

А. А. Ж е р д е в, А. В. Г о р я ч е в,
В. Г. Ж у л и н, П. А. Г о р я ч е в

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ЛЕДЯНЫХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ ИХ ДВИЖЕНИИ ВНУТРИ КАНАЛОВ ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СТЕНДА И В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Рассмотрены физические особенности формирования ледяных наростов в авиадвигателе в условиях существования ледяных кристаллов и смеси фаз влаги в атмосфере. Разработана математическая модель процесса фазовых превращений ледяных кристаллов при их движении по тракту газотурбинного двигателя. Предложена компоновка оборудования для проведения испытаний двигателя в условиях ледяных кристаллов и смеси фаз.

E-mail: goryachev.pavel@yandex.ru

Ключевые слова: обледенение, ледяные кристаллы, смешанная фаза, сертификационные испытания, газотурбинный двигатель, фазовые превращения.

Важным аспектом безопасности полетов является обеспечение надежной работы двигателя в условиях обледенения. Хорошо известно явление обледенения летательных аппаратов (ЛА) в условиях атмосферных облаков, содержащих жидкие переохлажденные капли воды. Это так называемые условия классического обледенения, они достаточно хорошо изучены, разработаны методики и программы расчета процесса обледенения, существуют методики испытаний авиационной техники в подобных условиях, созданы стенды для проведения таких испытаний, в том числе и сертификационных [1–5].

В отличие от условий классического обледенения, процесс обледенения ЛА и двигателя в условиях облаков, содержащих ледяные кристаллы (ЛК) и смешанную фазу (смесь ЛК с каплями воды), изучен значительно слабее.

В последние годы заметно большее внимание уделяется проблеме негативного влияния ЛК на двигатель. Крупнейшие авиастроительные компании мира ведут активную исследовательскую работу по изучению атмосферных облаков, содержащих ЛК, а также влиянию этих кристаллов на двигатель и элементы планера самолета. Обзор работ в данной области представлен в отчете [6]. Облака, содержащие ЛК, теперь признаются причиной повреждения двигателя, а также потери мощности, которая может сопровождаться помпажом, срывом пламени, при этом может заглохнуть двигатель. В ряде случаев наблюдалась поломка лопаток — повреждение и обрыв кромок. Выявлены многочисленные случаи отказов двигателей при попадании в облака, содержащие ЛК [7, 8], известно более ста летных происшествий.

Для обеспечения безопасности полетов ЛА в условиях облаков, содержащих ЛК, необходимо разработать:

- методы защиты двигателя от воздействия ЛК;
- методики и стендовое оборудование для проведения испытаний авиационных двигателей при имитации условий атмосферных облаков, содержащих ЛК.

Для решения указанных задач необходима разработка и верификация физической и математической моделей нарастания льда на элементах авиационного двигателя в условиях ЛК. При разработке такой модели необходима информация о состоянии среды вблизи поверхностей, на которых происходит льдообразование. Для получения такой информации должны быть разработаны физическая и математическая модели движения и фазовых превращений ледяных кристаллов внутри каналов испытательного стенда и внутри каналов авиационного двигателя. Использование данных моделей позволит определить требуемые характеристики АДТ и оптимизировать компоновку стендового оборудования при имитации атмосферного облака, содержащего ЛК.

Кроме того, данная модель позволит определять области возможно нарастания льда внутри двигателя, что особенно важно при оценке степени опасности повреждения двигателя срывающимися ледяными наростами.

Настоящая работа посвящена решению именно этой части проблемы: разработке модели фазовых превращений ЛК при их движении внутри каналов испытательного стенда и внутри каналов авиационного двигателя.

Прежде всего, рассмотрим физические основы процесса формирования льда в условиях ЛК. Рассматриваемое явление обледенения двигателя в атмосфере, содержащей ЛК, существенно отличается от условий классического обледенения. Отличия наблюдаются как в локализации ледяных наростов на двигателе, так и в физических механизмах формирования ледяных наростов.

