# ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

## СПЕКТРАЛЬНЫЙ МЕТОД УВЕЛИЧЕНИЯ ФРАГМЕНТОВ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ.

*Хонина С.Н., Баранов В.Г.*, Котляр В.В.*
*Институт систем обработки изображений РАН,*
** Самарский государственный аэрокосмический университет.*

***Аннотация***

Рассматривается возможность увеличения фрагментов цифровых изображений для более детального просмотра методом, аналогичным оптическому увеличению в видеокамерах. Данный метод основан на экстраполяции оптического спектра изображения с добавлением весовой функции для частичной компенсации эффекта Гиббса.

Преимущество метода состоит в том, что мелкие детали изображения увеличиваются без размытия, с четким сохранением формы. В этом существенное отличие от увеличения методом билинейной интерполяции. В работе приведены численные результаты сравнения предлагаемого метода с реализованными в программном обеспечении Alchemy.

### *1. Введение*

При вводе изображений в ЭВМ происходит преобразование непрерывного изображения в дискретную форму. Таким образом в процессе дальнейшей обработки будут использоваться только значения сигнала (изображения), зафиксированные в определенных точках. Восстановить непрерывный сигнал по его дискретному представлению можно, если отсчеты выбирались в соответствии с теоремой отсчетов Котельникова [1]. Отметим, что теорема отсчетов справедлива для сигналов, спектр которых точно равен нулю вне некоторого интервала частот. Вследствие ограниченных возможностей известных алгоритмов восстановления при работе с двумерными сигналами (изображениями) частота выборки обычно должна быть существенно выше той, которая определяется результатами спектрального анализа. Так, при восстановлении сигнала с помощью кусочно-постоянной аппроксимации выборку следует осуществлять с частотой в 157 раз превышающей предельное значение по теореме Котельникова [2]. Кусочно-постоянная интерполяция является наиболее быстрой и грубой. В условиях недостаточного количества отсчетов качество изображения существенно повысится при использовании линейной или более сложной интерполяции.

Проблема повышения разрешающей способности возникает также при формировании изображений оптическими системами. Ограничение спектра сигнала в системе формирования приводит к исчезновению высокочастотных составляющих в наблюдаемом изображении. Для сигналов, удовлетворяющих теореме Винера-Пэли [3], спектр может быть единственным образом экстраполирован как угодно далеко за пределы полосы пропускания системы формирования. В результате появляется возможность достижения цифровым способом сколь угодно высокой разрешающей способности. Известные методы аналитического продолжения спектра основаны на разложении анализируемой функции в различные функциональные ряды. Наиболее удобным может быть разложение по системе сфероидальных волновых функций [4], так как они обладают двойной ортогональностью: на симметричном ограниченном и неограниченном интервале [5]. Альтернативой метода аналитического продолжения спектра на основе сфероидальных волновых функций является итерационный алгоритм Гершберга-Папулиса, приводящий к однозначному решению в случае отсутствия шумов [6].

В данной работе для увеличения фрагментов изображений при более детальном их просмотре предлагается использовать экстраполяцию Фурье спектра изображения нулями. Такую экстраполяцию можно рассматривать как первую итерацию алгоритма Гершберга-Папулиса. Дополнение спектра нулями, обеспечивая высокую скорость обработки изображений, в то же время вносит нежелательный эффект Гиббса. Он проявляется в наложении осцилляций яркости, которые становятся особенно заметны на больших участках изображения с равномерной яркостью. Частично компенсировать данный эффект можно весовой обработкой спектра изображения. В качестве весовой функции предлагается функция типа гауссовой, выбор параметров которой будет определять степень когерентности моделируемой оптической масштабирующей системы [7].

### *2. Теоретическое обоснование*

Для преобразования непрерывных сигналов в цифровую форму прибегают к дискретизации сигналов. Самый распространенный способ дискретизации сигналов основывается на теореме отсчетов: сигналы, спектр Фурье которых равен нулю за пределами интервала $(-\omega_0, \omega_0)$, могут быть путем интер-

поляции восстановлены по своим отсчетам, взятым с шагом $T \le 1/(2\omega_0)$.

Обозначим $f_n(t)$ дискретное представление непрерывного сигнала $f(t)$:

$$f_n(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \quad (1)$$

тогда Фурье-образ дискретного сигнала $F_n(\omega)$:

$$F_n(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_n(t) \exp[-i2\pi\omega\, t]dt \quad (2)$$

соответствует свертке Фурье-образа непрерывного сигнала $F(\omega)$ с Фурье-образом гребенки Дирака:

$$F_n(\omega) = F(\omega) \otimes \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{n}{T}\right) = \\ = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\omega - \frac{n}{T}\right) = 2\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - 2\omega_0 n) \quad (3)$$

где $\otimes$ - символ свертки.

Таким образом, спектр дискретного сигнала представляет собой периодическое повторение (с периодом $2\omega_0$) спектра непрерывного сигнала. Рис. 1 иллюстрирует ситуацию когда шаг дискретизации $T=1/(2\omega_0)$ (рис. 1а), и $T'>1/(2\omega_0)$ (рис. 1б).

