

5 CONCLUSION

The finite-difference time-domain method with Mur's first-order absorbing boundary conditions has been applied to the analysis of a microstrip open end and a microstrip gap. Both time-domain and frequency-domain numerical results have been obtained and discussed for the microstrip discontinuities under consideration. Frequency-dependent characteristics for scattering matrix elements have been compared with other available data showing good agreement.

REFERENCES

1. Horng T.S., Alexopoulos N.G., Wu S.C., Yang H.Y. Full-wave spectral domain analysis for open microstrip discontinuities of arbitrary shape including radiation and surface-wave losses // Int. J. of MIMICAE, 1992, vol. 2, No. 4, pp. 24-240.
2. Hill A., Tripathi V.K. An efficient algorithm for the three-dimensional analysis of passive microstrip components and discontinuities for millimeter-wave integrated circuits // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1991, vol. MTT-39, No. 1, pp. 83-91.
3. Uzunoglu N.K., Capsalis C.N., Chronopoulos C.P. Frequency-dependent analysis of a shielded microstrip step discontinuity using an efficient mode-matching technique // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1988, vol. MTT-36, No. 6, pp. 976-984.
4. Yakovlev A.B., Gnilenko A.B. Analysis of microstrip discontinuities using the method of integral equations for overlapping regions // IEE Proc.-Microw. Antennas Propag., 1997, vol. 144, No. 6, pp. 449-457.
5. Yee K.S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media //

IEEE Trans. Antennas Propagat., 1966, vol. AP-14, No. 5, pp. 302-307.

6. Zhang X., Mei K.K. Time-domain finite difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1988, vol. MTT-36, No. 12, pp.1775-1787.
7. Sheen D.M., Ali S. M., Abouzahra M.D., Kong J.A. Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1990, vol. MTT-38, No. 7, pp.849-857.
8. Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equation // IEEE Trans. Electromagn. Compat., 1981, vol. EMC-23, No. 4, pp. 377-382.

Надійшла 16.10.2003

Представлен анализ открытого конца и разрыва микрополосковой линии методом конечных разностей во временной области с поглощающими условиями Мура первого порядка. На основе дискретизации уравнений Максвелла построены вычислительные алгоритмы для моделирования дифракции гауссова импульса на неоднородностях. Получены результаты во временной области, качественно иллюстрирующие процессы дифракции. Проведено сравнение дисперсионных характеристик элементов матриц рассеяния с данными других авторов.

Проведено аналіз відкритого кінця та розриву мікросмужкової лінії методом скінченних різниць у часовій області з поглинаючими умовами Мура першого порядку. На підставі дискретизації рівнянь Максвелла побудовано обчислювальні алгоритми для моделювання дифракції гаусова імпульсу на неоднорідностях. Одержано якісні результати у часовій області, що ілюструють процеси дифракції. Зроблено порівняння дисперсійних характеристик елементів матриць розсіювання з іншими даними.

УДК 537.8:620.179:621.391:621.396

М.В. Андреев, В.Ф. Борулько, О.О. Дробахін, Д.Ю. Салтиков

СПРОЩЕНІ ПІДХОДИ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕННЯ В СПЕКТРАЛЬНО-СПОЛУЧЕНІЙ ОБЛАСТІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВІДБИВАЛЬНИХ СТРУКТУР

Розглянута можливість застосування лінійних підходів для апроксимації спектральних даних однополюсною функцією і використання дробово-раціональної інтерполяції спектральних даних з метою прискорення процедури визначення параметрів адитивної експоненціальної моделі. Проаналізовані точнісні характеристики запропонованих методів і проведено їхнє порівняння з аналогічними характеристиками інших методів даного класу.

ВСТУП

В багатьох задачах прикладної радіофізики виникає проблема визначення параметрів адитивної експоненціальної моделі. Як показує досвід практичного використання, застосування адитивної експоненціальної моделі дає змогу імітувати різні властивості відбиваль-

них об'єктів [1-3]. Зокрема, така модель може бути використана для розгляду відбиття в багато-шарових діелектричних структурах [4].

На попередньому етапі досліджень відбивальних структур позитивні результати вимірювань були досягнуті за рахунок використання методів цифрового спектрального аналізу результатів вимірювань в частотній області [3]. Такий підхід потребує розгляду моделей високого порядку, що веде до нестійкості результатів. Необхідність використання моделей високого порядку обумовлено тим фактом, що в експериментальних даних, отриманих, наприклад, при дослідженні діелектричних структур, присутня інформація про всі розсіювачі, які були опромінені зондом, а не тільки про неоднорідності структури, що безпосередньо досліджуються. Альтер-

нативним є використання дробово-поліноміальної апроксимації фрагменту часового сигналу, який безпосередньо описує структуру, яку треба вивчити. Розгляд фрагменту, що безпосередньо описує досліджувану структуру, дозволяє суттєво понизити вимірність математичної задачі.

