

Выбор программы управления сближением космического аппарата — сборщика мусора на геостационарной орбите с малой трансверсальной тягой

© С.А. Ишков, Г.А. Филиппов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет), Самара, 443086, Россия

Рассмотрена задача очистки геостационарной орбиты от космического мусора. Для этой цели предложено использовать специальный космический аппарат — сборщик мусора с электроракетным двигателем малой тяги. Исследована наиболее сложная часть операции утилизации — сближение с фрагментом космического мусора. Используется модель относительного движения в цилиндрической системе координат, начало которой помещено в центр масс фрагмента космического мусора. Получен простой аналитический алгоритм управления космическим аппаратом с малой трансверсальной тягой, состоящий из двух активных участков знакопостоянства ускорения от тяги — тормозного и разгонного — и одного пассивного участка между активными участками, на котором двигательная установка выключена. Такая программа управления обеспечивает минимальный расход рабочего тела. Управление относительным движением разделено на управление вековыми и периодическими составляющими. Получены аналитические соотношения для расчета продолжительности участков знакопостоянства ускорения от тяги (ликвидация вековой составляющей), а также расчетная формула для определения начального фазового угла, характеризующего положение активного космического аппарата на эллипсе относительного движения. В таком случае в конечный момент времени периодическая составляющая относительного движения будет равна нулю.

Ключевые слова: утилизация космического мусора, космический аппарат, сборщик мусора, относительное движение, управление движением.

Введение. Проблема очистки космического пространства от космических аппаратов (КА), отработавших свой ресурс, становится все более актуальной, особенно для геостационарной орбиты (ГСО), где плотность размещения функционирующих КА очень высока. По оценкам, приведенным в статье [1], среднее расстояние между соседними КА (как действующими, так и неработающими) составляет менее 500 км, что является уже критическим с точки зрения безопасного функционирования систем связи и коррекции орбиты.

Одним из возможных вариантов решения указанной проблемы является создание специального КА — сборщика мусора (КАСМ), снабженного электроракетной двигательной установкой малой тяги [2].

Такой тип двигательных установок позволяет совершать транспортные операции с высокой топливной эффективностью.

Предлагается следующая баллистическая схема работы КАСМ. В составе полезного груза ракеты-носителя КАСМ выведен разгонным блоком на ГСО. Там он включается и переходит в режим ожидания. При получении команды с Земли КАСМ выдвигается в заданный район ГСО в окрестность фрагмента космического мусора (ФКМ), который необходимо утилизировать. Космический аппарат совершает сближение с ФКМ, его захват и фиксацию на своем борту. Затем КАСМ отправляется на так называемую орбиту захоронения [3], где отсоединяет от себя ФКМ и возвращается на ГСО для ожидания новой операции.

С баллистической точки зрения наиболее сложным этапом работы КАСМ является сближение с ФКМ для последующего его захвата и фиксации на борту КАСМ.

В статье простые аналитические программы управления движением КАСМ с малой трансверсальной тягой.

Управление относительным движением КАСМ с малой тягой. В задаче управления относительным движением КАСМ с малой трансверсальной тягой выделяют управление продольными и боковыми составляющими относительного движения. В свою очередь управление продольными составляющими можно подразделить на управление вековыми и периодическими составляющими.

Исследуем два КА: активный КА (в данном случае это КАСМ) и пассивный — ФКМ. Движение рассматривается в цилиндрической системе координат ruz , центр которой помещен в центр масс ФКМ, где r — расстояние от центра Земли до ФКМ; u — угол, отсчитываемый в плоскости орбиты ФКМ от некоторой оси до КАСМ по направлению его полета; z — расстояние от плоскости орбиты ФКМ до КАСМ [4].

Уравнения движения КАСМ в поставленной системе координат имеют вид

$$\frac{dr}{dt} = V_r;$$

$$\frac{du}{dt} = V_u;$$

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_u^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} + S;$$

$$\frac{dV_u}{dt} = -\frac{V_r V_u}{r} + T,$$

где t — текущее время; V_r, V_u — соответственно радиальная и трансверсальная скорость; S, T — проекции управляющих ускорений на оси орбитальной системы координат; μ — гравитационный параметр.