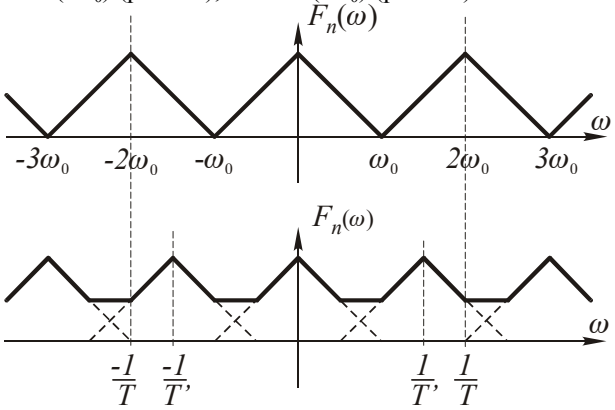


*Рис. 1. Эффект наложения спектров при дискретизации с шагом большим, чем определяет теорема Котельникова.*

Из рис. 1 видно, что в первом случае (рис. 1а) по дискретному спектру можно точно определить непрерывный спектр, а следовательно и восстановить непрерывный сигнал. Во втором случае (рис. 1б) это невозможно из-за наложения «хвостов» - высокочастотные составляющие спектра непрерывного сигнала попадают в область более низких частот в спектре дискретного сигнала, и часть информации, содержащейся в непрерывном сигнале, необратимо теряется при дискретизации.

Учитывая (3) определить спектр непрерывного сигнала $F(\omega)$ по спектру дискретного сигнала $F_n(\omega)$ можно следующим образом:

$$F(\omega) = F_n(\omega) \cdot H(\omega) = \\ = F_n(\omega) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{\omega + \omega_0}{2\omega_0}\right), \quad (4)$$

$$\mathrm{rect}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x < 1 \\ 0, & \textit{иначе} \end{cases}$$

Тогда непрерывный сигнал находится через обратное преобразование Фурье:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_n(\omega) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{\omega + \omega_0}{2\omega_0}\right) \times \\ \times \exp(i2\pi t\omega) d\omega, \quad (5)$$

что соответствует свертке Фурье-образов:

$$f(t) = f_n(t) \otimes h(t) = \\ = f_n(t) \otimes 2\omega_0 \,\mathrm{sinc}(2\pi\omega_0 t) = \\ = 2\omega_0 \int_{-\infty}^{\infty} f_n(\tau) \,\mathrm{sinc}[2\pi\omega_0 (t - \tau)] d\tau, \quad (6)$$

где $\mathrm{sinc}(x) = \dfrac{\sin(\pi x)}{\pi x}$.

Учитывая (1) выражение (6) можно переписать в следующем виде:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT) \,\mathrm{sinc}[2\pi\omega_0 (t - nT)]. \quad (7)$$

Для последовательностей конечной длины соотношение (7) можно аппроксимировать с помощью пары прямого и обратного сдвинутого дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [1]. Интерполяцию дискретного сигнала можно производить также с помощью стандартного ДПФ, симметрично дополняя спектр сигнала нулями до длины, во столько раз превышающей длину исходного спектра, сколько требуется дополнительных отсчетов на один отсчет исходного сигнала.

Действительно, пусть дискретный сигнал состоит из $N$ отсчетов, тогда производя замену непрерывных переменных на дискретные: $t=nT$, $\omega=m2\omega_0/N$, получим:

$$f_n = \sum_{m=-N/2}^{N/2} F_m \exp\left(i2\pi \frac{nm}{N}\right) \quad (7)$$

и для промежуточных отсчетов $t = \dfrac{n}{k} T$:

$$f_{n,k} = \sum_{m=-kN/2}^{kN/2} F_{m,k} \exp\left(i2\pi \frac{nm}{kN}\right) \\ F_{m,k} = \begin{cases} F_m, & m \in [-N/2, N/2] \\ 0, & \textit{иначе} \end{cases}, \quad (8)$$

где $kN$ – новая размерность спектра. При $kN=2^{p+l}$ пропорциональном степени двойки данный алгоритм легко реализуется с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Экстраполяция спектра используется также для повышения разрешающей способности при формировании изображений оптическими системами. Используя дополнительную априорную информацию о сигнале можно единственным образом решить задачу аналитического продолжения спектра за полосу пропускания системы формирования.

Например, если функция ограничена на некотором интервале, кусочно-непрерывна и интегрируема на этом интервале, то ее спектр является аналитической функцией [3]. Следовательно, при знании спектра сигнала в некоторой области его можно экстраполировать на всю комплексную область, в частно-

сти, разложением в некоторый функциональный ряд. В [4] приведена процедура разложения по системе сфероидальных волновых функций, обладающих двойной ортогональностью: на симметричном ограниченном и неограниченном интервале. Метод аналитического продолжения в чистом виде чрезвычайно чувствителен к шумам, что приводит к необходимости принимать специальные меры по ограничению числа членов ряда, введению весовых коэффициентов.

Если применять итерационный алгоритм Гершберга-Папулиса, то используется та же априорная информация – принадлежность к классу финитных функций и знание низкочастотной составляющей спектра. Способы управления сходимостью итерационного алгоритма и регуляризации в присутствии шумов подробно рассмотрены в [8]. В этом случае дополнение спектра нулями по формуле (8) можно рассматривать как первую итерацию.

При этом нужно отметить, что экстраполяция спектра нулями, обеспечивая высокую скорость обработки изображений, в то же время вносит нежелательный эффект Гиббса, который особенно заметен при детальном рассмотрении больших участков изображения с равномерной яркостью. Частично компенсировать данный эффект можно весовой обработкой спектра изображения. Конкретный вид весовой функции можно задавать из различных соображений.

Так, например, из теории статистической оптики [7] известно, что когерентная оптическая система линейна по амплитуде, в то время как некогерентная система линейна по интенсивности. То есть, частотно-передаточная функция (ЧПФ) некогерентной оптической системы равна Фурье-преобразованию от функции интенсивности импульсного отклика и, следовательно, свертке функций зрачка. Функцией зрачка в нашем случае выступает прямоугольная функция:

$$H(\omega) = \mathrm{rect}\left(\frac{\omega+\omega_0}{2\omega_0}\right) \otimes \mathrm{rect}\left(\frac{\omega+\omega_0}{2\omega_0}\right) =$$

$$= \Lambda\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right), \quad , \qquad (9)$$

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1-|x|, & |x|<1 \\ 0, \ \textit{иначе}, \end{cases}$$

здесь $H(\omega)$ – ЧПФ некогерентной оптической системы.