Предполагаемые места обледенения газотурбинного двигателя в условиях жидких переохлажденных капель и в условиях ЛК представлены на рисунке.

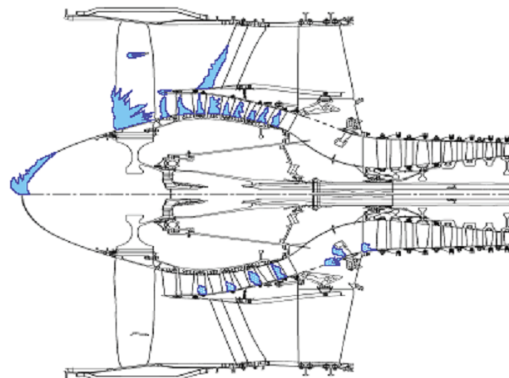
В условиях жидких переохлажденных капель ледяные наросты могут образовываться на входных элементах двигателя, на вентиляторе и первых ступенях компрессора низкого давления (КНД). В условиях ЛК может возникать обледенение КНД и первых ступеней компрессора высокого давления (КВД) (см. рисунок). Отмеченная особенность представляет существенную опасность для двигателя, поскольку формирование и срыв ледяных наростов с внутренних частей двигателя

Места размещения льда

• В обычных условиях обледенения переохлажденные капли жидкости образуют иней или гляцевый лед на поверхностях, на входе в двигатель.

Переохлажденная жидкость

Ледяные кристаллы



• В условиях кристаллического обледенения, согласно теории, лед отскакивает от холодных поверхностей и откладывается на более теплых поверхностях, расположенных вниз по потоку, вследствие более сложного термодинамического процесса.

Основные места обледенения в проточной части газотурбинного двигателя

может привести к повреждению лопаток компрессора, имеющих малые размеры и более подверженных воздействию льда.

Физика процесса формирования льда в указанных условиях изучена слабо. Модель, предложенная в работах [7, 8], заключается в следующем:

- при попадании ЛК в двигатель, кристаллы достигают зоны, где температура воздушного потока выше точки плавления льда, при этом некоторые льдинки в потоке воздуха начинают таять;
- при соударении с теплыми поверхностями двигателя, подтаявшие частицы льда прилипают к ним, подвергаются дальнейшему плавлению и формируют жидкую пленку;
- жидкая пленка способствует прилипанию влетающих ЛК, захваченные частицы начинают таять, что способствует охлаждению внутренних элементов двигателя;
- при достижении температуры элементов двигателя 0°C дальнейшее выпадение кристаллов на поверхность приводит к формированию ледяного нароста. Это явление означает, что обледенение может происходить за вентилятором и за подпорными ступенями в районе входа в КВД газогенератора двигателя. Анализ летных происшествий показывает, что формирование льда возможно в областях двигателя, где температура воздуха может достигать $30\text{--}40^{\circ}\text{C}$.

Содержание в потоке воздуха твердой кристаллической и жидкой фаз характеризуется величинами соответственно IWC (Ice Water Content) и LWC (Liquid Water Content). Общее содержание воды в потоке TWC (Total Water Content) выражается в виде суммы этих величин

$$\text{TWC} = \text{IWC} + \text{LWC},$$

где IWC — содержание воды в виде льда в 1 м^3 воздуха, г/м^3 ; LWC — содержание воды в жидкой фазе в 1 м^3 воздуха, г/м^3 , TWC — полное содержание воды в виде жидкости или льда в 1 м^3 воздуха, г/м^3 .

При наличии в потоке воздуха только твердой кристаллической фазы IWC образование льда на необогреваемых поверхностях не происходит. Кристаллы льда отражаются от холодных поверхностей без прилипания.

При наличии в теплом потоке воздуха ($t > 0^\circ\text{C}$) только жидкой капельной фазы LWC льдообразование также не происходит — нет условий для формирования льда.