В общем случае, когда ФКМ находится на эллиптической орбите и подчиняется законам кеплерового движения, уравнения относительного движения двух КА примут вид

$$\begin{aligned}\Delta \dot{r} &= \Delta v_r; \quad \Delta \dot{u} = \frac{V_{u2}}{r_2} - \frac{V_{u1}}{r_1}; \\ \Delta \dot{V}_r &= \frac{V_{u2}^2}{r_2} - \frac{V_{u1}^2}{r_1} - \left(\frac{\mu}{r_2^2} - \frac{\mu}{r_1^2} \right) + S; \\ \Delta \dot{V}_u &= -\frac{V_{r2}V_{u2}}{r_2} + \frac{V_{r1}V_{u1}}{r_1} + T; \\ \dot{\vartheta} &= \sqrt{\frac{\mu}{p^3}}(1 + e \cos \vartheta)^2,\end{aligned}\tag{1}$$

где $\Delta r, \Delta u, \Delta V_r, \Delta V_u$ — разность параметров движения КАСМ и ФКМ; $V_{r1}, V_{u1}, V_{r2}, V_{u2}$ — скорость ФКМ (индекс 1) и КАСМ (индекс 2) соответственно в радиальном и трансверсальном направлении; r_1, r_2 — соответственно радиус орбиты ФКМ и КАСМ; p, e — фокальный параметр и эксцентриситет опорной орбиты; ϑ — угол истинной аномалии ФКМ. Здесь и далее дифференцирование по времени обозначено точкой.

Смещение ΔL КАСМ относительно ФКМ вдоль дуги орбиты ФКМ через угол Δu можно найти по формуле

$$\frac{\Delta L}{\Delta u} = \frac{p}{1 - e^2}.$$

Параметры движения ФКМ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}r_1 &= \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}; \\ V_{r1} &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \vartheta; \\ V_{u1} &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \vartheta).\end{aligned}$$

Учитывая близость орбит ФКМ и КАСМ, уравнения движения относительно опорной круговой орбиты могут быть линеаризованы. В силу малости отклонений по параметрам движения разностные возмущающие ускорения пренебрежимо малы. В этом случае в качестве внешних ускорений можно рассматривать только проекции

управляющего ускорения КАСМ на оси цилиндрической системы координат a_S, a_T .

После линеаризации уравнений (1) получим:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{L} &= \Delta V_u - \lambda \Delta r; \\ \Delta \dot{r} &= \Delta V_r; \\ \Delta \dot{V}_r &= 2\lambda \Delta V_u + \lambda^2 \Delta r + a_S; \\ \Delta \dot{V}_u &= -\lambda \Delta V_r + a_T,\end{aligned}\tag{2}$$

где $\lambda = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$ — угловая скорость движения по опорной круговой орбите.

Ввиду того что движение рассматривается в линейном приближении, система (2) может быть использована и для описания относительного движения в случае опорной эллиптической орбиты с малым эксцентриситетом. При этом угловая скорость движения по опорной орбите определится по формуле

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mu(1-e^2)^3}{p^3}}.$$

Поскольку управление осуществляется переключением направления ускорения от тяги и рассматривается только его трансверсальная составляющая, можно записать:

$$\begin{aligned}a_T &= a\delta; \\ a_S &= 0,\end{aligned}\tag{3}$$

где a — модуль ускорения от тяги; δ — функция включения тяги двигателя в продольной плоскости, которая принимает значение $\{-1, 0, 1\}$.

Выделим в системе (2) в явном виде периодические и вековые составляющие относительного движения ФКМ и КАСМ. Введем переменные:

$$\begin{aligned}\Delta r_{cp} &= 2\left(\Delta r + \frac{\Delta V_u}{r}\right); \\ \Delta L_{cp} &= \Delta L - \frac{2}{\lambda} \Delta V_r; \\ l &= \sqrt{\frac{(\Delta L - \Delta L_{cp})^2}{4} + (\Delta r - \Delta r_{cp})^2}; \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\Delta V_r}{\lambda \Delta r + 2\Delta V_u},\end{aligned}$$

где $\Delta r_{\text{ср}}$, $\Delta L_{\text{ср}}$ — соответственно среднее смещение вдоль радиуса орбит и вдоль орбиты; l — малая полуось эллипса относительного движения в продольной плоскости; φ — угол, характеризующий положение КАСМ на эллипсе относительного движения (рис. 1).

