УДК 621.391; 629.78

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВОЗМУЩЕННЫХ ЭФЕМЕРИД НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

© 2013 г. *С.О. Крамаров, В.И. Лукасевич*

Крамаров Сергей Олегович – д-р. физ-мат. наук, профессор, директор, Институт управления, бизнеса и права, Ростов-на-Дону. Тел. (863) 292-43-96. E-mail: mir@iubip.ru

Kramarov Sergey Olegovich – Doctor of Physico-Mathematical Science, director, Institute of Management, Business and Law, Rostov-na-Donu. Ph. (863) 292-43-96. E-mail: mir@iubip.ru

Лукасевич Виктор Иванович – директор, ОАО «ЦЕНТРОМАШПРОЕКТ», г. Москва. Тел. (495) 687-62-97. E-mail: lukasevichvi@cmp.ru

Lukasevich Victor Ivanovich – general director, JSC «CENTROMASHPROEKT», Moscow. Ph. (495) 687-62-97. E-mail: lukasevichvi@cmp.ru

Для повышения точности текущего определения эфемеридных данных навигационных спутников на основе теории стохастической фильтрации разработаны алгоритмы нелинейной оценки эфемерид для спутниковых навигационных систем как с непрерывным, так и с дискретным поступлением навигационных сообщений. Приведен пример, иллюстрирующий эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: эфемеридные данные; навигационные спутники; стохастическая фильтрация; алгоритмы нелинейной оценки.

To improve the accuracy of the current definition of navigation satellite ephemeris data based on the theory of stochastic nonlinear filtering algorithms for evaluation of the ephemeris for satellite navigation systems with both continuous and discrete, entering navigation message, are designed. An example for illustration the effect of the proposed approach is given.

Keywords: ephemeris data; navigation satellites; stochastic filtration; algorithms for nonlinear evaluation.

Введение

Точность определения параметров движения любого объекта по навигационным сообщениям спутниковых навигационных систем (СНС) в значительной степени зависит от точности эфемеридных данных, используемых в существующих алгоритмах обработки спутниковых измерений. В свою очередь, текущее определение эфемерид осуществляется с ошибкой, зависящей от типа используемой СНС (*GPS* или ГЛОНАСС), степени учета возмущающих факторов, влияющих на положение спутников, частоты обновления данных и пр. и может достигать даже на небольших интервалах времени значительных величин (таблица) [1 – 3].

При этом истинное положение спутников уточняется по радиолокационным измерениям рабочих станций через заданные интервалы времени (например, в СНС ГЛОНАСС – через 30 мин), внутри которых для вычисления навигационных параметров спутников используются детерминированные алгоритмы, не предполагающие использования каких-либо навигационных измерений и не учитывающие стохастический характер воздействий, возмущающих движение спутника [1]. В то же время, очевидно, что их учет совместно с использованием дополнительной измерительной информации может существенно повысить точность определения эфемеридных данных. В связи с этим рассмотрим возможность построения алгоритмов оценки текущих параметров реального возмущенного движения спутников на рабочих станциях с использованием навигационных измерений, поступающих от спутников для потребителей.

Влияние возмущающих факторов на движение навигационных спутников

Возмущающие факторы	Максимальное возмущающее ускорение, м/с^2	Максимальное возмущение за 1 ч, м
Вторая зональная гармоника	$5{,}3 \cdot 10^{-5}$	300
Гравитация Луны	$5{,}5 \cdot 10^{-6}$	40
Гравитация Солнца	$3 \cdot 10^{-6}$	20
Четвёртая зональная гармоника	10^{-7}	0,6
Солнечная радиация	10^{-7}	0,6
Гравитационные аномалии	10^{-8}	0,06
Другие факторы	10^{-8}	0,06

Постановка задачи

В связи с тем что предлагаемый далее подход не зависит от вида используемого режима спутниковых измерений, рассмотрим только стандартный (автономный) режим – как наиболее универсальный, и, соответственно, только кодовые и доплеровские измерения спутниковых навигационных систем. При этом решение поставленной задачи проведем для двух случаев СНС:

– СНС с высокой частотой поступления навигационных сообщений (например, *GPS*), позволяющей считать характер спутниковых измерений по отношению к динамике изменения навигационных параметров спутника непрерывным (в настоящее время частота приема спутниковых сообщений в навигационных приемниках *Topcon* (ранее *Javad*), *Trimble* уже составляет 100 Гц с дальнейшей тенденцией к ее увеличению [4]);

– СНС с низкой частотой поступления навигационных сообщений (например, ГЛОНАСС – с частотой 0,5 Гц), в которых характер спутниковых измерений по отношению к динамике навигационных параметров спутника является только дискретным.

В качестве базового алгоритма вычисления спутниковых навигационных параметров далее рассмотрим алгоритм СНС ГЛОНАСС, где значения скоростей $V_{\xi c}$, $V_{\eta c}$, $V_{\zeta c}$ и координат ξ_c, η_c, ζ_c спутника в гринвичской СК (ГСК) вычисляются путем решения следующей системы дифференциальных уравнений движения спутника [1]:

$$\dot{\xi}_c = V_{\xi c}; \quad \dot{\eta}_c = V_{\eta c}; \quad \dot{\zeta}_c = V_{\zeta c};$$

$$\dot{V}_{\xi c} = 2\Omega V_{\zeta c} + g_\xi + \Omega^2 \xi + A_\xi(T_{0_c}), \qquad (1)$$

$$\dot{V}_{\eta c} = g_\eta + A_\eta(T_{0_c}), \; \dot{V}_{\zeta c} = 2\Omega V_{\xi c} + g_\zeta + \Omega^2 \zeta + A_\zeta(T_{0_c}),$$

где Ω – угловая скорость вращения Земли;

$$g_\xi = -\mu\rho_c^{-3}[1 + \frac{3}{2} J a^2 \rho_c^{-2}(1 - 5\eta^2\rho_c^{-2})]\xi;$$

$$g_\eta = -\mu\rho_c^{-3}[1 + \frac{3}{2} J a^2 \rho_c^{-2}(1 - 5\eta^2\rho_c^{-2})]\ \eta;$$

$$g_\zeta = -\mu\rho_c^{-3}[1 + \frac{3}{2} J a^2 \rho_c^{-2}(1 - 5\eta^2\rho_c^{-2})]\ \zeta;$$

μ = 398600, 44 км^3/с^2 – гравитационная постоянная; $\rho_c = \sqrt{\xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2}$ – модуль радиуса-вектора координат ξ_c, η_c, ζ_c спутника в гринвичской СК; J = = $1082{,}63 \times 10^{-6}$ – коэффициент, характеризующий несферичность нормального поля тяготения Земли (вторая зональная гармоника разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям); a = = 6378,136 км – большая полуось модельного эллипсоида Земли; $A_\xi(T_{0_c})$, $A_\eta(T_{0_c})$, $A_\zeta(T_{0_c})$ – ускорения от лунно-солнечных гравитационных возмущений; T_{0_c} – время эфемеридных данных, с которого начинается интегрирование уравнений движения спутника (эфемеридные данные T_{0_c}, $\xi_c(T_{0_c})$, $\eta_c(T_{0_c})$, $\zeta_c(T_{0_c})$, $V_{\xi c}(T_{0_c})$, $V_{\eta c}(T_{0_c})$, $V_{\zeta c}(T_{0_c})$, $A_\xi(T_{0_c})$, $A_\eta(T_{0_c})$, $A_\zeta(T_{0_c})$ регистрируются наравне с кодовыми и доплеровскими измерениями).