Вид частотно-передаточной функции для некогерентной оптической системы приведен на рис. 2. Видно, что она охватывает в два раза более широкий диапазон частот, чем функция прямоугольного окна, одновременно подавляя высокие частоты.

Подавление высоких частот также применяется для устранения строб-эффекта [9], состоящего в неточном восстановлении сигнала из-за наложения «хвостов» спектра. В этом случае часто используют в качестве ЧПФ гауссовую функцию [1]:

$$H(\omega) = \exp\left(-\frac{|\omega|^2}{\omega_c^2}\right), \qquad (10)$$

где $\omega_c$ – параметр, определяющий эффективный размер весовой функции или функции зрачка.

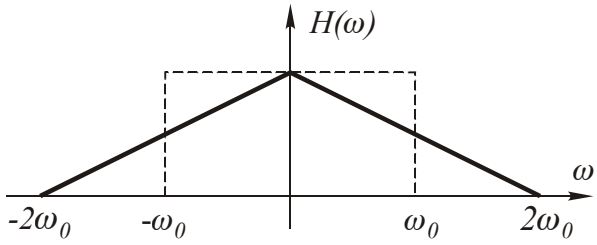


*Рис. 2. Частотно-передаточная функция для когерентной (штриховая линия) и некогерентной (сплошная линия) оптических систем.*

В данной работе предлагается использовать весовую функцию типа «супергауссовой»:

$$H(\omega) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{|\omega|^n}{\omega_c^n}\right), & 0 \le |\omega| \le \omega_0 \\ 0, \ \textit{иначе} \end{cases} \qquad (11)$$

Такая функция позволяет охватить широкий диапазон ЧПФ. Действительно, при $n$=1 она близка к «треугольной» функции (9) некогерентной оптической системы, при $n$=2 это гауссовая функция (10), с ростом параметра $n$ она приближается к прямоугольной функции (4) и совпадает с ней при $n$=∞. Второй параметр $\omega_c$ позволяет регулировать степень подавления высоких частот.

На рис. 3 приведен вид функции (11) для различных значений параметра $n$ при $\omega_c$=$\omega_0$=1.

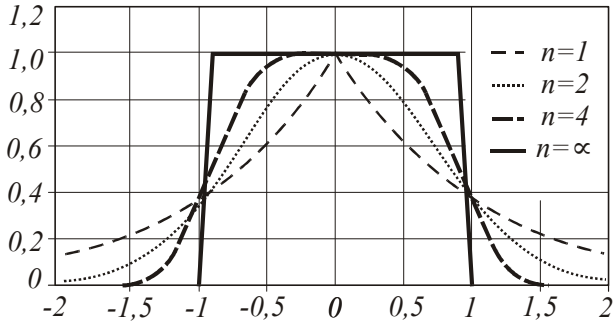


*Рис. 3. Вид весовой функции (11) для различных значений параметра* n *при* $\omega_c$=$\omega_0$=1.

Рисунок 4 служит иллюстрацией различных методов интерполяции изображений, упомянутых выше: прямоугольная интерполяция (рис. 4а), интерполяция, реализованная в программном обеспечении Alchemy - билинейная (рис. 4б) и квадратичная (рис. 4в), увеличение, полученное экстраполяцией спектра нулями и умножением на весовую функцию с параметрами: $n$=∞ – соответствует прямоугольному окну (рис. 4г), $n$=1, $\omega_c$=$\omega_0$ – соответствует треугольному окну (рис. 4д), $n$=8, $\omega_c$=0.9$\omega_0$ – соответствует «супергауссовому» окну (рис. 4е).

Видно, что прямоугольная интерполяция, обладая наилучшими скоростными характеристиками, является самой грубой. Билинейная интерполяция,

улучшая качество, требует больших затрат времени. Для сплайн-интерполяции нужно еще больше времени. Во всех случаях параметры «качество»-«скорость» носят конкурирующий характер.

В случае спектрального метода временные затраты примерно одинаковы и обусловлены выполнением прямого и обратного БПФ.