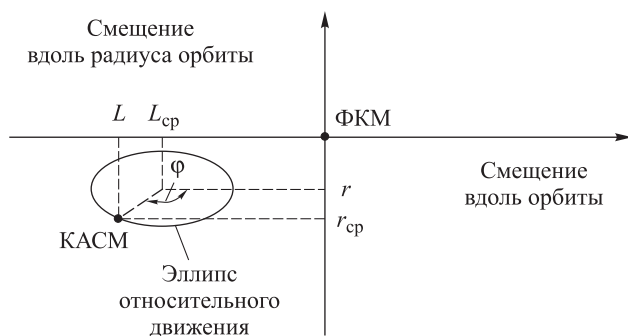


Рис. 1. К определению параметров относительного движения

В такой постановке дифференциальные уравнения относительного движения в обозначенных переменных определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{r}_{\text{ср}} &= \frac{2}{\lambda} a_T; \\ \Delta \dot{L}_{\text{ср}} &= -1,5\lambda \Delta r_{\text{ср}} - \frac{2}{\lambda} a_S; \\ \dot{l} &= \frac{1}{\lambda} (a_S \sin \varphi + 2a_T \cos \varphi); \\ \dot{\varphi} &= \lambda + \frac{1}{\lambda l} (a_S \cos \varphi - 2a_T \sin \varphi).\end{aligned}\tag{4}$$

С учетом принятой программы управления (3) система уравнений, описывающая относительное движение ФКМ и КАСМ (4), примет вид

$$\begin{aligned}\Delta \dot{r}_{\text{ср}} &= \frac{2}{\lambda} a\delta; \\ \Delta \dot{L}_{\text{ср}} &= -1,5\lambda \Delta r_{\text{ср}}; \\ \dot{l} &= 2 \frac{\cos \varphi}{\lambda} a\delta; \\ \dot{\varphi} &= \lambda - \frac{2 \sin \varphi}{\lambda l} a\delta.\end{aligned}\tag{5}$$

Граничные условия для задачи сближения КАСМ с ФКМ примут следующий вид:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad \Delta r_{\text{cp}} &= \Delta r_{\text{cp}0}, \quad \Delta L_{\text{cp}} = \Delta L_{\text{cp}0}, \quad l = l_0, \quad \varphi = \varphi_0; \\ t = t_k: \quad \Delta r_{\text{cp}} &= 0, \quad \Delta L_{\text{cp}} = 0, \quad l = 0, \quad \varphi = \varphi_k, \end{aligned} \quad (6)$$

где индексы «0» и «к» обозначают соответственно начальное и конечное значения рассматриваемого параметра.

Для математической модели относительного движения двух КА (5), программы управления (3) и граничных условий (6) сформулируем задачу следующим образом: требуется определить зависимость $\delta(t)$, которая переведет КАСМ из начального состояния в конечное за минимальное время.

Система (5) для заданной программы управления (3) допускает аналитическое решение:

$$\begin{aligned} \Delta r_{\text{cp}}(\theta) &= \Delta r_{\text{cp}0} + \frac{2}{\lambda^2} \int_0^\theta a_T(\psi) d\psi; \\ \Delta L_{\text{cp}}(\theta) &= -1,5\theta \Delta r_{\text{cp}} + \Delta L_{\text{cp}0} - \frac{1}{\lambda^2} \int_0^\theta 3(\theta - \psi) a_T(\psi) d\psi; \\ l^2(\theta) &= \left\{ l_0 \sin(\theta + \varphi_0) + \frac{1}{\lambda^2} \int_0^\theta 2 \sin(\theta - \varphi) a_T(\psi) d\psi \right\}^2 + \\ &+ \left\{ -l_0 \cos(\theta - \varphi_0) - \frac{1}{\lambda^2} \int_0^\theta 2 \cos(\theta - \varphi) a_T(\psi) d\psi \right\}^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\theta = \lambda t_k$ — продолжительность участка коррекции в угловой мере.