Але дробово-раціональна апроксимація в спектрально сполученій області припускає мінімізацію нелінійної цільової функції, що являє собою складну нелінійну обчислювальну задачу і що вимагає значних обчислювальних ресурсів. Тому, бажано було б звести задачу визначення параметрів адитивної експоненціальної моделі до послідовного розв'язку набору простих, по можливості, лінійних задач.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Використання адитивної експоненціальної моделі аналізованого сигналу $\vec{R} = [R_0, R_1, \dots, R_{N-1}]^T$, що заданий у вихідній частотній області на дискретній сітці $\omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega$ ($n = 0, 1, 2, \dots, N-1$), у вигляді

$$R(\omega_n) = R_n = \sum_{m=1}^M r_m \exp(-j\omega_n \tau_m), \quad (1)$$

де r_m і τ_m - комплексні параметри моделі, дає змогу у спектрально-спряженій області на сітці $t_k = k\Delta t$ ($\Delta t = 2\pi/N\Delta\omega$; $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$) виразити цей сигнал за допомогою дробово-раціонального представлення

$$G(t_k) = G_k = \frac{z_0^k}{N} \sum_{m=1}^M r_m \frac{\zeta_m (\zeta_m^{N-1} - 1)}{\zeta_{0m} (z^k - \zeta_m)}, \quad (2)$$

де $z = \exp(j\frac{2\pi}{N})$; $\zeta_m = \exp(j\Delta\omega \tau_m)$; $\zeta_{0m} = \exp(j\omega_0 \tau_m) = \zeta_m \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$; $z_0 = z \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$. У матричній формі модель спектрально сполученого сигналу може бути записана як

$$\vec{G} = [G_0, G_1, \dots, G_{K-1}]^T = \mathbf{Z} \vec{r}, \quad (3)$$

де $\vec{r} = [r_1, r_2, \dots, r_M]^T$, а (km) -ий елемент матриці $\mathbf{Z}$ має вигляд $Z_{km} = \frac{z_0^k \zeta_m (\zeta_m^{N-1} - 1)}{N \zeta_{0m} (z^k - \zeta_m)}$. Апроксимація в спектрально сполученій області за допомогою мінімізації цільової функції

$$\rho = \|\vec{G} - \mathbf{Z} \vec{r}\|^2 \quad (4)$$

дозволяє визначати параметри експоненціальної моделі (1) на основі концепції квазірозв'язку [3].

Оскільки енергія сигналу нерівномірно розподілена на сітці $t_k = k\Delta t$, то є сенс використовувати в побудові

цільової функції (4) не всі N відліків, а тільки обмежене їх число, тобто тільки ті, що мають максимальну амплітуду. Субоптимальний метод оптимізації по частині спектральних точок повинний дозволити значно зменшити витрати часу на одержання квазірозв'язку [3] при незначному погіршенні погіршеності.

Введемо в розгляд множину індексів $I = \{k_0, k_1, \dots, k_K\}$ для K відліків, у яких амплітуда спектрально сполученого сигналу G_k максимальна. Використання тільки цих відліків визначає, що в цільовій функції (4) скалярний добуток має вигляд $(\vec{x}, \vec{y})_I = \frac{1}{K} \sum_{k \in I} x_k y_k^*$, а сама цільова функція може бути записана як

$$\rho = \|\vec{G} - \mathbf{Z} \vec{r}\|_I^2 = \|\vec{G}\|_I^2 - 2 \operatorname{Re}(\mathbf{Z}^H \vec{G}, \vec{r})_I + \|\mathbf{Z} \vec{r}\|_I^2.$$

Мінімум цієї цільової функції за вектором коефіцієнтів $\vec{r}$ забезпечують оптимальні значення $\vec{r}$, одержувані з розв'язку лінійної задачі $\vec{r} = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H \vec{G} = \mathbf{Y}^{-1} \vec{U}$, де матриця системи лінійних рівнянь має вигляд:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^H \mathbf{Z} = \left[\frac{\zeta_{0l} \zeta_m (\zeta_l^{N-1} - 1) (\zeta_m^{N-1} - 1)}{KN^2 \zeta_{0m} \zeta_l} \times \sum_{k \in I} \frac{1}{(z^{-k} - \zeta_l^{-1})(z^k - \zeta_m)} \right]_{l=1, 2, \dots, M; m=1, 2, \dots, M},$$

а вектор правих частин системи визначається як

$$\vec{U} = \mathbf{Z}^H \vec{G} = \left[\frac{1}{K} \sum_{k \in I} \frac{G_k z_0^{-k} \zeta_l^{-1} (\zeta_l^{N-1} - 1)}{N \zeta_{0l}^{-1} (z^{-k} - \zeta_l^{-1})} \right]_{l=1, 2, \dots, M}.$$

Підстановка оптимальних значень $\vec{r}$, отриманих при розв'язанні лінійної задачі, у цільову функцію дозволяє знизити розмірність цільової функції і записати її як