Очевидно, что при детерминированном (кусочно-постоянном) описании в (1) лунно-солнечных гравитационных возмущений не учитываются другие реальные возмущения, соизмеримые или меньшие лунно-солнечных возмущений и носящие случайный непрерывный характер, что при увеличении их интенсивности может привести к неустойчивости решения системы (1) и соответствующим «выбросам» при определении координат объекта. Аппроксимируя данные множественные возмущения векторным белым гауссовским шумом (БГШ) $\xi^{(c)}$ с нулевым средним и матрицей интенсивностей D_ξ, трансформируем уравнения (1) к векторной форме Ланжевена, исходной для последующего построения алгоритмов высокоточного определения эфемерид спутников на основе использования современных методов теории стохастической фильтрации [5]:

$$\dot{Y}_c = F(Y_c) + \begin{vmatrix} 0_3 \\ \xi^{(c)} \end{vmatrix}, \qquad (2)$$

где $Y_c = \left| \xi_c \ \eta_c \ \zeta_c \ V_{\xi c} \ V_{\eta c} \ V_{\zeta c} \right|^T$; 0_3 – нулевой вектор размерности 3;

$$F(Y_c) = \begin{vmatrix} V_{\xi c} \\ V_{\eta c} \\ V_{\zeta c} \\ 2\Omega V_{\zeta c} + g_\xi + \Omega^2 \xi + A_\xi(T_{0_c}) \\ g_\eta + A_\eta(T_{0_c}) \\ 2\Omega V_{\xi c} + g_\zeta + \Omega^2 \zeta + A_\zeta(T_{0_c}) \end{vmatrix}.$$

Для возможности использования описания (2) при стохастической оценке параметров движения спутников необходимо, как известно, иметь уравнения наблюдателя оцениваемых параметров [5]. В качестве последних могут быть использованы информационные сигналы кодовых измерений (псевдодальности) Z_R и доплеровских измерений (псевдоскорости) Z_V от наблюдаемого спутника, которые после применения известных алгоритмов компенсации погрешностей [1] в общем случае имеют вид [1, 2] (с учетом нулевой скорости рабочей станции в ГСК):

$$Z_R = \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} + W_{Z_R}, \qquad (3)$$

$$Z_V = [(\xi_c - \xi)V_{\xi c} + (\eta_c - \eta)V_{\eta c} + (\zeta_c - \zeta)V_{\zeta c}] \times$$

$$\times \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2}^{\,-1} + W_{Z_V},$$

где ξ_c, η_c, ζ_c – оцениваемые координаты спутника в ГСК; ξ, η, ζ – известные с высокой точностью координаты рабочей станции в ГСК; $V_{\xi c}, V_{\eta c}, V_{\zeta c}$ – оцениваемые проекции вектора скорости спутника на оси ГСК; W_{Z_R} – белый гауссовский шум (БГШ) кодовых измерений с нулевым средним и известной интенсивностью $D_{Z_R}(t)$, обусловленный алгоритмически нескомпенсированными ошибками часов спутников и приемника, задержками сигнала при прохождении ионосферы и тропосферы, ошибками многолучевости и др. погрешностями; W_{Z_V} – БГШ доплеровских измерений с нулевым средним и известной интенсивностью $D_{Z_V}(t)$, обусловленный нескомпенсированными погрешностями измерения.

(Следует при этом отметить, что приведенные информационные модели наблюдений справедливы как для кодового, так и для фазового режимов измерений, поэтому полученные далее результаты носят общий характер.)

Для удобства последующего описания предлагаемого подхода используем далее векторную форму наблюдателя (3):

$$Z_0 = H_0\left(Y_c\right) + W_0, \qquad (4)$$

где $$Z_0 = \begin{vmatrix} Z_R \\ Z_V \end{vmatrix}; \; W_0 = \begin{vmatrix} W_{Z_R} \\ W_{Z_V} \end{vmatrix};$$

$$H_0\left(Y_c\right) = \begin{vmatrix} \sqrt{(\xi_c-\xi)^2+(\eta_c-\eta)^2+(\zeta_c-\zeta)^2}; \\ [(\xi_c-\xi)V_{\xi c}+(\eta_c-\eta)V_{\eta c}+(\zeta_c-\zeta)V_{\zeta c}]\times \\ \times\sqrt{(\xi_c-\xi)^2+(\eta_c-\eta)^2+(\zeta_c-\zeta)^2}^{\,-1} \end{vmatrix}.$$