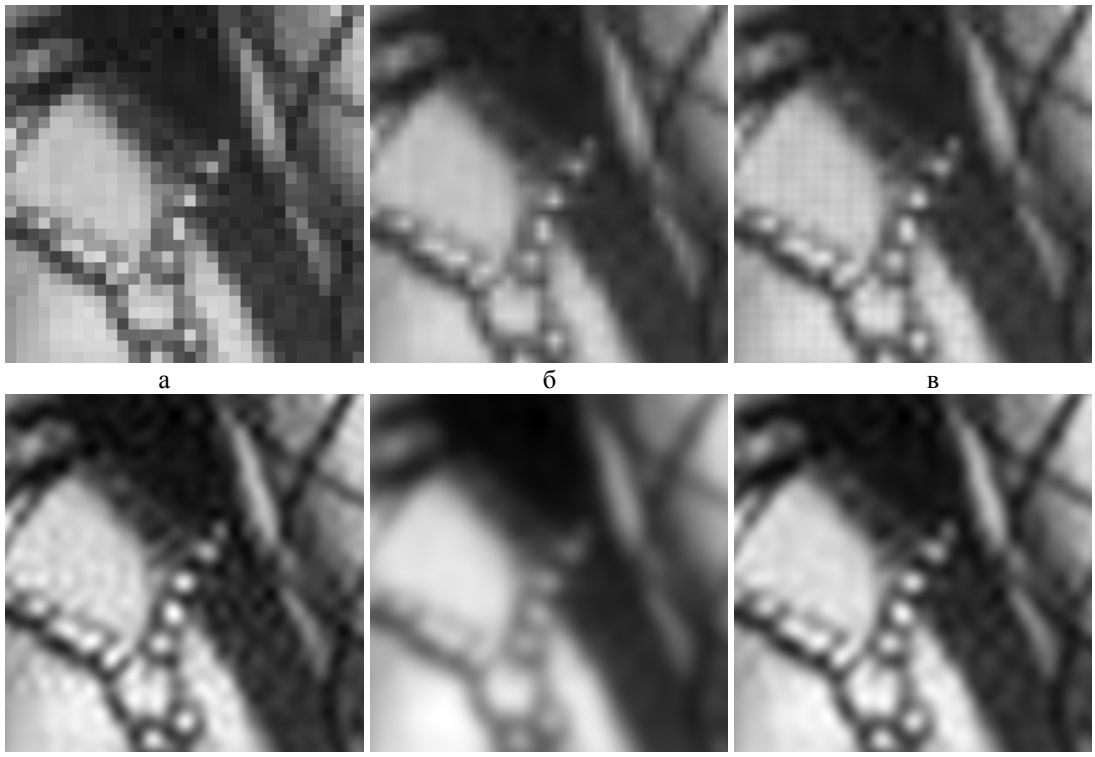


*Рис. 4. Увеличение фрагмента изображения в 8 раз различными методами: прямоугольная интерполяция (рис. 4а), интерполяция, реализованная в программном обеспечении Alchemy - билинейная (рис. 4б) и квадратичная (рис. 4в), «сверхразрешение», полученное экстраполяцией спектра нулями и умножением на весовую функцию с параметрами:* n=$\infty$ *– прямоугольное окно, когерентный случай (рис. 4г),* n=*1,* $\omega_c=\omega_0$ *– треугольное окно, некогерентный случай (рис. 4д),* n=*8,* $\omega_c=0.9\omega_0$ *– «супергауссовое» окно, случай частичной когерентности (рис. 4е).*

На рис. 4г хорошо виден спекл-эффект (эффект Гиббса), возникающий при использовании прямоугольной весовой функции. Видно также и преимущество метода экстраполяции спектра, состоящее в том, что мелкие детали изображения увеличиваются без размытия, с четким сохранением формы. В этом существенное отличие от масштабирования методом билинейной интерполяции. Чтобы достичь таких результатов нужно проводить интерполяцию сплайнами не ниже третьего порядка, что требует много времени.

Спекл-эффект полностью отсутствует при использовании треугольной весовой функции (рис. 4д), однако все детали выглядят размытыми. Компромиссный результат достигается при использовании «супергауссового» окна (рис. 4е). Подбору оптимальных параметров посвящен следующий раздел.

### *3. Численные результаты*

Для оценки качества масштабирования изображений был проведен ряд численных экспериментов по оценке среднеквадратичной погрешности. Предлагаемый спектральный алгоритм сравнивался с алгоритмами, реализованными в Alchemy.

В качестве эталонного изображения было взято полутоновое изображение с участками как резкого, так и плавного перепада яркости размером 512×512, 256 градаций серого. Изображения прореживались до размеров 256×256, 128×128, 64×64, а затем восстанавливались разными методами до исходного размера. Среднеквадратичная погрешность восстановления определялась по формуле:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^{N_0}\left(f_{ij}-a_{ij}\right)^2}{\sum_{i,j=0}^{N_0} a_{ij}^{\,2}}}, \qquad (12)$$

где $a_{ij}$ и $f_{ij}$ – отсчеты эталонного и восстановленного изображений, соответственно, $N_0$=512.

При реализации спектрального алгоритма для изображения $N\times N$ выполнялось прямое БПФ. Для ускорения данной операции была учтена симметрия спектра от вещественного сигнала. Затем полученный спектр умножался на функцию:

$$\exp\left(-\frac{|x|^n+|y|^n}{(rN/2)^n}\right),$$
$$|x|,|y|\in\left[0;\frac{N}{2}-1\right],\quad r\in[0;1], \tag{13}$$

где $r=\omega_c/\omega_0$. Таким образом, погрешность спектрального алгоритма зависит от двух параметров: $n$ и $r$. Обратное БПФ выполнялось с учетом дополнения нулями до размера $N_0\times N_0$.

Для определения сложности алгоритма можно воспользоваться оценкой сверху [10] для общего количества операций двумерного БПФ:

$$S_{БПФ}\le 2N(5N\log_2 N-9N). \tag{14}$$

Тогда для обратного БПФ с дополнением нулями в $k$ раз - $N_0=kN$:

$$S_{ОБПФ}\le 2N(5kN\log_2 kN-9kN),$$

и общая сложность спектрального алгоритма с учетом домножения на весовую функцию:

$$S_C\le N^2\left[2(k+1)(5\log_2 N-9)+\right.$$
$$\left.+10k\log_2 k+1\right]. \tag{15}$$

Можно сравнить выражение (15), например, со сложностью билинейной интерполяции:

$$S_Л\le 12(k-1)^2N^2. \tag{16}$$

Отношение $S_C/S_Л$ будет расти с ростом $N$ и уменьшаться с ростом $k$. В Таблице 1 приведены значения отношения $S_C/S_Л$ для некоторых значений $N$ и $k$. Видно, что спектральный алгоритм становится выигрышным по скорости в случае крупномасштабного увеличения изображений небольшой размерности.