$\rho = \|\vec{G}\|_I^2 - \operatorname{Re}(\vec{U}, \vec{r})_I$. Оскільки ця цільова функція є принципово неунімальною і попадання в її глобальний мінімум при використанні стандартних методів локальної мінімізації гарантується успішним вибором початкового наближення, то найбільш ефективним для пошуку квазірозв'язку є алгоритм послідовного нарощування порядку моделі з використанням оцінок попереднього етапу як початкового наближення [4]. Тобто в якості початкового наближення на кожному етапі алгоритму використовуються оптимальні значення параметрів моделі, знайдені на попередньому етапі, а для розмірності, що додається, початкове наближення визначається за допомогою апроксимації спектральних даних однополюсною функцією за різницеvim сигналом $\vec{G} - \mathbf{Z} \vec{r}$. Бажано було б розглянути підходи, що б дозволили виконувати цю апроксимацію лінійними методами.

АПРОКСИМАЦІЇ СПЕКТРАЛЬНИХ ДАНИХ ОДНОПОЛЮСНОЮ ФУНКЦІЄЮ

Розглянемо можливість апроксимації спектральних даних однополусною функцією за допомогою лінійних методів. Нехай використовується для апроксимації спектральних даних (заданих у спектрально сполученій області) модель має вигляд:

$$G_k = \frac{b_1 z_0^k}{z^k - \zeta_1} = r_1 \frac{z_0^k \zeta_1^{-N} (1 - \zeta_1^{-N})}{N \zeta_{01} (z^k - \zeta_1)}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1, \quad (5)$$

де $b_1 = \frac{r_1 \zeta_1 (\zeta_1^{-N} - 1)}{N \zeta_{01}}$. Будемо використовувати множину індексів $\mathbf{I} = \{k_0, k_1, \dots, k_K\}$, у яких амплітуда спектрально сполученого сигналу G_k максимальна. Параметр ζ_1 входить у модель нелінійним образом, що затрудняє використання лінійних методів для його оцінки.

Щоб одержати можливість використовувати лінійні методи для оцінки параметрів моделі (5), необхідно облаштувати використання моделі (5) під інвертовані спектральні дані. Нехай інвертована модель має вигляд:

$$p_1 z^k + p_0 = z_0^k G_k^{-1}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1, \quad (6)$$

$$\text{де } p_1 = b_1^{-1} = \frac{N \zeta_{01}}{\zeta_1 (\zeta_1^{-N} - 1) r_1};$$

$$p_0 = -\zeta_1 / b_1 = -\frac{N \zeta_{01}}{(\zeta_1^{-N} - 1) r_1} = (Z^H Z)^{-1} Z^H G.$$

Знаючи коефіцієнти p_1 , p_0 , завжди можна знайти

$$\zeta_1 = -p_0 / p_1, \quad \tau_1 = \ln(-p_0 / p_1) / j \Delta \omega \quad \text{і} \quad r_1 = N \zeta_{01} / (1 - \zeta_1^{-N}) p_0.$$

У матричній формі систему рівнянь (6) можна записати у вигляді:

$$\mathbf{I} \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{G}}, \quad (7)$$

де матриця $\mathbf{I} = (\tilde{\mathbf{I}}_1, \tilde{\mathbf{I}}_0)$ складається з двох векторів-стовпців $\tilde{\mathbf{I}}_1 = [z^k]_{k=0,1,\dots,K-1}$, $\tilde{\mathbf{I}}_0 = [1]_{k=0,1,\dots,K-1}$, а використовувані вектори мають вигляд: $\tilde{\mathbf{p}} = [p_1, p_0]^T$, $\tilde{\mathbf{G}} = [G_0^{-1}, z_0 G_1^{-1}, \dots, z_0^{K-1} G_{K-1}^{-1}]^T$. Коефіцієнти p_1 , p_0 знаходяться з розв'язку лінійної задачі $\mathbf{I}^H \mathbf{I} \tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{I}^H \tilde{\mathbf{G}}$ або

$$\mathbf{Y} \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{U}}, \quad (8)$$

$$\text{де } \mathbf{Y} = \mathbf{I}^H \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_1^H \tilde{\mathbf{I}}_1 & \tilde{\mathbf{I}}_1^H \tilde{\mathbf{I}}_0 \\ \tilde{\mathbf{I}}_0^H \tilde{\mathbf{I}}_1 & \tilde{\mathbf{I}}_0^H \tilde{\mathbf{I}}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & \sum_{k=0}^{K-1} z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} z^k & K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{I}^H \tilde{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} \end{pmatrix}.$$

В виразах для елементів $\mathbf{Y}$ враховано, що

$$\sum_{k=0}^{K-1} z^k = \frac{1 - z^K}{1 - z} = 0. \quad \text{Розв'язок (8) дає:}$$

$$p_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} z^{-k}; \quad p_0 = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1}; \quad \zeta_1 = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1}}{\sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^{-1} z^{-k}}. \quad (9)$$

Але використання (9) для визначення шуканих параметрів моделі є проблематичним. Невеликий шум у G_k буде призводити до значних змін зворотної величини, а, значить, і до великих погрешностей визначення шуканих коефіцієнтів.

