



УДК 621.311: 621.331

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАТОРА, СНАБЖЕННОГО СИММЕТРИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ© В.П. Закарюкин¹, А.В. Крюков^{1,2}¹Иркутский государственный университет путей сообщения, 664074, Россия, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15.²Иркутский государственный технический университет, 664074, Россия, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83.

Предложена математическая модель трансформатора, снабженного симметрирующим устройством в виде дополнительной обмотки, уложенной поверх трехстержневого сердечника. Отличительная особенность предлагаемой модели состоит в использовании фазных координат и решетчатых схем замещения. Модель реализована в программном комплексе «Fazonord».

Ил. 5. Табл. 1. Библиогр. 4 назв.

*Ключевые слова: моделирование трансформатора; симметрирующее устройство; фазные координаты.***MATHEMATICAL MODEL OF THE TRANSFORMER WITH A BALANCING UNIT**

V.P. Zakaryukin, A.V. Kryukov

Irkutsk State University of Railway Engineering, 15 Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia, 664074.

Irkutsk State Technical University,

83 Lermontov St., Irkutsk, Russia, 664074.

The paper proposes a mathematical model of the transformer with a balancing unit in the form of additional winding placed over a triple core. The proposed model features using phase coordinates and lattice equivalent circuits. The model is implemented in Fazonord program software.

5 figures. 1 table. 4 sources.

Key words: modeling a transformer; balancing unit (balun); phase coordinates.

Действующий ГОСТ 13109-97, а также его новая редакция ГОСТ Р 54149-2010 предъявляют жесткие требования по несимметрии трехфазных напряжений в электрических сетях. Соблюдение установленных этими стандартами норм требует применения специальных мер по снижению несимметрии. В частности, в работе [1] предложены трансформаторы с симметрирующей обмоткой (рис. 1), принятые к серийному производству Минским электротехническим заводом. Симметрирующее устройство (СУ) такого трансформатора представляет собой отдельную обмотку, уложенную в виде банджа поверх обмоток высшего напряжения и рассчитанную на длительное протекание номинального тока. Она включена в рассечку нулевого провода из расчета того, что при появлении тока в нулевом проводе трансформатора, а также связанного с ним потока нулевой последовательности Φ_0 поток, создаваемый СУ, компенсирует действие Φ_0 , тем самым предотвращая перекося фазных напряжений.

Цель исследования. Для корректной оценки положительных эффектов от применения СУ требуется разработка адекватных моделей трансформатора с симметрирующей обмоткой (СО), позволяющих проводить расчеты несимметричных режимов электрических систем, включающих в свой состав подобные трансформаторы. Такие модели могут быть созданы в рамках концепции решетчатых схем замещения, представленных в работе [2] и реализованных в программном комплексе Fazonord [3]. Методика моделирования трансформатора с СУ и некоторые результаты моделирования его работы представлены ниже.

Уравнения состояния трансформатора. Трансформатор с СУ имеет дополнительную обмотку, наложенную поверх основных обмоток с охватом всех трех его стержней (рис. 1, 2). Внутри СО сконцентрирован суммарный магнитный поток, равный утроенному потоку нулевой последовательности.

При моделировании такого трансформатора используются следующие положения:

- трансформатор считается линейной системой;
- два крайних стержня, выделенные на рис. 2 пунктиром и отсутствующие в реальном устройстве, отвечают

¹Закарюкин Василий Пантелеймонович, доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения железнодорожного транспорта, тел.: (3952) 638345, e-mail: zakaryukin@gmail.com
Zakaryukin Vasily, Doctor of technical sciences, Professor of the Department of Railway Transport Power Supply, tel.: (3952) 638345, e-mail: zakaryukin@gmail.com

²Крюков Андрей Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения железнодорожного транспорта, профессор кафедры электроснабжения и электротехники, член-корр. АН ВШ РФ и Российской инженерной академии, заслуженный энергетик Республики Бурятия, тел.: (3952) 638345, e-mail: and_kryukov@mail.ru
Kryukov Andrei, Doctor of technical sciences, Professor of the Department of Railway Transport Power Supply, Professor of the Department of Power Supply and Electrical Engineering, Corresponding Member of the Academy of Sciences of Higher Schools of Russia and the Russian Engineering Academy, Honored Power Engineer of the Republic of Buryatia, tel.: (3952) 638345, e-mail: and_kryukov@mail.ru