*Таблица 1. Значения отношения $S_C/S_Л$ для некоторых значений* N *и* k.

| **k** / **N** | **2** | **4** | **8** |
|---|---|---|---|
| **64** | 3 | 1.5 | 0.8 |
| **128** | 3.7 | 1.8 | 0.9 |
| **256** | 4.3 | 2 | 1 |

На рис. 5 приведены графики зависимости среднеквадратичной погрешности (12) от параметров $n$ и $r$ при восстановлении изображения прореженного в 2 раза. На основе двумерного массива (рис. 5а) были получены одномерные графики зависимости минимальной по $n$ среднеквадратичной погрешности от параметра $r$ (рис. 5б) и минимальной по $r$ среднеквадратичной погрешности от параметра $n$ (рис. 5в). Особый случай, когда спектр не умножается на весовую функцию, а просто дополняется нулями (соответствует $n=\infty$), также представлен на графиках в качестве последнего отсчета, что отражается на графиках скачком. Абсолютный минимум достигается при $n$=2, $r$=0,85.

На рис. 6а, б приведены графики зависимости минимальной по $n$ среднеквадратичной погрешности от параметра $r$ при восстановлении изображения прореженного в 4 и 8 раз, соответственно. Зависимость минимальной погрешности от параметра $n$ носит аналогичный характер, что на рис. 5в.

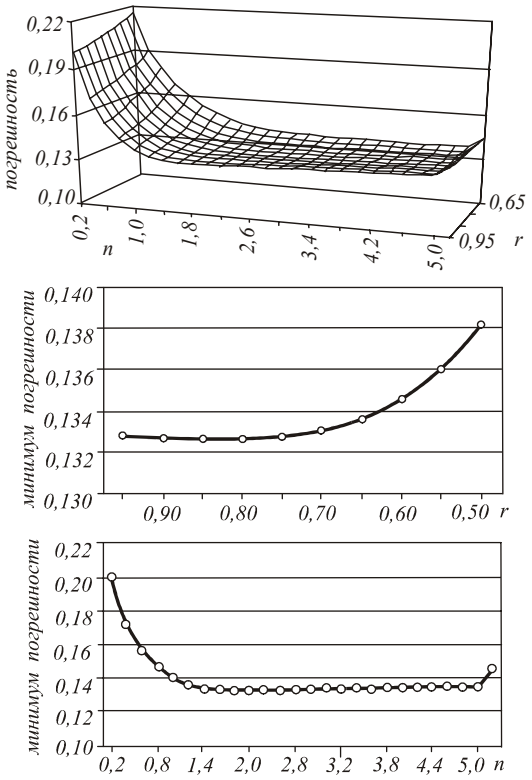


*Рис. 5. Двумерный график зависимости среднеквадратичной погрешности от параметров* n *и* r *при восстановлении изображения прореженного в 2 раза (а), и одномерные графики зависимости минимальной погрешности от параметра* r *(б) и* n *(в).*

Из графиков зависимости минимума погрешности от параметра $r$ видно, что при увеличении коэффициента масштабирования оптимальное значение параметра смещается в сторону уменьшения, то есть необходимо все больше подавлять высокие частоты.

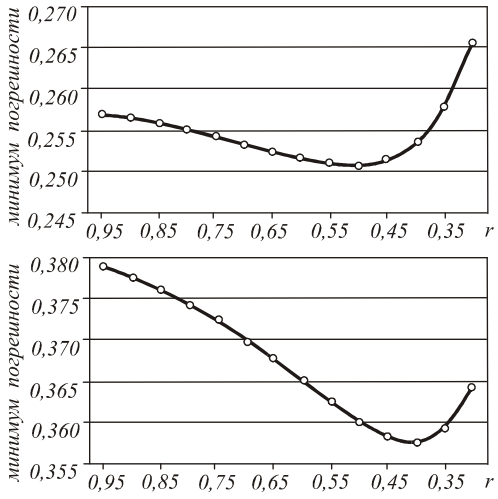


*Рис. 6. Графики зависимости минимальной по* n *среднеквадратичной погрешности от параметра* r *при восстановлении изображения прореженного в 4 (а) и 8 раз (б).*

В Таблице 2 приведены сравнительные результаты по среднеквадратичной ошибке восстановления прореженного изображения участка дороги (рис. 7) для методов интерполяции, реализованных в Alchemy и спектрального метода.

*Таблица 2. Среднеквадратичная ошибка восстановления для методов интерполяции, реализованных в Alchemy и спектрального метода.*

| Размер увеличения | Способ интерполяции | | |
|---|---|---|---|
| | Билинейная | Квадратичная | Спектральная |
| 2 | 0,091845 | 0,093908 | 0,132635 ($n$=2, $r$=0,85) |
| 4 | 0,190725 | 0,200443 | 0,250748 ($n$=2.2, $r$=0,5) |
| 8 | 0,303959 | 0,323316 | 0,357678 ($n$=2.2, $r$=0,4) |

На рис. 7 приведены результаты увеличения изображения участка дороги (рис. 7а) в 4 раза методами интерполяции, реализованными в Alchemy и спектральным методом. Для демонстрации спекл-эффекта на изображение были дополнительно внесенными области с чистым белым и черным цветом.