Из (3), (4) очевидна явная зависимость сигналов спутниковых измерений от текущих координат конкретного спутника, что позволяет, во-первых, осуществлять их непосредственное текущее наблюдение на рабочей станции, а во-вторых, формировать их высокоточную оценку (оптимальную или субоптимальную), используя известные методы теории стохастической фильтрации. В связи с этим в терминах теории нелинейной фильтрации задача повышения точности определения эфемеридных данных может быть сформулирована как задача синтеза алгоритмов стохастической оценки вектора навигационных параметров спутника Y_c (2) по принятым на рабочей станции спутниковым измерениям (4).

Непрерывная стохастическая оценка вектора навигационных параметров спутника

Сначала рассмотрим решение поставленной задачи для непрерывного случая – СНС с высокой частотой поступления навигационных сообщений. Здесь полученное представление уравнений оцениваемых навигационных параметров спутника в форме «объект – наблюдатель» (2), (4) позволяет построить для вектора состояния Y_c многомерную апостериорную плотность вероятности $\rho_Z\left(Y_c, t\right)$, знание которой решает проблему определения любых вероятностных оценок эфемерид спутников, оптимальных по тому или иному критерию [5]. Так как процедура формирования $\rho_Z\left(Y_c, t\right)$ в общем случае сводится к решению многомерного интегродифференциального уравнения с частными производными (уравнения Стратоновича), которое в общем случае не имеет аналитического решения, то для получения оценок нелинейных процессов вида (2) используют различные приближенные (субоптимальные) методы [5], наиболее известным и востребованным из которых является обобщенный (нелинейный) фильтр Калмана (использование которого в информационно-измерительных системах позволяет достичь на сегодняшний день необходимого компромисса между требуемой точностью и вычислительными затратами).

Исходя из уравнений «объект – наблюдатель» (2), (4) и следуя [5], обобщенный фильтр Калмана для исследуемого случая можно записать следующим образом:

$$\dot{\hat{Y}}_c = F\left(\hat{Y}_c\right) + K\left(\hat{Y}_c\right)\left[\, Z_0 - H_0\left(\hat{Y}_c\right)\,\right]; \qquad (5)$$

$$K\left(\hat{Y}_c\right) = R\left(\hat{Y}_c\right)\frac{\partial H_0^T\left(\hat{Y}_c\right)}{\partial \hat{Y}_c} D_0^{-1};$$

$$\dot{R}\left(\hat{Y}_c\right) = \frac{\partial F\left(\hat{Y}_c\right)}{\partial \hat{Y}_c} R\left(\hat{Y}_c\right) + R\left(\hat{Y}_c\right)\frac{\partial F^T\left(\hat{Y}_c\right)}{\partial \hat{Y}_c} +$$

$$+\begin{vmatrix} 0 & \\ & D_\xi \end{vmatrix} - K\left(\hat{Y}_c\right) D_0 K^T\left(\hat{Y}_c\right),$$

где $\hat{Y}_c$ – текущая оценка вектора Y_c; $\hat{Y}_c = M\left(Y_{c0}\right)$; $R\left(\hat{Y}_c\right)$ – апостериорная ковариационная матрица;

$$R_0 = M\left\{\left(Y_{c0} - \hat{Y}_{c0}\right)\left(Y_{c0} - \hat{Y}_{c0}\right)^T\right\}; \; D_0 = \begin{vmatrix} D_{Z_R} & 0 \\ 0 & D_{Z_V} \end{vmatrix}.$$

По сравнению с традиционным подходом – вычислением эфемерид спутников в соответствии с (1) и обработкой спутниковых измерений (3) с использованием итеративных алгоритмов или МНК [1], алгоритм (5) за счет дополнительного решения матричного уравнения для апостериорной ковариационной матрицы $R\left(\hat{Y}_c\right)$ требует существенно больших вычислительных затрат (тем не менее, легко реализуемых современными вычислительными средствами в реальном времени). Но при этом за счет динамического учета и оптимальной обработки случайных возмущений эфемерид и помех спутниковых измерений позволяет обеспечить, как показано ниже, бóльшую точность оценки навигационных параметров спутника.