Таким образом, для образования ледяных наростов требуются местные условия смешанной фазы обледенения: жидкая вода для создания влажной поверхностной пленки и лед в виде ЛК, которые прилипают к этой пленке, создавая ледяной нарост.

Разрабатываемая математическая модель предназначена для того, чтобы рассчитать те области компрессора двигателя, где создаются рассмотренные условия смешанной фазы и возникает потенциальная опасность формирования ледяных наростов. Периодически срывающийся с поверхностей компрессора лед может привести к неустойчивой работе двигателя, например к помпажу, срыву пламени или поломке двигателя.

В связи с этим на этапе проектирования двигателя следует предусмотреть конструктивные мероприятия, обеспечивающие минимизацию накопления льда на внутренних поверхностях компрессора.

На этапе сертификации проведение расчетов по данной программе позволит определить наиболее опасные условия обледенения, при которых возможно появление ледяных наростов наибольших размеров. Это позволит выдать рекомендации о проведении испытаний в ограниченных критических условиях и, тем самым, существенно сократить требуемое количество выполняемых испытаний.

Математическая модель фазовых превращений ЛК при их движении по тракту двигателя. При разработке математической модели были использованы материалы работы А.Н. Антонова [1], в которой рассматривался процесс переохлаждения и фазовых превращений капель воды при моделировании процесса классического обледенения в стендовых условиях.

При математическом моделировании кристаллического атмосферного облака рассматривается одномерное стационарное движение полидисперсной смеси кристаллов льда в воздушном потоке. Приняты следующие основные допущения: 1) все кристаллы имеют сферическую форму; 2) коагуляция отсутствует; 3) влияние кривизны поверхности кристаллов на испарение мало; 4) процессы испарения кристаллов и диффузии паров воды стационарные; 5) поле температуры

внутри кристаллов однородно; 6) паровоздушная смесь является идеальным газом; 7) давление создается только газовой фазой; 8) распределение кристаллов по размерам полидисперсное, и представляет собой функцию $f(r)$, интеграл которой по dr от 0 до r (радиус ледяного кристалла либо капли) равен отношению массы воды в единице объема воздуха в каплях/кристаллах радиуса меньшего, чем r , к массе всех капель/кристаллов в единице объема воздуха (к водности TWC).

Из 8-го допущения следует, что отношение массы капель/кристаллов с радиусом от $r - 0,5dr$ до $r + 0,5dr$ — TWC(r) водности TWC может быть описано выражением:

$$\text{TWC}(r)/\text{TWC} = f(r)dr.$$

Система состоит из следующих уравнений.

Уравнения сохранения массы и импульса газа:

$$\rho_g u_g F = Q; \quad (1)$$

$$u_g \frac{du_g}{dx} + \frac{1}{\rho_g} \frac{dp}{dx} = 0, \quad (2)$$

где ρ_g — плотность газа; u_g — скорость газа; F — площадь поперечного сечения проточной части; Q — массовый расход; p — давление; x — продольная координата.

Уравнение для времени t пребывания частиц в потоке:

$$\frac{dt}{dx} = u_g^{-1}. \quad (3)$$

Уравнение состояния для газа:

$$p = \frac{\rho_g \bar{R} T_g}{\mu_g}, \quad (4)$$

где $\bar{R}$ — универсальная газовая постоянная; T_g — температура газа; μ_g — молекулярная масса газа.

Все параметры воздушного потока по тракту двигателя считаются известными.

