentals of Computational Mathematics), Moscow, 1966, 664 p. (in Russ.)
5. Prokin N.S. *Osnovy metrologii dinamicheskikh izmereniy* (Fundamentals of Dynamic Measurement Metrology). Moscow, 2003, 256 p. (in Russ.)
6. Maksimov A.K. *Trudy MAI*, 2015, no. 84, pp. 1–23. (in Russ.)
7. Bekhtir V.P., Kovrizhnykh E.N., Kopysov V.Kh. *Prakticheskaya aerodinamika samoleta M101T* (Practical Aerodynamics of the M101T Aircraft), Ulyanovsk, 2007, 165 p. (in Russ.)
8. Bekhtir P.T. *Aerodinamika samoleta Tu-104* (Aerodynamics of Tu-104 Aircraft), Moscow, 1967, 224 p. (in Russ.)
9. Kharin E.G., Tsvetkov P.M., Volkov V.K. et al. *Letnyye ispytaniya pilotazhno-navigatsionnogo oborudovaniya* (Flight Tests of Flight and Navigation Equipment), Moscow, 1986, 136 p. (in Russ.)

Data on author

Anatoly K. Maksimov — Scientific-Research Institute of Aviation Equipment; Leading Engineer; E-mail: akm_point@mail.ru

For citation: Maksimov A. K. Estimation of errors in indirect measurement of aircraft aerodynamic angles using accelerometers and pressure sensors. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. Vol. 63, N 7. P. 634—639 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-7-634-639