Непрерывно-дискретная фильтрация параметров движения спутника

При низкой частоте поступления навигационных сообщений считать спутниковые измерения непрерывными нельзя, что принципиально меняет характер задачи апостериорной оценки вектора навигационных параметров спутника.

В этом случае вектор состояния спутника, являясь непрерывным, описывается, как и ранее, уравнением (2), но уравнение спутниковых измерений здесь необходимо уже представить в дискретной форме:

$$Z_0[t_K] = H_0\left(Y_c\right) + W_0[t_K], \qquad (6)$$

где K = 1, 2, … – номер временного такта приема спутниковых измерений; $W_0[t_K]$ – векторная центрированная гауссовская последовательность независимых случайных величин с известной матрицей дисперсий D_0.

Очевидно, что рассмотренные выше методы непрерывной нелинейной фильтрации здесь использованы быть не могут. В то же время система уравнений (2), (6) представляет собой классическую пару «стохастический непрерывный объект – стохастический дискретный наблюдатель», позволяющую решить задачу апостериорного оценивания навигационного вектора спутника известными методами теории непрерывно-дискретной стохастической фильтрации [5].

В соответствии с предложенным в [5] подходом, в исследуемом случае на интервалах $[t_{K-1}, t_K]$, $K = 1, 2, \ldots$ между дискретными спутниковыми измерениями для оценки вектора состояния спутника будем использовать уравнения априорного нелинейного непрерывного оценивания следующего вида (частный случай (5)):

$$\dot{\hat{Y}}_c = F\left(\hat{Y}_c\right);$$

$$\dot{R}\left(\hat{Y}_c\right) = \frac{\partial F\left(\hat{Y}_c\right)}{\partial \hat{Y}_c} R\left(\hat{Y}_c\right) + R\left(\hat{Y}_c\right)\frac{\partial F^T\left(\hat{Y}_c\right)}{\partial \hat{Y}_c} + \begin{vmatrix} 0 & \\ & D_\xi \end{vmatrix}, \quad (7)$$

а для оценки его навигационного вектора в моменты t_K, $K = 1, 2, \ldots$ приема измерений – алгоритм *дискретного* оценивания навигационных параметров спутника по спутниковым измерениям $Z_0[t_K] = Z_{0K}$ [5]:

$$\hat{Y}_c(t_K+0) = \hat{Y}_{cK0} + R(t_K+0)\,\frac{\partial H_0^T\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c} D_0^{-1} \times$$

$$\times\left[Z_{0K} - H_0\left(\hat{Y}_{cK0}\right)\right];$$

$$R^{-1}(t_K+0) = R_{K0}^{-1} + \frac{\partial H_0^T\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c} D_0^{-1}\,\frac{\partial H_0\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c}. \quad (8)$$

При этом начальные условия $\hat{Y}_c(t_{K-1})$, $R(t_{K-1})$ интегрирования уравнений непрерывного оценивания (7) на интервале $[t_{K-1}, t_K]$ формируются как результат дискретного оценивания $\hat{Y}_{c(K-1)} = \hat{Y}_c(t_{K-1}+0)$, $R_{K-1} = R(t_{K-1}+0)$ вектора состояния спутника в момент времени t_{K-1}: $\hat{Y}_c(t_{K-1}) = \hat{Y}_{c(K-1)} = \hat{Y}_c(t_{K-1}+0)$, $R(t_{K-1}) = R_{K-1} = R(t_{K-1}+0)$. В свою очередь, результат интегрирования $\hat{Y}_c(t_K)$, $R(t_K)$ уравнений непрерывного оценивания (7) в конце временного интервала $[t_{K-1}, t_K]$ является начальным условием $\hat{Y}_c(t_K-0) = \hat{Y}_{cK0}$, $R(t_K-0) = R_{K0}$ для выполнения алгоритма дискретного оценивания (8) в момент времени t_K: $\hat{Y}_c(t_K-0) = \hat{Y}_{cK0} = \hat{Y}_c(t_K)$, $R(t_K-0) = R_{K0} = R(t_K)$.