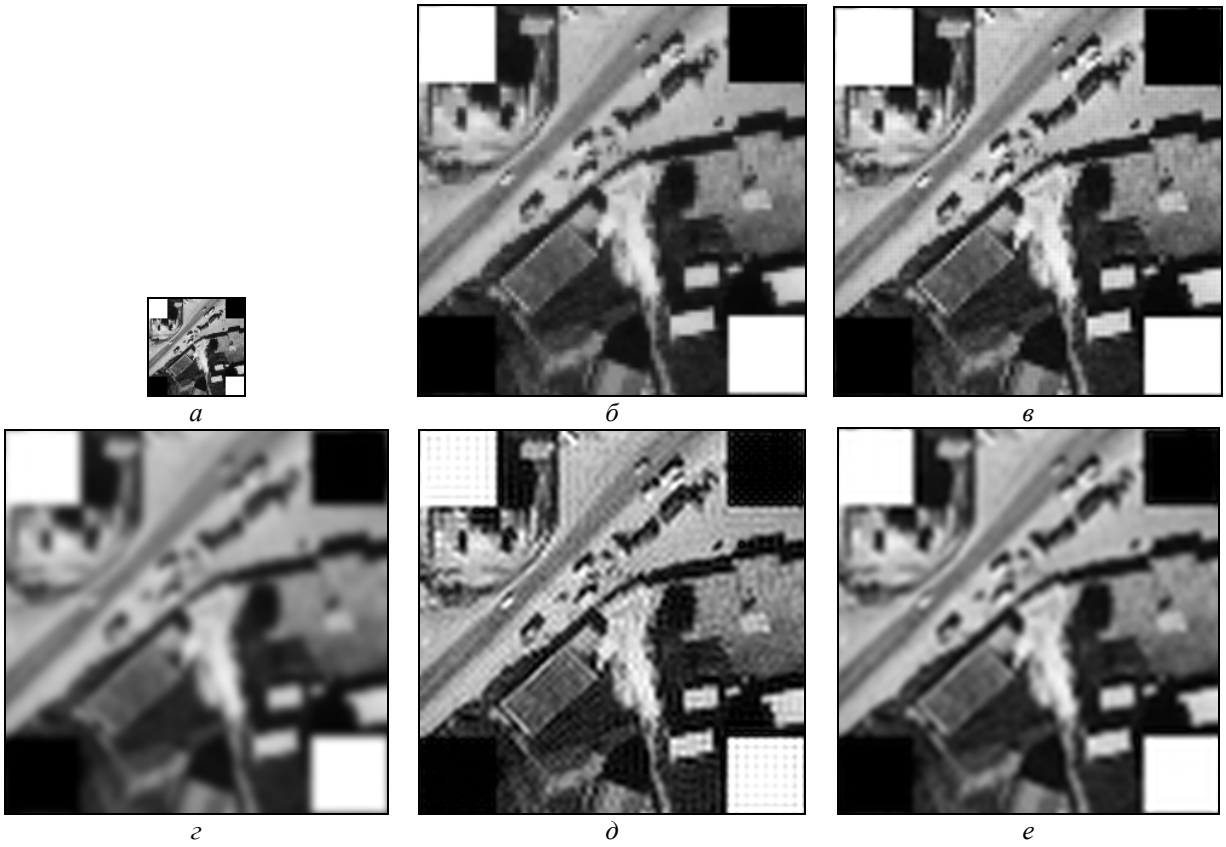


*Рис. 7. Увеличение изображения участка дороги (а) в 4 раза различными методами: интерполяцией, реализованная в программном обеспечении Alchemy - билинейная (б) и квадратичная (в), и спектральным методом - с минимальной среднеквадратичной погрешностью (г), с максимальным контрастом (д), и с минимальным значением отношения погрешность/контраст (е).*

Из Таблицы 2 видно, что во всех случаях среднеквадратичная ошибка восстановления спектральным методом хуже, чем для методов интерполяции по отсчетам изображения. Однако, нужно отметить, что параметр среднеквадратичной ошибки не совсем корректно отражает качество изображения, воспринимаемое человеческим глазом. Например, квадратичная интерполяция дает более высокую погрешность, хотя качество изображения мелких деталей лучше (см. рис. 7б,в). Это связано с тем, что кривая, построенная между двумя точками, может претерпевать колебания [2], незаметные глазу, но существенно влияющие на погрешность. Для спектрального метода вклад таких колебаний еще выше.

Самую высокую погрешность и в то же время наилучший вид мелких деталей (контраст) дает спектральный метод при $n=\infty$, а наименьшая погрешность соответствует «размытому» изображению с наилучшим видом участков с ровной яркостью (см. рис.7).

Таким образом, целесообразно ввести еще один параметр качества изображения – контраст:

$$K = \frac{\left\langle \max\limits_{i,j\in D} f_{ij} - \min\limits_{i,j\in D} f_{ij} \right\rangle}{f_{\max} + f_{\min}}, \qquad (17)$$

где $D$ – скользящее окно, <…> - знак усреднения по всему изображению.

На рис. 8 приведены графики зависимости контраста (17) от параметров $n$ и $r$ при восстановлении изображения прореженного в 2 раза. На основе двумерного массива (рис. 8а) были получены одномерные графики зависимости максимального по $n$ контраста от параметра $r$ (рис. 8б) и максимального по $r$ контраста от параметра $n$ (рис. 8в). Абсолютный максимум контраста достигается при $n=\infty$ и $r=1$.