Аналитическое решение (7) позволяет построить программу управления относительным движением для ряда частных случаев.

Разделение процесса управления на управление вековыми и периодическими составляющими. Рассмотрим задачу управления вековыми составляющими относительного движения. Уравнения для Δr_{cp} и ΔL_{cp} могут быть приведены к системе стандартного вида [5]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u, \\ \dot{x}_2 &= x_1, \end{aligned}$$

где $x_1 = -1,5\lambda \Delta r_{\text{cp}}$; $x_2 = \Delta L_{\text{cp}}$; $u = 3a\delta$ (a — модуль ускорения от тяги; $\delta = \{-1, 0, 1\}$ — функция включения тяги).

Задача определения оптимального управления для данной системы является классической [5]. При трансверсальной ориентации ускорения от тяги программа управления содержит два активных участка разного знака, разделенные пассивным участком, и имеет аналитическое решение по каждому из них:

$$t_2 = -\frac{t_{\Pi}}{2} + \sqrt{\frac{t_{\Pi}^2}{4} + \frac{\lambda^2 \Delta r_{\text{ср}}^2}{8a^2} + \frac{\Delta L_{\text{ср}}}{3a} \delta};$$

$$t_1 = t_2 - \frac{\lambda \Delta r_{\text{ср}}}{2a},$$
(8)

где t_1, t_2 — продолжительность первого и второго участков соответственно; t_{Π} — заданная продолжительность пассивного участка;

$\delta = \text{sign} \left(\frac{\Delta L_{\text{ср}}}{3a} - \frac{\lambda^2 \Delta r_{\text{ср}} |\Delta r_{\text{ср}}|}{8a^2} \right)$ — знак тяги на первом участке [6].

Рассмотрим теперь задачу управления *периодическими* составляющими относительного движения. Решение (8) позволяет обеспечить выполнение граничных условий (6) по вековым параметрам $\Delta r_{\text{ср}}$ и $\Delta L_{\text{ср}}$ в любом их сочетании. Для удовлетворения граничного условия по l необходимо рассмотреть третье уравнение системы (5) и наложить на него граничное условие, например:

$$l(t_{\kappa}) = 0. \quad (9)$$

Для его выполнения подбираются значения величин t_{Π} и φ_0 , являющихся свободными.

Решая третье уравнение системы (7) для программы управления с двумя активными участками и одним пассивным между ними, получим

$$\left(\frac{l_{\kappa}}{l_0} \right)^2 = 1 + \frac{2k}{l_0} \delta \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\theta + \varphi_0 + \xi) + \frac{k^2}{l_0^2} (A^2 + B^2),$$

где

$$k = 2a/\lambda^2;$$

$$A = 2 \cos(\theta - \beta_1) - \cos \theta + \cos \beta_2 - 1;$$

$$B = -\sin(\theta - \beta_1) + \sin \theta - \sin \beta_2;$$

$$\text{tg } \xi = B/A;$$

$$\theta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_{\Pi},$$

($\beta_1 = \lambda t_1$, $\beta_2 = \lambda t_2$, $\beta_{\Pi} = \lambda t_{\Pi}$ — продолжительности участков знакопостоянства ускорения от тяги в угловой мере).

Условие (9) может быть удовлетворено, если будут выполнены следующие условия:

$$\sin(\theta + \varphi_0 + \xi) = -1;$$

$$\sqrt{A^2 + B^2} = l_0/k. \quad (10)$$

Первое из условий (10) позволяет определить значение угла φ_0 , при котором необходимо начинать коррекцию, а второе — продолжительность пассивного участка $t_{\text{п}}$.

Численное моделирование. Численный расчет выполнен для параметров относительного движения, показанных в таблице.