Щоб виключити використання зворотних величин спектра, можна для апроксимації замість системи рівнянь (6), що відповідає інвертованій моделі, використовувати модифіковану систему рівнянь наступного вигляду (перша ступінь модифікування моделі):

$$p_1 z_0^{-k} G_k z^k + p_0 z_0^{-k} G_k = 1, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \quad (10)$$

У матричній формі система рівнянь (10) може бути записана у вигляді:

$$\Xi \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{E}}, \quad (11)$$

де матриця $\Xi = (\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_0)$ складається з двох векторів-стовпців $\tilde{\xi}_1 = [z_0^{-k} G_k z^k]_{k=0,1,\dots,K-1}$, $\tilde{\xi}_0 = [z_0^{-k} G_k]_{k=0,1,\dots,K-1}$,

а вектор $\tilde{\mathbf{E}} = [1, 1, \dots, 1]^T$ є одиничним. Коефіцієнти p_1 , p_0

знаходяться з розв'язку лінійної задачі $\Xi^H \Xi \tilde{\mathbf{p}} = \Xi^H \tilde{\mathbf{E}}$ або

$$\mathbf{S} \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{V}}, \quad (12)$$

$$\text{де } \mathbf{S} = \Xi^H \Xi = \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1^H \tilde{\xi}_1 & \tilde{\xi}_1^H \tilde{\xi}_0 \\ \tilde{\xi}_0^H \tilde{\xi}_1 & \tilde{\xi}_0^H \tilde{\xi}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^k & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{V}} = \Xi^H \tilde{\mathbf{E}} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* \end{pmatrix}.$$

Для цього можна використовувати вирази виду

$p_1 = \frac{S_{22}V_1 - S_{12}V_2}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}}$, $p_0 = \frac{-S_{21}V_1 + S_{11}V_2}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}}$, що дозволяє записати шуканий розв'язок в наступному вигляді:

$$\zeta_1 = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^k \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^*}{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^* z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 z^{-k} \sum_{k=0}^{K-1} z_0^k G_k^*} \quad (13)$$

Також можна використовувати іншу модифіковану систему рівнянь (друга ступінь модифікування моделі) для апроксимації спектральних даних однополюсною функцією:

$$p_1 z_0^{-k} G_k^2 z^k + p_0 z_0^{-k} G_k^2 = G_k, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \quad (14)$$

У матричній формі система рівнянь (14) може бути записана у наступному вигляді:

$$\Theta \vec{p} = \vec{G}, \quad (15)$$

де матриця $\Theta = (\vec{v}_1, \vec{v}_0)$ складається з двох векторів-стовпців $\vec{v}_1 = [z_0^{-k} G_k^2]_{k=0,1,\dots,K-1}$, $\vec{v}_0 = [z_0^{-k} G_k^2]_{k=0,1,\dots,K-1}$, а вектор правих частин визначається спектром $\vec{G} = [G_0, G_1, \dots, G_{K-1}]^T$. Коефіцієнти p_1 , p_0 знаходяться з розв'язку лінійної задачі $\Theta^H \Theta \vec{p} = \Theta^H \vec{G}$ або

$$X \vec{p} = \vec{W}, \quad (16)$$

$$\text{де } X = \Theta^H \Theta = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^k & \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 \end{pmatrix},$$

$$\vec{W} = \Theta^H \vec{G} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k z^{-k} \\ \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k \end{pmatrix}.$$

Для цього можна використовувати вирази виду

$p_1 = \frac{X_{22}W_1 - X_{12}W_2}{X_{11}X_{22} - X_{12}X_{21}}$, $p_0 = \frac{-X_{21}W_1 + X_{11}W_2}{X_{11}X_{22} - X_{12}X_{21}}$, що дозволяють записати шуканий розв'язок в наступному виді:

$$\zeta_1 = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^k \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k}{\sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k z^{-k} - \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^4 z^{-k} \sum_{k=0}^{K-1} |G_k|^2 G_k^* z_0^k} \quad (17)$$

При чисельній реалізації розв'язку рівняння (16) необхідно врахувати випадок, коли матриця X стає виродженою через лінійну залежність стовпців матриці Θ при "попаданні полюса на дискрет", що відповідає сигналу у спектрально сполученій області наступного вигляду:

$$G_k = \begin{cases} r_l, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases}; \quad l = \ln(\zeta_1) / j\Delta\omega\Delta t, \quad \zeta_1 = z^l. \quad (18)$$

Це ж відноситься і до розв'язку рівняння (12) для матриці S . Якщо при розв'язку (16) виявляється, що $\det(X) < \varepsilon$, де ε - деяке мале число, то тоді приймається, що шуканий параметр визначається як $\zeta_1 = z^l$.