При составлении уравнения изменения радиуса частиц в результате испарения либо конденсации (сублимации или десублимации) паров воды используется закон Фика, который устанавливает пропорциональность диффузионного потока частиц градиенту их концентрации (плотности паров воды). Предполагается, что плотность паров воды вблизи поверхности частицы (ледяного кристалла или капли) равна плотности насыщенных паров при температуре частицы. Изменение радиуса частицы происходит за счет испарения воды с ее поверхности и диффузии этих паров во внешний поток. В случае если плотность паров воды во внешнем потоке равна плотности насыщенных паров

на поверхности частицы, то процесса диффузии не происходит и изменение радиуса частицы равно нулю. Уравнения изменения радиуса частицы имеют вид

$$R(r) = \frac{dr}{dt} = \frac{\beta^*(\rho_v - \rho_{vl}(r))}{\rho_l}, \quad \rho_v < \rho_s, \quad T_l > T_{sat}; \quad (5)$$

$$R(r) = \frac{dr}{dt} = \frac{\beta^*(\rho_v - \rho_{vs}(r))}{\rho_s}, \quad \rho_v < \rho_s, \quad T_l < T_{sat}; \quad (5a)$$

$$R(r) = 0, \quad \rho_v = \rho_s, \quad (5б)$$

где β^* — коэффициент массообмена; ρ_v , ρ_l и ρ_s — плотности водяных паров, жидкости и льда; ρ_{vl} и ρ_{vs} — плотности насыщенных водяных паров на поверхности жидкости и льда; T_l — температура жидкости; T_{sat} — температура замерзания жидкости.

Уравнения (5)–(5б) описывают процесс испарения частицы в воздух. Этот процесс может идти при наличии градиента плотности паров воды около поверхности частицы и при условии, что плотность паров воды в воздухе меньше плотности насыщенных паров при данных значениях температуры и давления. Если условие $T_l > T_{sat}$ не выполняется, то пары воды конденсируются в виде капельной влаги. В настоящей работе принято, что влага в этом случае конденсируется на поверхности частиц и процесс испарения не идет.

При записи уравнения изменения температуры частицы во времени учитывалось, что изменение количества теплоты Q_l , подведенного к частице, происходит за счет конвективного теплообмена с окружающей средой ($Q_{конв} = \alpha S \Delta T$) и теплоты фазового перехода $Q_{фаз.перех}$:

$$Q_l = Q_{конв} - Q_{фаз.перех};$$

$$Q_l = V_{капли} \rho_l C_{pl} \Delta T_l;$$

$$Q_{конв} = \alpha S (T_g - T_l);$$

$$Q_{фаз.перех} = L_{lv} \Delta V_{капли} \rho_l.$$

Учитываем, что зависимостью теплоемкости воды от температуры в рассматриваемом температурном интервале можно пренебречь. С учетом сделанных упрощений уравнение для изменения температуры частицы до начала процесса замерзания/плавления записывается следующим образом:

$$\frac{dT_l(r)}{dt} = \frac{3}{2} \frac{Nu(r) \lambda_g}{\rho_l c_{pl} r^2} (T_g - T_l(r)) + \frac{3 L_{lv}}{c_{pl} r} \frac{dr}{dt}, \quad (6)$$

где Nu — число Нуссельта; λ_g — коэффициент теплопроводности газа; L_{lv} — удельная теплота испарения; c_{pl} — теплоемкость жидкости при постоянном давлении.

При замерзании/плавлении уравнение имеет вид

$$\frac{d(\Delta i(r))}{dt} = \frac{3}{2} \frac{\text{Nu}(r)\lambda_g}{\rho_{ls}r^2} (T_g - T_l(r)) + \frac{3L_{lv}}{r} \frac{dr}{dt}, \quad T_l = 273 \text{ K}, \quad (6a)$$

$$\rho_{ls} = \rho_l (1 - \Delta i/L_{ls}) + \rho_s \Delta i/L_{ls}, \quad \Delta i < L_{ls},$$

где Δi — изменение энтальпии; L_{ls} — удельная теплота плавления льда.