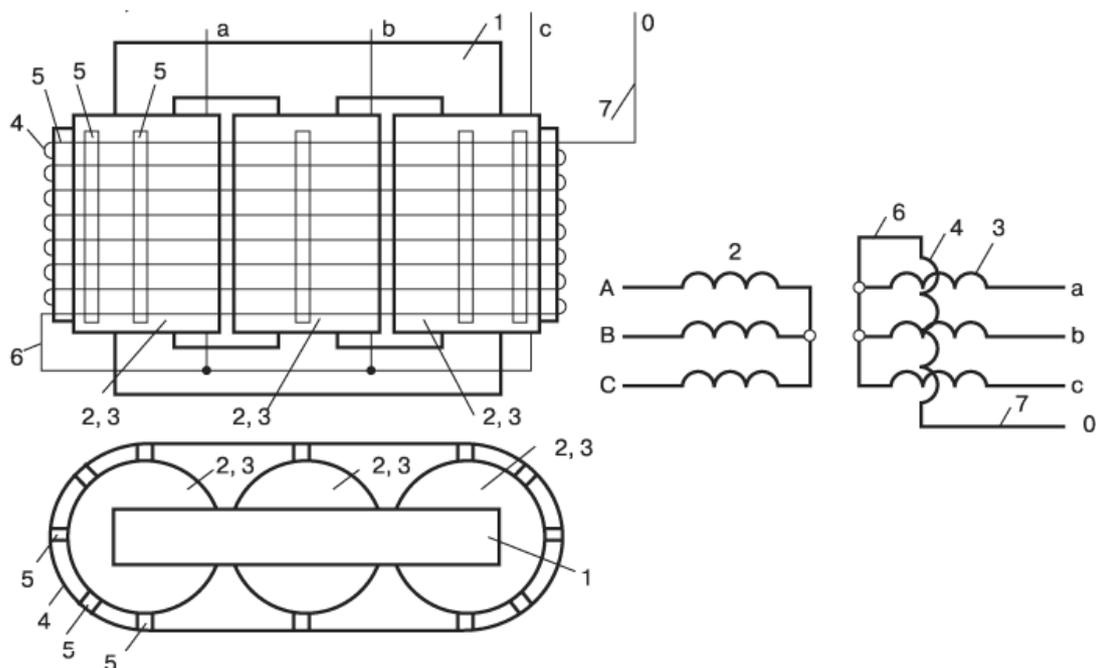


Рис. 1. Схемы включения основных и дополнительной обмоток трансформатора: 1 – магнитопровод; 2 – обмотки высокого напряжения; 3 – обмотки низкого напряжения; 4 – симметрирующая обмотка; 5 – изоляционные клинья; 6 – конец СО, подключаемый к нейтрали обмоток низкого напряжения; 7 – конец СО, выводимый наружу

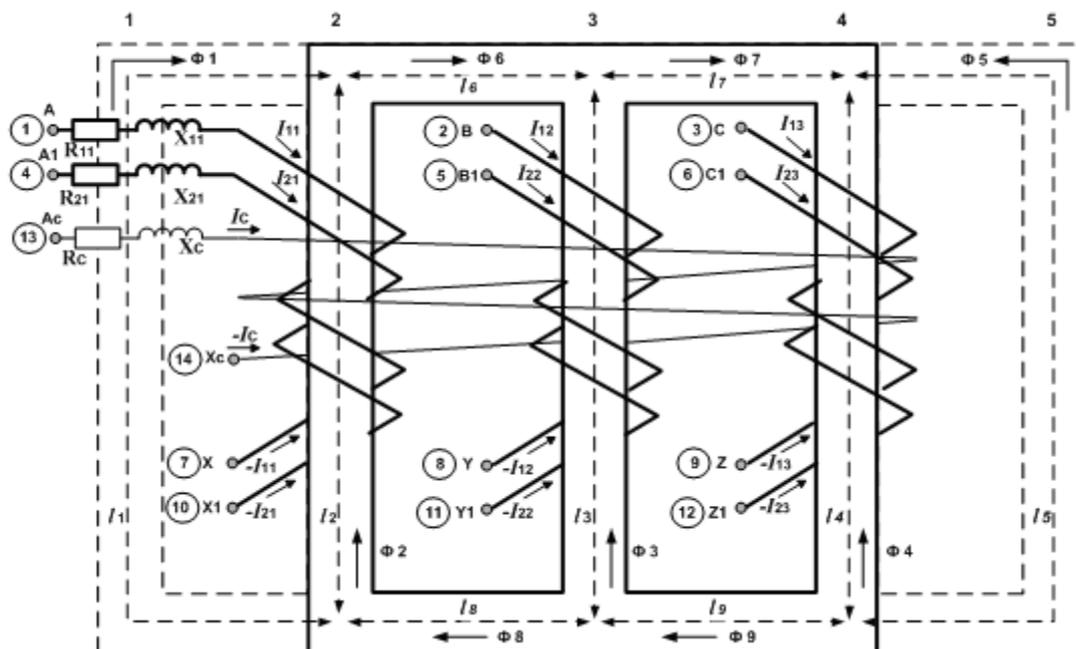


Рис. 2. Схема модели трансформатора

замыканию магнитного потока рассеяния через масло и стенки бака и характеризуются единичной магнитной проницаемостью; площади сечения этих стержней приняты одинаковыми и равными S_1 , длины также равны между собой;