Для вибору кращого варіанта лінійного методу визначення параметрів однополюсної функції (5) були визначені їх точнісні характеристики на основі чисельного експерименту. Він складався з багаторазового оцінювання (2500 іспитів) параметрів адитивної експоненціальної моделі, що обчислювалася за формулою

$$R_n = \exp \left[-j2\pi \left(n - \frac{N-1}{2} \right) \tau \right] + \xi_n; \quad N=100, \text{ де використо-}$$

увалися три різні значення параметра моделі τ : а) 0.25 ("попадання полюса на дискрет"); б) 0.255 ("полюс рівновіддалений від сусідніх дискретів"); в) 0.25-0.001j ("відсутність полюсу при попаданні на дискрет"). За результатами оцінювання для 2500 різних шумових реалізацій обчислювалися середнє значення, зсув і СКВ оцінок параметрів моделі (5). На рис. 1 представлені залежності СКВ оцінки часового місцерозташування σ_τ від відношення сигнал/шум для розглянутих вище варіантів методу. Для порівняння отриманих результатів з теоретично досяжною точністю оцінювання на рис. 16 додатково наведені границі мінімальної дисперсії Крамера-Рао, розраховані за формулами з [5].

Отримані результати демонструють, що кращі точнісні характеристики має лінійний метод визначення параметрів однополюсної функції по інвертованим спектральним даним із другим ступенем модифікування моделі, що визначається системою рівнянь (14). При цьому, як видно з рис. 16, отримані точнісні характеристики цього підходу практично збігаються з теоретично досяжною точністю оцінювання. Прямая апроксимація інвертованих спектральних даних оберненою полюсною функцією не дозволяє одержувати задовільні результати. Використання першого ступеня модифікування моделі дозволяє значно знизити повну середньоквадратичну помилку оцінки місцерозташування і наблизитися до теоретично досяжної точності оцінювання, а використання другого ступеня модифікування моделі дозволяє практично вийти на неї.

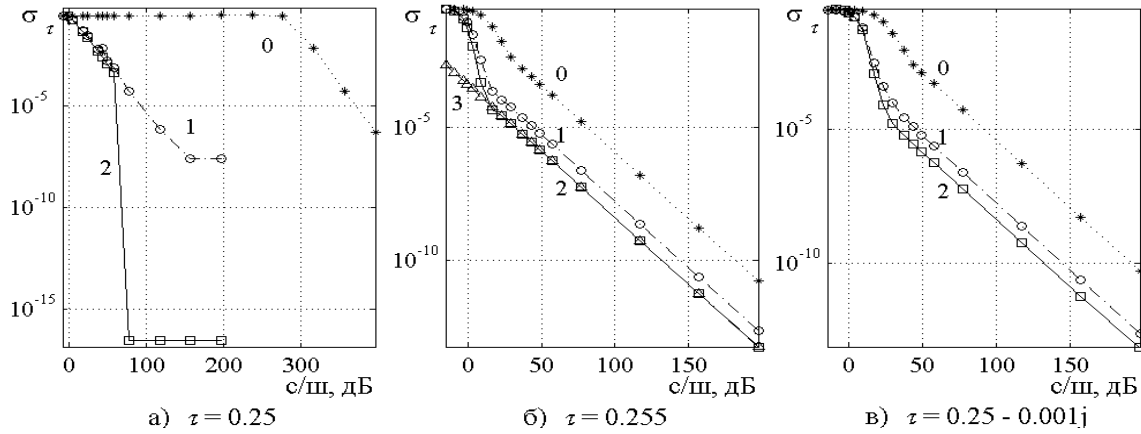


Рисунок 1 - Залежність СКВ оцінки місцерозташування від відношення сигнал/шум для різних варіантів лінійного методу визначення параметрів однополюсної функції (0 - без модифікування моделі; 1 - з першим ступенем модифікування моделі; 2 - із другим ступенем модифікування моделі; 3 - границя Крамера-Рао)

ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ДАНИХ У СПЕКТРАЛЬНО СПОЛУЧЕНІЙ ОБЛАСТІ

Розглянутий вище підхід дозволяє знаходити параметри моделі першого порядку, що звужує область його використання. Бажано було би мати метод, що одночасно має таку ж простоту та дає змогу знаходити параметри моделі будь-якого порядку. Цього можна домогтися на основі використання дробово-раціональної інтерполяції даних у спектрально сполученій області.