Параметры относительного движения при различных вариантах граничных условий

Параметр		Начальное (числитель)/конечное (знаменатель) значения	
		Дальнее сближение	Ближнее наведение
Среднее смещение вдоль орбиты $\Delta L_{\text{ср}}$, км		-200/0,051	-10/0,00063
Среднее смещение вдоль радиуса орбиты $\Delta r_{\text{ср}}$, км		-30/-0,023	-2/-0,0024
Малая полуось эллипса относительного движения l , км		70,85/0,021	5,73/0,007
Фазовый угол φ , град		18,5/340,39	78,5/57,8
Продолжительность первого участка t_1	с	10 380	1 927
	рад	0,75	0,14
Продолжительность второго участка t_2	с	21 203	2 654
	рад	1,54	0,19
Продолжительность пассивного участка $t_{\text{п}}$	с	13 000	10 000
	рад	0,94	0,72

На рис. 2 показаны траектории относительного движения для двух вариантов граничных условий: «Дальнее сближение» и «Ближнее наведение». Сплошной линией показана траектория движения центра эллипса относительного движения ($\Delta L_{\text{ср}}$ и $\Delta r_{\text{ср}}$), штриховой — траектория движения КАСМ (ΔL и Δr).

Как видно на рис. 2, КАСМ попадает в начало координат, что соответствует удовлетворению граничных условий (6) с практически нулевой ошибкой (см. таблицу), обусловленной погрешностью численного интегрирования.

Закключение. Для решения проблемы засорения ГСО фрагментами космического мусора предложено использование КА — сборщика мусора с двигателем малой тяги.

Разработан алгоритм управления сближением космического аппарата с фрагментом космического мусора. Программа управления состоит из двух активных участков знакопостоянства ускорения от тяги и одним пассивным участком между ними.

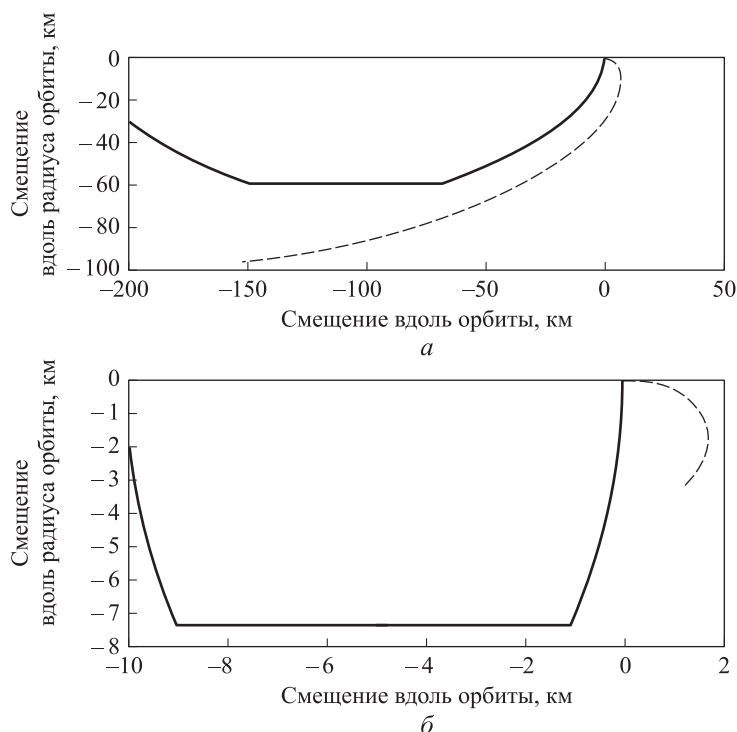


Рис. 2. Траектории относительного движения для вариантов граничных условий «Дальнее сближение» (а) и «Ближнее наведение» (б)

Варьированием продолжительности пассивного участка подбиралось начальное положение КА на эллипсе относительного движения, которое обеспечивает выполнение граничных условий.