- основные магнитные потоки трех реальных стержней полностью пересекают витки СО;
- реальные стержни магнитопровода характеризуются постоянной величиной комплексной магнитной проницаемости $\underline{\mu}_{r2}' - j \underline{\mu}_{r2}''$, определяемой из паспортных значений тока и активной мощности холостого хода;

площади сечения этих стержней одинаковы и равны S_2 ;

- каждая катушка обладает активными и реактивным сопротивлениями $Z_{ik} = R_{ik} + j\omega L_{ik}$ (i – номер обмотки,



k – номер фазы), которые определяются параметрами короткого замыкания;

• число витков w_{ik} фазных катушек определяется по значению рабочей индукции в сердечнике и номинальному напряжению катушки U_{ik} (именно катушки, а не обмотки в целом, последнее может быть больше первого на

$\sqrt{3}$), $w_{ik} = \frac{U_{ik} \sqrt{2}}{\omega B_{2m} S_2} = \frac{4.502 U_{ik}}{B_{2m} S_2}$, если U_{ik} – в киловольтах, амплитуда индукции B_{2m} – в тесла, S_2 – м²;

• число витков w_C симметрирующей катушки также определяется по значению рабочей индукции в сердечнике и номинальному напряжению катушки U_C , $w_C = \frac{U_C \sqrt{2}}{3\omega B_{2m} S_2} = \frac{1.501 U_C}{B_{2m} S_2}$, что означает задание числа витков симметрирующей катушки через ее условное номинальное напряжение.

Предполагается симметрия конструкции трансформатора, то есть равенство длин $l_1 = l_5$, $l_6 = l_7 = l_8 = l_9$, $l_2 = l_4$, при котором соблюдается равенство магнитных потоков $\Phi_6 = \Phi_8$, $\Phi_7 = \Phi_9$.

При симметричности сердечника относительно его средней линии и исключении магнитных потоков Φ_8 и Φ_9 уравнения электрического и магнитного состояний трансформатора можно записать следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} (R_{11} + jX_{11})\dot{I}_{11} + j\omega w_{11}\dot{\Phi}_2 &= \dot{U}_{11}; & (R_{12} + jX_{12})\dot{I}_{12} + j\omega w_{12}\dot{\Phi}_3 &= \dot{U}_{12}; \\ (R_{13} + jX_{13})\dot{I}_{13} + j\omega w_{13}\dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_{13}; & (R_{21} + jX_{21})\dot{I}_{21} + j\omega w_{21}\dot{\Phi}_2 &= \dot{U}_{21}; \\ (R_{22} + jX_{22})\dot{I}_{22} + j\omega w_{22}\dot{\Phi}_3 &= \dot{U}_{22}; & (R_{23} + jX_{23})\dot{I}_{23} + j\omega w_{23}\dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_{23}; \\ (R_C + jX_C)\dot{I}_C + j\omega w_C(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 + \dot{\Phi}_4) &= \dot{U}_C; \\ \dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 - \dot{\Phi}_6 &= 0; & \dot{\Phi}_3 + \dot{\Phi}_6 - \dot{\Phi}_7 &= 0; & \dot{\Phi}_4 + \dot{\Phi}_5 + \dot{\Phi}_7 &= 0; \\ \dot{H}_1 l_1 - \dot{H}_2 l_2 &= -\dot{I}_{11} w_{11} - \dot{I}_{21} w_{21} - \dot{I}_C w_C; \\ \dot{H}_2 l_2 + 2\dot{H}_6 l_6 - \dot{H}_3 l_3 &= \dot{I}_{11} w_{11} + \dot{I}_{21} w_{21} - \dot{I}_{12} w_{12} - \dot{I}_{22} w_{22}; \\ \dot{H}_3 l_3 + 2\dot{H}_7 l_7 - \dot{H}_4 l_4 &= \dot{I}_{12} w_{12} + \dot{I}_{22} w_{22} - \dot{I}_{13} w_{13} - \dot{I}_{23} w_{23}; \\ \dot{H}_4 l_4 - \dot{H}_5 l_5 &= \dot{I}_{13} w_{13} + \dot{I}_{23} w_{23} + \dot{I}_C w_C. \end{aligned}$$