Для цього представимо дані в спектрально сполученій області у вигляді, що дозволяє розглядати їх як відношення поліномів від z^k :

$$G_k = z_0^k \sum_{m=1}^M r_m \frac{d_m}{z^k - \zeta_m} = z_0^k \frac{\sum_{m=1}^M r_m d_m \prod_{l=1}^M (z^k - \zeta_l)_{l \neq m}}{\prod_{m=1}^M (z^k - \zeta_m)}, \quad (19)$$

де $d_m = \frac{\zeta_m (\zeta_m^N - 1)}{N \zeta_{0m}}$. Наприклад, для випадку двох-компонентної моделі ($M = 2$) дані в спектрально сполученій області можуть бути записані як

$$G_k = z_0^k \frac{(r_1 d_1 + r_2 d_2) z^k - (r_1 d_1 \zeta_2 + r_2 d_2 \zeta_1)}{z^{k^2} - (\zeta_1 + \zeta_2) z^k + \zeta_1 \zeta_2} \quad (20)$$

і представляються як відношення двох поліномів:

$$G_k = G(z^k) = \frac{P(z^k)}{Q(z^k)} = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} a_m z^{k^m}}{\sum_{m=0}^M b_m z^{k^m}}. \quad (21)$$

Це дозволяє використовувати досить прості підходи для визначення шуканих параметрів $\{\zeta_m\}_{m=1, \dots, M}$, за якими потім визначаються значення місцерозташування $\tau_m = \ln(\zeta_m) / j \Delta \omega$ ($m = 1, \dots, M$), обчислюються значення спектрально-сполученого сигналу $G(\zeta_m)$ для цих місцерозташувань за формулою $G(z) = \frac{z_0}{N} \sum_{m=1}^M \frac{r_m}{\zeta_{0m}} \frac{1 - (\zeta_m^{-1} z)^N}{1 - (\zeta_m^{-1} z)}$ і розв'язується лінійна задача по інтерполяції отриманих значень спектрально-сполученого сигналу формулою $\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{Z} \tilde{\mathbf{r}}$ шляхом визначення $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{Z}^{-1} \tilde{\mathbf{G}}$. Як впливає з (19), значення $\{\zeta_m\}_{m=1, \dots, M}$ є коренями полінома $Q(z^k)$, що використовується для дробово-поліноміального представлення спектрально-сполученого сигналу (21).

Для одержання дробово-поліноміального представлення спектрально-сполученого сигналу використовувалася інтерполяція ланцюговими дробами. Сигнал, заданий у L точках $z_1, z_2, \dots, z_L$, може бути представлений у вигляді ланцюгового дробу наступного виду:

$$V(z) = v_1 + \frac{z - z_1}{v_2 + \frac{z - z_2}{v_3 + \dots + \frac{z - z_{L-1}}{v_L}}}, \quad (22)$$

де параметри ланцюгового дробу $\{v_1, v_2, \dots, v_L\}$ визначаються зворотними різницями $w_l(z_1, z_2, \dots, z_l)$: $v_1 = V(z_1) = w_1(z_1)$;

$$v_2 = \frac{z_2 - z_1}{V(z_2) - V(z_1)} = \frac{z_2 - z_1}{V(z_2) - v_1} = \frac{z_2 - z_1}{w_1(z_2) - w_1(z_1)} = w_2(z_1, z_2);$$

$$v_3 = \frac{z_3 - z_2}{\frac{z_3 - z_1}{V(z_3) - V(z_1)} - \frac{z_2 - z_1}{V(z_2) - V(z_1)}} = \frac{z_3 - z_2}{w_2(z_1, z_3) - w_2(z_1, z_2)} = w_3(z_1, z_2, z_3);$$

...;

$$v_L = \frac{z_L - z_{L-1}}{w_{L-1}(z_1, z_2, \dots, z_{L-2}, z_L) - w_{L-1}(z_1, z_2, \dots, z_{L-2}, z_{L-1})} = w_L(z_1, z_2, \dots, z_{L-2}, z_{L-1}, z_L).$$

За знайденим значенням параметрів ланцюгового дробу $\{v_1, v_2, \dots, v_L\}$ можна шляхом нескладних перетворень визначити коефіцієнти поліномів $\{a_0, a_1, \dots, a_{M-1}\}$ і $\{b_0, b_1, \dots, b_M\}$ дробово-поліноміального представлення (21). Потім, використовуючи стандартні методи визначення комплексних коренів полінома з комплексними коефіцієнтами, за коефіцієнтами полінома знаменника $\{b_0, b_1, \dots, b_M\}$ визначаються значення $\{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_M\}$, що дозволяє визначити параметри адитивної експоненціальної моделі (1).

Вибір спектральних точок для інтерполяції ланцюговими дробами здійснювався шляхом поступового нарощування порядку моделі: спектральна точка, що додається на кожному етапі, відповідала максимумові

$$\text{різницевого сигналу } \tilde{\mathbf{G}} - \sum_{m=0}^{L-1} a_m z^{k^m} \bigg/ \sum_{m=0}^L b_m z^{k^m} \quad (1 \leq L \leq M,$$

де використовуються коефіцієнти поліномів $\{a_0, a_1, \dots, a_{L-1}\}$ та $\{b_0, b_1, \dots, b_L\}$, знайдені на попередньому L -ому етапі.