Для сокращения вычислительных затрат, связанных с обращением апостериорной ковариационной матрицы R, можно для ее вычисления использовать альтернативный алгоритм [5], эффективный при размерности вектора наблюдений, меньшей размерности вектора состояния (как и в исследуемом случае):

$$\hat{Y}_c(t_K+0) = \hat{Y}_{cK0} + R(t_K+0)\,\frac{\partial H_0^T\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c} D_0^{-1} \times$$

$$\times\left[Z_{0K} - H_0\left(\hat{Y}_{cK0}\right)\right];$$

$$R(t_K+0) = R_{K0} - R_{K0}\,\frac{\partial H_0^T\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c} \times$$

$$\times\left\{\frac{\partial H_0\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c} R_{K0} \frac{\partial H_0^T\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c} + D_0\right\}^{-1} \frac{\partial H_0\left(\hat{Y}_{cK0}\right)}{\partial \hat{Y}_c} R_{K0}.$$

По сравнению с алгоритмом непрерывной оценки (5) применение непрерывно-дискретной схемы, с одной стороны, требует меньших вычислительных затрат: в формулах (7), (8) уравнения оценки интегрируются независимо от уравнений апостериорной ковариационной матрицы и их правые части проще, чем в (5); но с другой, оказывается менее точным, так как измерительная информация используется только через заданные временные интервалы (при сравнении ГЛОНАСС и *GPS* – в 200 раз реже), внутри которых схема оценки эфемерид не отличается, по существу, от традиционного алгоритма (1).

Пример

Для иллюстрации эффективности предложенного подхода было проведено моделирование алгоритма фильтрации (5) на временном интервале $t \in [0;1000]$ с с шагом $\Delta t = 0{,}01$ с методом Рунге – Кутты 4-го порядка. Линейное движение спутника моделировалось интегрированием уравнений его движения (2) при следующих начальных условиях: $\xi_c = 0$, $\eta_c = 0$, $\zeta_c = 25{,}5\cdot 10^6$ м, $V_{\xi c} = 3\cdot 10^3$ м/с, $V_{\eta c} = -6{,}973\cdot 10^3$ м/с, $V_{\zeta c} = 2\cdot 10^3$ м/с.

В качестве модели помех измерений и возмущающих ускорений спутника был использован аддитивный гауссовский вектор-шум с нулевым матожиданием и интенсивностью для: кодовых измерений – $(10\text{ м})^2$, доплеровских измерений – $(0{,}25\text{ м/с})^2$, возмущающих ускорений – $(3\cdot 10^{-5}\text{ м/с}^2)^2$.

По окончании временного интервала моделирования максимальные ошибки оценки эфемерид спутника составили: $\Delta\xi - 8{,}5$ м, $\Delta\eta - 12{,}4$ м, $\Delta\zeta - 8{,}1$ м (при использовании традиционного алгоритма соответственно: $\Delta\xi - 32$ м, $\Delta\eta - 38{,}5$ м, $\Delta\zeta - 25{,}4$ м), что свидетельствует о возможности весьма эффективного практического использования предложенного подхода.

Литература

1. Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС (5.1 редакция). М., 2008.
2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М., 2010. 800 с.
3. *Лукасевич В.И.* Использование нелинейного фильтра Калмана для оценки возмущенных эфемерид навигационных спутников // Фундаментальные и прикладные науки сегодня: Материалы междунар. науч.-практ. конф. 25–26 июля 2013 г. М., 2013. С. 126 – 134.
4. *Крамаров С.О., Лукасевич В.И.* Оценка эфемерид навигационных спутников на основе нелинейного фильтра Калмана // Материалы междунар. науч.-практ. конф. «Восточное партнерство. Технические науки» – 2013 г. Прага, 2013. С. 457 – 464.
5. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М., 1991. 608 с.

Поступила в редакцию ***27 июня 2013 г.***