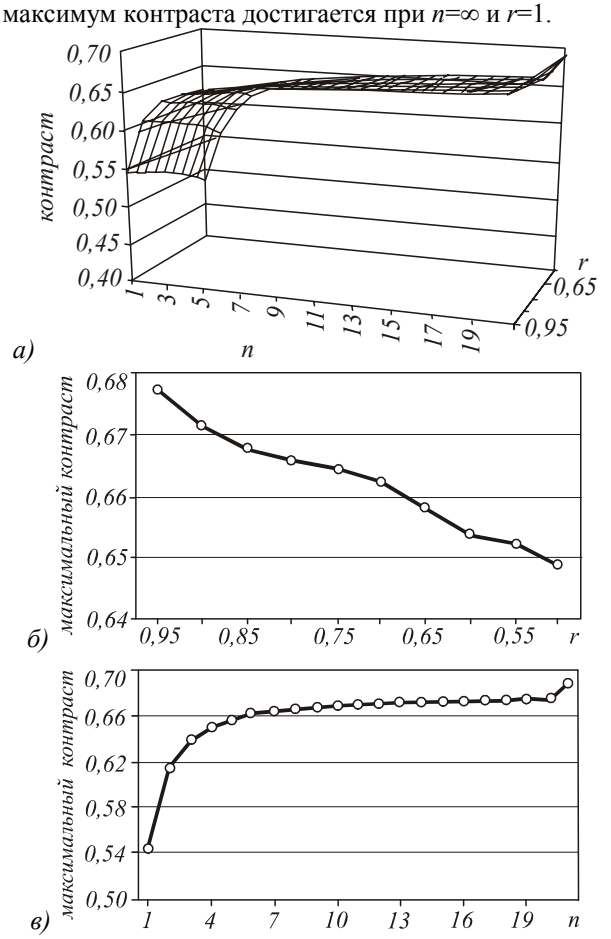


*Рис. 8. Двумерный график зависимости контраста от параметров* n *и* r *при восстановлении изображения прореженного в 2 раза (а), и одномерные графики зависимости максимального контраста от параметра* r *(б) и* n *(в).*

Для определения наилучших “компромиссных“ параметров использовалась величина отношения погрешность/контраст:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{K}. \qquad (18)$$

На рис. 9 приведены графики зависимости отношения погрешность/контраст (18) от параметров $n$ и $r$ при восстановлении изображения прореженного в 2 раза. На основе двумерного массива (рис. 9а) были получены одномерные графики зависимости минимального по $n$ отношения ε от параметра $r$ (рис. 9б) и минимального по $r$ отношения ε от параметра $n$ (рис. 9в). Абсолютный минимум достигается при $r=0.7$ и $n=\infty$. Однако, так как (см. рис. 9в) для $n\geq 4$ изменения практически не существенны, то можно считать “компромиссными“ параметрами при увеличении в 2 раза $r=0.7$ и $n=4$.

На рис. 10а,б приведены графики зависимости минимального по $n$ отношения погрешность/контраст от параметра $r$ при восстановлении изображения прореженного в 4 и 8 раз, соответственно. Зависимость минимальной погрешности от параметра $n$ носит аналогичный характер, что на рис. 9в.

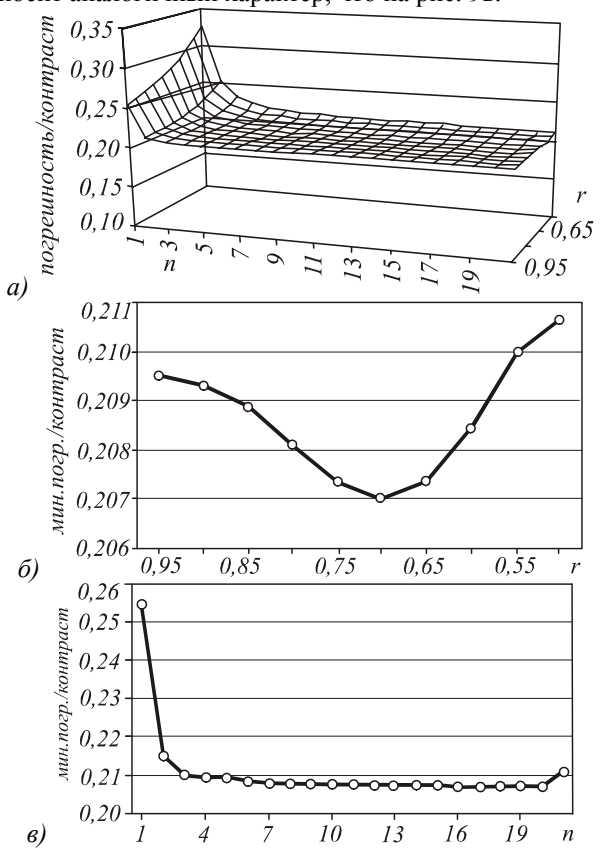


*Рис. 9. Двумерный график зависимости отношения погрешность/контраст ε от параметров* n *и* r *при восстановлении изображения прореженного в 2 раза (а), и одномерные графики зависимости минимального отношения ε от параметра* r *(б) и* n *(в).*

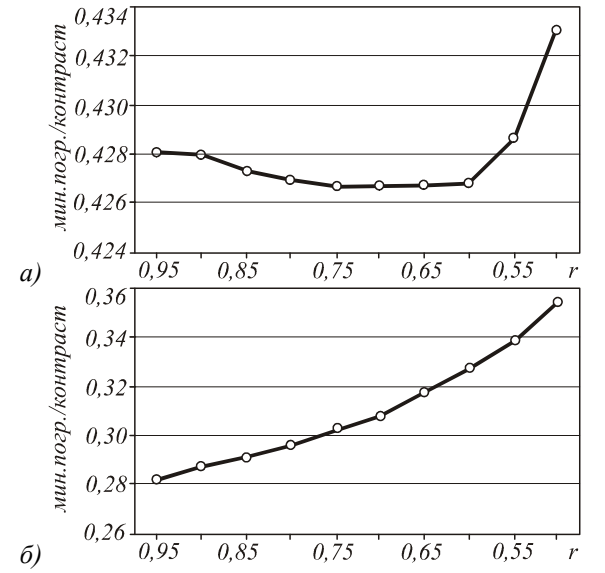


*Рис. 10. Графики зависимости минимального по* n *отношения ε от параметра* r *при восстановлении изображения прореженного в 4 (а) и 8 раз (б).*

Из графиков зависимости минимума отношения ε от параметра $r$ видно, что при увеличении коэффициента масштабирования оптимальное значение параметра смещается в сторону увеличения, то есть для детальной визуализации необходимо захватывать все больший диапазон частот.