Для розглянутого підходу були отримані точнісні характеристики і проведено їхнє порівняння з аналогічними характеристиками інших методів даного класу. Точнісні характеристики аналізованих алгоритмів визначалися за результатами оцінювання параметрів адитивної експоненціальної моделі для 2500 іспитів тестового прикладу, у якому оброблювані дані обчислювалися за формулою

$$R_n = 0.6 \cdot \exp(-j2\pi \cdot n \cdot \tau_1) + 0.4 \cdot \exp(-j2\pi \cdot n \cdot \tau_2) + \xi_n, \quad n = 0, 1, \dots, 100, \quad (23)$$

де використовувалися параметри моделі $\tau_1 = (0.2 - 0.001j)$, $\tau_2 = (0.3 - 0.0005j)$, а ξ_n - це незалежні випадкові гаусівські величини з дисперсією дійсної та уявної частин σ^2 і нульовим середнім. Така модель відповідає найпростішій шаруватій структурі (один шар) або двом неоднорідностям в НВЧ тракті. За результатами оцінювання для 2500 різних шумових реалізацій обчислювалися середні значення $\{\tilde{\tau}_1, \tilde{\tau}_2\}$ і дисперсії $\{\sigma_{\tau_1}^2, \sigma_{\tau_2}^2\}$ оцінок місцерозташування $\tilde{\tau} = \{\tau_1, \tau_2\}$.

Для аналізу алгоритмів обчислювалася повна середньоквадратична помилка оцінок місцерозташування

$$e_\tau = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 (\sigma_{\tau_m}^2 + |\tau_m - \tilde{\tau}_m|^2)}. \quad \text{Отримані значення середньо-}$$

квадратичної помилки оцінок місцерозташування в залежності від відношення сигнал/шум для розглянутого методу й аналогічних йому інших алгоритмів представлені на рис. 2.

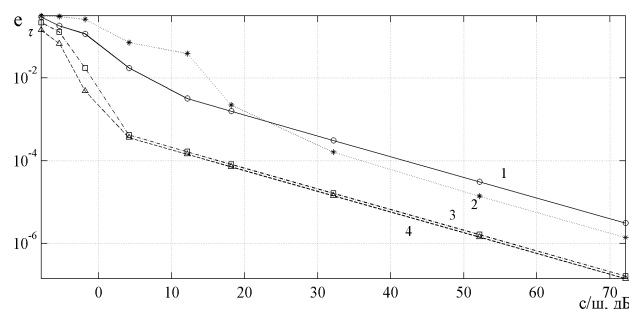


Рисунок 2 - Середньоквадратична помилка оцінок місцерозташування в залежності від відношення сигнал/шум (1 - метод дробово-раціональної інтерполяції в спектрально сполученій області, 2 - метод Проні, 3 - метод пучка матриць [2], 4 - метод пошуку квазірозв'язку [3-4])

ВИСНОВКИ

Отримані результати демонструють, що метод дробово-раціональної інтерполяції в спектрально сполученій області дозволяє одержувати стійкі оцінки при більших рівнях шуму в даних, ніж метод Проні, однак його точнісні характеристики поступаються аналогічним характеристикам методу пучка матриць і методу пошуку квазірозв'язку у вихідній області. При цьому часозатратні характеристики методу дробово-раціональної інтерполяції в спектрально сполученій області досить близькі до часозатратних характеристик методу Проні і значно краще зазначених характеристик методів пучка матриць і пошуку квазірозв'язку у вихідній області. Для розглянутого вище чисельного експерименту часові витрати на його проведення для використовуваної конкретної моделі комп'ютера склали: для методу Проні - 7 сек., для методу дробово-раціональної інтерполяції в спектрально-сполученій області - 21 сек., для методу пошуку квазірозв'язку у вихідній області - 339 сек., для методу пучка матриць - 1047 сек.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Vanhamme H. High resolution frequency-domain reflectometry // IEEE Trans. Instrument. Measur. 1990. Vol. IM-39, № 2. P. 369-375.
2. Maricevic Z.A., Sarkar T.K., Hua Y., Djordjevic A.R. Time-domain measurements with Hewlett-Packard network analyzer HP8510 using the matrix pencil method // IEEE Trans. Micro-wave Theory Tech. 1991. Vol. MTT-39, № 3. P. 538-547.
3. Андреев М.В., Борулько В., Дробахин О. О. Применение концепции квазирешения для оценки параметров многослойных диэлектрических структур по характеристике отражения, измеренной на сетке дискретных частот // Дефектоскопия. 1996. № 9. С. 47-60.
4. Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О. О реализации метода квазирешения при определении параметров слоев диэлектрических слоистых структур. // Дефектоскопия. 1996. № 9. С. 61-72.
5. Андреев М.В. Предельная разрешающая способность многочастотного радиоволнового метода определения параметров слоистых диэлектрических структур // Вісник Дніпропетровського університету. Фізика. Радіоелектроніка. 2000. Вип. 6. С. 121-128.