Численное моделирование показало работоспособность алгоритма управления при различных граничных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Медведев Ю. Японцы уберут орбиту. *Российская газета*, 2014, 29 января.
- [2] Ишков С.А., Филиппов Г.А. Выбор проектных характеристик космического аппарата — сборщика мусора с электроракетным двигателем малой тяги. *Вестник СГАУ*, 2015, № 4(46), с. 30–38.
- [3] ГОСТ Р 52925–2008. Изделия космической техники. Общие требования к космическим средствам по ограничению техногенного засорения околоземного космического пространства. Москва, Стандартинформ, 2008, 8 с.
- [4] Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. Москва, Наука, 1965, 540 с.
- [5] Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Б.Ф. *Математическая теория оптимальных процессов*. Москва, Наука, 1969, 392 с.
- [6] Ишков С.А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на околокруговых орбитах. *Космические исследования*, 1992, т. 30, вып. 2, с. 165–179.

Статья поступила в редакцию 08.02.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Ишков С.А., Филиппов Г.А. Выбор программы управления сближением космического аппарата — сборщика мусора на геостационарной орбите с малой трансверсальной тягой. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/arsecadb/1464.html>

Ишков Сергей Алексеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры космического машиностроения Самарского государственного аэрокосмического университета им. акад. С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: управление движением космических аппаратов с малой тягой. e-mail: ishkov@ssau.ru

Филиппов Григорий Александрович — аспирант кафедры космического машиностроения Самарского государственного аэрокосмического университета им. акад. С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: управление движением космических аппаратов с малой тягой. e-mail: grigory_ssau@mail.ru

Selecting the rendezvous control program of spacecraft debris collector at geostationary orbit with low transversal thrust

© S.A. Ishkov, G.A. Filippov

S.P. Korolev Samara State Aerospace University, Samara, 443086, Russia

The article considers the problem of utilization of space debris, located at geostationary orbit. A special spacecraft - debris collector (chaser spacecraft) with low thrust electric propulsion is proposed for this purpose. The most difficult part of the utilization of space debris operation – space debris fragment rendezvous is studied. A model of relative motion in cylindrical coordinate system with origin located in the space debris fragment center of mass is used. The simple analytical algorithm for controlling spacecraft with low transverse thrust consists of two active areas where thrust sign is constant - deceleration and acceleration - and a passive area between active ones, where the propulsion system is switched off. This control program provides a minimum flow rate. Relative motion control is divided to control the secular and periodic components. The analytical relations for calculating the duration of areas with constant thrust sign (eliminating the secular component) as well as formula for calculating the initial phase angle characterizing the position of active spacecraft on the relative motion ellipse are obtained. In this case, at the final time the periodic component of the relative motion is zero.

Keywords: utilization of space debris, spacecraft debris collector, relative motion, motion control.

REFERENCES

- [1] Medvedev Yu. *Rossiyskaya Gazeta – Russian Newspaper*, 2014, January 29.
- [2] Ishkov S.A., Filippov G.A. *Vestnik of the SGAU – Herald of SSAU*, 2015, no. 4 (46), pp. 30–38.
- [3] GOST R 52925-2008. *Izdeliya kosmicheskoy tekhniki. Obshchie trebovaniya k kosmicheskim sredstvam po ogranicheniyu tekhnogennogo zasoreniya okolozemnogo kosmicheskogo prostranstva* [State Standard 52925-2008. Space Technology Products. The General requirements to space systems for limitation of the technogenic pollution of circumterrestrial outer space]. Moscow, Standartinform Publ., 2008, 8 p.
- [4] Elyasberg P.E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennykh sputnikov Zemli* [Introduction to the Theory of Artificial Earth Satellite Flight]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 540 p.
- [5] Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko B.F. *Matematicheskaya teoriya optimalnykh protsessov* [Mathematical Theory Of Optimal Processes]. Moscow, Nauka Publ., 1969, 392 p.
- [6] Ishkov S.A. *Kosmicheskie issledovaniya - Cosmic Research*, 1992, vol. 30, no. 2. pp. 165–179.

Ishkov S.A., Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Space Technology Engineering, S.P. Korolev Samara State Aerospace University (National Research University). Area of research: spacecraft motion control with low trust. e-mail: ishkov@ssau.ru

Filippov G.A., Post graduate (Ph.D.) student, Department of Space Technology Engineering, S.P. Korolev Samara State Aerospace University (National Research University). Area of research: spacecraft motion control with low trust. e-mail: grigory_ssau@mail.ru