"Компромиссные" параметры при увеличении в 4 раза - $r$=0.75, $n$=4 (см. рис. 7е), а при увеличении в 8 раз - $r$=0.95, $n$=8.

В Таблице 3 приведены сравнительные результаты масштабирования изображения участка дороги (рис. 7) по отношению ε для методов интерполяции, реализованных в Alchemy и спектрального метода.

*Таблица 3. Отношение погрешность/контраст ε для методов интерполяции, реализованных в Alchemy и спектрального метода.*

| Размер увеличения | Способ интерполяции | | |
|---|---|---|---|
| | Билинейная | Квадратичная | Спектральная |
| 2 | 0,147468 | 0,140684 | 0,206983 ($n$=4, $r$=0,7) |
| 4 | 0,320516 | 0,303223 | 0,426507 ($n$=4, $r$=0,75) |
| 8 | 0,557125 | 0,521775 | 0,681074 ($n$=8, $r$=0,95) |

Из таблицы 3 видно, что критерий отношение погрешность/контраст более правильно отражает оценку качества изображения при зрительном восприятии, так как квадратичная интерполяция (лучшая визуально) имеет минимальные значения. В данной работе рассматривался наиболее быстрый вариант спектрального алгоритм. При дополнительных затратах времени можно улучшить качество восстановления спектральным методом либо дополнительными итерациями, либо продолжением спектра не нулями, а некоторой аналитической функцией.

### *4. Программное обеспечение*

Программное обеспечение OPT_ZOOM предназначено для увеличения фрагментов изображений методом, аналогичным оптическому увеличению в видеокамерах. Данный метод основан на аподизации и экстраполяции оптического спектра изображения.

Преимущество метода состоит в том, что мелкие детали изображения увеличиваются без размытия, с четким сохранением формы. Для частичной компенсации спекл-эффекта используется аподизация Фурье-спектра с помощью экспоненциальной весовой функции (13).

OPT_ZOOM работает со стандартными bmp-изображениями и предполагает обработку черно-белых квадратных изображений, размер которых в пикселах кратен степени 2.

Предназначенный для увеличения фрагмент задается по нажатию правой кнопки мыши. При этом положение курсора мыши определяет центр фрагмента (см. рис.11). Одновременно по нажатию правой кнопки мыши появляется окно, позволяющее выбрать кратность быстрого увеличения – 200%, 400%, 800%, либо вернуться к исходному изображению – 100%. При наличии достаточного количества оперативной памяти любой фрагмент размером 128×128 пиксел увеличивается в 2 раза за 1.5 сек; размером 64×64 пиксел в 4 раза за 2.2 сек; размером 32×32 пиксел в 8 раз за 3.5 сек (значения приведены для PENTIUM-200). Для сравнения ALCHEMY увеличивает изображение размером 128×128 пиксел в 2 раза за 2 сек.

OPT_ZOOM позволяет также передвигаться по изображению в режиме увеличения. При нажатии левой кнопки мыши точка увеличенного фрагмента, на которую указывает курсор мыши становится центром нового фрагмента, который будет иметь то же увеличение, что и предыдущий.




*Рис. 11. Вид экрана при работе с программой OPT_ZOOM.*

Выбор параметров экспоненциальной весовой функции осуществляется через меню PARAMETERS: Radius – радиус обрезания высоких частот спектра, диапазон от 0 до 1: 1- работают все частоты спектра; Power – степень супергауссовой функции.

Программное обеспечение OPT_ZOOM работает в операционной среде WINDOWS, написано на языке высокого уровня BORLAND DELPHI_3.0.

### *Заключение*

В данной работе получены следующие результаты:

- разработан быстрый алгоритм увеличения фрагментов изображений для более детального их просмотра, основанный на экстраполяции оптического спектра изображения нулями с умножением на весовую функцию для частичной компенсации спекл-эффекта;
- проведено сравнение предлагаемого алгоритма с алгоритмами линейной и квадратичной интерполяции, реализованными в программе Alchemy;
- на численных примерах определены оптимальные параметры весовой функции по критерию минимума отношения погрешность/контраст;

- разработано программное обеспечение OPT_ZOOM для операционной среды WINDOWS.

***Литература***


1. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. - М.: Сов. радио, 1979. – 312с.
2. Павлидис Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 400 с.
3. Винер Н., Пэли Р. Преобразование Фурье в комплексной плоскости: Пер. с англ. – М.: Наука, 1964. – 267 с.
4. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.
5. D. Slepian, H.O. Pollak, Prolate spheroidal wave functions. Fourier Analysis and Uncertainty – I, The Bell System Technical Journal, 1961, v. 40, p.43-46.
6. Youla D. C. Image restoration by the method of convex projections. PI. Theory. – IEEE Trans., 1982, v. MI-I, No 2, p. 81-95.
7. Гудмен Дж. Статистическая оптика. М.: Мир, 1988
8. Soifer V.A., Kotlyar V.V., Doskolovich L.L. Iterative methods for diffractive optical elements computation. London: Taylor & Francis, 1997.
9. Игнатьев Н.К. О стробоскопических явлениях в кино и телевидении. – Техника кино и телевидения, 1957, № 8, с. 21.
10. Власенко В.А., Лаппа Ю.М., Ярославский Л.П. Методы синтеза быстрых алгоритмов свертки и спектрального анализа сигналов. – М.: Наука, 1990. – 160 с.