В замерзшем состоянии

$$\frac{dT_s(r)}{dt} = \frac{3}{2} \frac{\text{Nu}(r)\lambda_g}{\rho_s c_{ps} r^2} (T_g - T_s(r)) + \frac{3L_{sv}}{c_{ps} r} \frac{dr}{dt}, \quad \Delta i \geq L_{ls}, \quad (6b)$$

где c_{ps} — теплоемкость льда при постоянном давлении; L_{sv} — удельная теплота сублимации; T_s — температура льда.

Уравнение (6) соответствует процессу охлаждения капли до температуры замерзания. Уравнение (6a) описывает процесс замерзания капли, уравнение (6b) — процесс охлаждения капли в твердом состоянии, т.е. образование льдинок.

Уравнение сохранения массы водяного пара в потоке воздуха получено из условия того, что изменение массы воды, содержащейся во внешнем потоке в виде паров, происходит за счет изменения размеров частиц (воды или льда):

$$\frac{d\rho_v}{dt} = -3\text{WC} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{f(r)R(r)}{r} dr. \quad (7)$$

При записи уравнения изменения температуры газа во времени учитывалось, что изменение количества теплоты Q_g , подведенного к газу, происходит за счет конвективного теплообмена частиц с окружающей средой ($Q_{\text{конв}} = \alpha S \Delta T$):

$$Q_g = Q_{\text{конв}}.$$

При этом учитывается, что в процессе плавления/замерзания частицы могут находиться в различном агрегатном состоянии, поэтому в уравнении для температуры газа конвективный член распадается на две части. Первый член характеризует теплоотдачу от частиц, находящихся в жидком состоянии, а второй — в замерзшем состоянии. Уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} c_p \rho_g \frac{dT_g}{dt} = & \int_{r_{sl}}^{r_{\max}} \frac{3}{2} \frac{\text{Nu}(r)\lambda_g T \text{WC} f(r)}{\rho_l r^2} (T_l(r) - T_g) dr + \\ & + \int_{r_{\min}}^{r_{sl}} \frac{3}{2} \frac{\text{Nu}(r)\lambda_g \text{WC} f(r)}{\rho_s r^2} (T_s(r) - T_g) dr, \quad (8) \end{aligned}$$

где r_{sl} — радиус частицы, обозначающий границу раздела фаз между льдом и водой.

Уравнение сохранения массы частиц в газовом потоке аналогично уравнению сохранения массы водяного пара (7). Оно также получено из условия, что изменение массы воды, содержащейся в частицах (воды или льда), происходит за счет изменения размеров этих частиц. При этом уравнение сохранения для массы частиц имеет вид, аналогичный (7):

$$\frac{dTWC}{dt} = 3TWC \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{f(r)R(r)}{r} dr. \quad (9)$$

При формулировании уравнений движения капель воды, используются следующие основные допущения: капли считаются сферическими (так как размеры капель малы), на каплю воздействует только сила сопротивления (а в некоторых случаях и гравитация).

При записи уравнения движения капли не учитывается член, связанный с изменением массы капли во времени, поскольку его оценка показала, что он мал. Поэтому уравнение для расчета траекторий капель записывают, исходя из второго закона Ньютона:

$$\frac{du_l}{d\tau} = \frac{F_s}{m_l},$$

где $F_s = C_D S_l \frac{\rho_g (u_g - u_l)^2}{2}$ — сила гидродинамического сопротивления; C_D — коэффициент гидродинамического сопротивления; m_l — масса частицы; u_l — скорость движения ЛК/капли; τ — время.

Уравнение движения частицы принимает вид

$$\frac{du_l}{dt} = \frac{3}{8} \frac{C_D \rho_g}{r \rho_l} |u_g - u_l| (u_g - u_l). \quad (10)$$

Коэффициент гидродинамического сопротивления может быть вычислен по следующим формулам [9]:

$$C_D = 24 / \text{Re} (1 + 0,166 \text{Re}^{0,33}), \quad \text{Re} < 350;$$

$$C_D = 0,178 \text{Re}^{0,217}, \quad \text{Re} > 350.$$

Данная система интегро-дифференциальных уравнений является нелинейной. Она замыкается с помощью естественных начальных условий.