Надійшла 08.09.2003
Після доробки 23.10.2003

Рассмотрена возможность применения линейных подходов для аппроксимации спектральных данных однополюсной функцией и использование дробно-рациональной интерполяции спектральных данных с целью ускорения процедуры определения параметров аддитивной экспоненциальной модели. Проанализированы точностные характеристики предложенных методов и проведено их сравнение с аналогичными характеристиками других методов данного класса.

An opportunity of use of the linear approaches for approximation of the spectral data by unipolar function and use of rational in-terpolation of the spectral data with the purpose of acceleration of a procedure of parameter determination of the additive exponential model has been considered. The properties of these methods and their comparison with analogous properties of other methods of the given class are presented.

УДК 537.86

В.Ф. Борулько

ПОПЕРЕЧНО-ЕЛЕКТРИЧНІ ХВИЛІ У ДВОВИМІРНОМУ БРЕГІВСЬКОМУ РЕЗОНАТОРІ З НЕПЕРІОДИЧНИМ РАДІАЛЬНИМ ЗБУРЕННЯМ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ

Розглянуто брегівське відбиття поперечно-електричних хвиль, що поширюються в середовищі з малою радіальною квазіперіодичною неоднорідністю діелектричної проникності. З використанням комплексної форми методу Крилова-Боголюбова-Митропольського отримані вирази коефіцієнтів зв'язку хвиль, що поширюються. Досліджені резонансні властивості для різних кутових номерів.

ВСТУП

Увага до брегівських структур обумовлена багатством радіофізичних ефектів, що можуть спостерігатися в них [1]: відбиття хвиль, перетворення мод, зв'язок поверхневих і просторових хвиль. Додаткова розмаїтість ефектів може бути реалізована, якщо збурення параметрів стає неперіодичним [2]. Останнім часом привертають увагу вісесиметричні хвилевідні структури з періодичним збуренням параметрів уздовж радіальної координати [3-6]. Найбільш популярні методи, звичайно використовувані для дослідження брегівської взаємодії - це метод, заснований на розкладанні Флоке [1], і наближення зв'язаних хвиль [1]. У пропонованій роботі розглядається двовимірна хвилевідна структура, неперіодично неоднорідна по радіальній координаті ρ . У цьому випадку метод Флоке [1] не придатний через неперіодичність структури, а традиційний метод зв'язаних хвиль [1] не придатний біля радіусів відсічення (радіусів повороту).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА АСИМПТОТИЧНИЙ МЕТОД ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

Розглянемо неоднорідне середовище, в якому діелектрична проникність представлена у вигляді суми синусоїдальних просторово осцилюючих гармонік збурення. Амплітуда ϵ_j і хвильове число χ_j кожної гармоніки плавно змінюється уздовж радіальної координати ρ

$$\epsilon = \epsilon(\rho) = \epsilon_s + \beta \sum_j \epsilon_j(\beta\rho) \exp[i\psi_j(\rho)], \quad (1)$$

де $\psi_j(\rho) = \int \chi_j(\beta\rho) d\rho$ - подовжня фаза гармоніки збурення. Припускаємо, що малість амплітуд збурення і плавності зміни параметрів визначається тим самим малим параметром β [7]. Одночасно з радіальною координатою ρ ми введемо "плавну" змінну $\zeta = \beta\rho$.

У даній статті розглядаються хвилі з компонентами E_z , H_ρ , H_ϕ , у випадку коли $\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0$. Функція E_z повинна задовольняти рівнянню

$$[\Delta + k^2(\rho)] E_z = 0. \quad (2)$$

З урахуванням симетрії структури ми введемо потенційну функцію $\Pi(\rho)$ співвідношенням $E_z = \rho^{-1/2} \Pi(\rho) \exp(in\phi)$. Для $\Pi(\rho)$ одержуємо рівняння

$$\frac{d^2 \Pi}{d\rho^2} + [k_0^2 \epsilon(\rho) - \frac{n^2 - 1/4}{\rho^2}] \Pi = 0. \quad (3)$$

При $\beta = 0$ розв'язок незбуреної крайової задачі одержуємо у вигляді суми розбіжних і збіжних циліндричних хвиль

$$\begin{aligned} \Pi(\rho) &= a_1 \rho^{1/2} H_n^{(2)}(k_s \rho) + a_2 \rho^{1/2} H_n^{(1)}(k_s \rho) = \\ &= a_1 \exp[i\theta(\rho)] + a_2 \exp[-i\theta^*(\rho)], \end{aligned} \quad (4)$$

де $H_n(\rho)$ - функції Ханкеля, $\theta(\rho)$ - комплексна просторова фаза, і $k_s = k_0 \sqrt{\epsilon_s}$ - хвильове число незбуреного середовища.