Физические свойства для обычной (не переохлажденной) воды и льда были взяты на основании данных работы [10].

Коэффициент теплоотдачи рассчитывается по формулам

$$\text{Nu} = 2(1 + 0,3 \text{Re}^{0,5} \text{Pr}^{0,33});$$

$$\text{Nu} = 2\alpha r / \lambda_g, \quad \text{Pr} = \eta_g c_p / \lambda_g,$$

где Pr — число Прандтля; α — коэффициент теплоотдачи; λ_g — коэффициент теплопроводности газа; η_g — коэффициент динамической вязкости газа.

Коэффициент массообмена вычисляется по выражениям

$$\text{Sh} = 2(1 + 0,3 \text{Re}^{0,5} \text{Sc}^{0,33});$$

$$\text{Sh} = 2\beta r / D_v, \quad \text{Sc}_v = \eta_v / (\rho_v D_v),$$

где Sh — число Шервуда; Sc — число Шмидта; D_v — коэффициент диффузии; η_v — коэффициент динамической вязкости пара.

Число Рейнольдса рассчитывается по относительной скорости капли/ЛК

$$\text{Re} = \rho_g |u_g - u_l| 2r / \eta_g.$$

Коэффициент диффузии D_v определяется по аналогии Льюиса:

$$\text{Le}_v = \text{Pr} / \text{Sc}_v \approx 1;$$

$$\text{Pr}_v = \eta_v c_p / \lambda_v,$$

где Le — число Льюиса.

Система уравнений может быть решена численным методом на ЭВМ.

Полученная математическая модель позволит рассчитать процесс фазовых превращений при движении ледяного кристалла по тракту двигателя и определить зоны двигателя, потенциально опасные с точки зрения обледенения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов А. Н., Горячев А. В. Основы расчета, конструирования и испытаний противообледенительных систем авиационных газотурбинных двигателей. — М.: ЦИАМ, 2000.
2. Методические вопросы проведения испытаний авиационных двигателей в условиях обледенения и оценка изменения характеристик ТРДД / Ф.Ш. Гальмедов, А.В. Горячев, Е.В. Павлюков и др. // Авиационно-космическая техника и технология. — 2008. — № 5 (54).
3. Стенды для исследования противообледенительных систем крыльевых профилей и других элементов планера в условиях искусственного обледенения / Ф.Ш. Гальмедов, А.В. Горячев, Е.В. Павлюков и др. // Вестник МЭИ. — 2008. — № 4.
4. Создание модельной установки для исследования образцов для приготовления и дозирования града для специальных стендовых испытаний ТРД / А.В. Горячев, Н.К. Аксенов, Ю.П. Лянзберг и др. // Сборник ЦИАМ 300 СБ-2. — 2009.

5. Р а з р а б о т к а демонстрационного модуля для имитации условий атмосферного облака, содержащего ледяные кристаллы / А.В. Горячев, Ю.Ф. Баранов, В.Г. Жулин, и др. // Авиационные и силовые установки; Под ред. А.И. Ланшина. – М.: ТОРУС ПРЕСС, 2010. – 536 с.
6. M i x e d-phase icing conditions: A review, final report / James T. Riley. DOT/FAA/AR-98/76, December 1998.
7. T h e ice crystal weather threat to engines / Jeanne Mason. Boeing Commercial Airplanes, 2007.
8. I n c l e m e n t Weather & Aircraft Engine Icing / McVey, Oliver, Pullen, Ramani, General Electric Company, 2007.
9. Д е й ч М. Е., Ф и л и п п о в Г. А. Газодинамика двухфазных сред. – М.: Энергоиздат, 1981.
10. Н а п а л к о в Г. Н. Тепломассоперенос в условиях образования инея. – М.: Машиностроение, 1983.

Статья поступила в редакцию 27.06.2012