Данная система уравнений включает семь уравнений электрического состояния и столько же магнитного при учете взаимосвязи магнитных потоков. Неизвестными являются токи \dot{I}_{11} , \dot{I}_{12} , \dot{I}_{13} , \dot{I}_{21} , \dot{I}_{22} , \dot{I}_{23} , \dot{I}_C и магнитные потоки Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 , Φ_4 , Φ_5 , Φ_6 , Φ_7 , четыре из которых являются независимыми друг от друга. В уравнениях через U_{ik} обозначены напряжения фаз обмоток, а через H_i – напряженности магнитного поля стержней или частей ярма с длинами l_i . Первый индекс обозначает номер обмотки, второй – номер фазы. Напряженности поля связаны с потоками следующими соотношениями:

$$\dot{H}_k l_k = \frac{\dot{B}_k l_k}{\mu_0 \mu_{rk}} = \underline{R}_{mk} \dot{\Phi}_k;$$

$$\underline{R}_{mk} = \begin{cases} \frac{l_k}{\mu_0 S_1}, k = 1, 5; \\ \frac{l_k}{\mu_0 (\mu_{r2} - j\mu_{r2}')} S_1, k = 2, 3, 4, 6, 7, \end{cases}$$

где $\underline{R}_{mk} = R_{mk}' + jR_{mk}''$ – сопротивления магнитных ветвей.

После введения магнитных сопротивлений система уравнений запишется так:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11} + j\omega w_{11} \dot{\Phi}_2 &= \dot{U}_{11}; & \underline{Z}_{12} \dot{I}_{12} + j\omega w_{12} \dot{\Phi}_3 &= \dot{U}_{12}; \\ \underline{Z}_{13} \dot{I}_{13} + j\omega w_{13} \dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_{13}; & \underline{Z}_{21} \dot{I}_{21} + j\omega w_{21} \dot{\Phi}_2 &= \dot{U}_{21}; \\ \underline{Z}_{22} \dot{I}_{22} + j\omega w_{22} \dot{\Phi}_3 &= \dot{U}_{22}; & \underline{Z}_{23} \dot{I}_{23} + j\omega w_{23} \dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_{23}; \\ \underline{Z}_C \dot{I}_C + j\omega w_C (\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 + \dot{\Phi}_4) &= \dot{U}_C; \\ \underline{R}_{m1} \dot{\Phi}_1 - \underline{R}_{m2} \dot{\Phi}_2 + \dot{I}_{11} w_{11} + \dot{I}_{21} w_{21} + \dot{I}_C w_C &= 0; \\ \underline{R}_{m2} \dot{\Phi}_2 + 2\underline{R}_{m6} (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2) - \underline{R}_{m3} \dot{\Phi}_3 - \dot{I}_{11} w_{11} - \dot{I}_{21} w_{21} + \dot{I}_{12} w_{12} + \dot{I}_{22} w_{22} &= 0; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \underline{R}_{m3} \dot{\Phi}_3 + 2\underline{R}_{m7} (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) - \underline{R}_{m4} \dot{\Phi}_4 - \dot{I}_{12} w_{12} - \dot{I}_{22} w_{22} + \dot{I}_{13} w_{13} + \dot{I}_{23} w_{23} &= 0; \\ \underline{R}_{m4} \dot{\Phi}_4 + \underline{R}_{m5} (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 + \dot{\Phi}_4) - \dot{I}_{13} w_{13} - \dot{I}_{23} w_{23} - \dot{I}_C w_C &= 0. \end{aligned}$$

Симметрия сердечника трансформатора обуславливает равенства $\underline{R}_{m1} = \underline{R}_{m5}$, $\underline{R}_{m2} = \underline{R}_{m3} = \underline{R}_{m4}$, $\underline{R}_{m6} = \underline{R}_{m7}$, и уравнения могут быть преобразованы к следующему виду:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11} + j\omega w_{11} \dot{\Phi}_2 &= \dot{U}_{11}; & \underline{Z}_{12} \dot{I}_{12} + j\omega w_{12} \dot{\Phi}_3 &= \dot{U}_{12}; \\ \underline{Z}_{13} \dot{I}_{13} + j\omega w_{13} \dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_{13}; & \underline{Z}_{21} \dot{I}_{21} + j\omega w_{21} \dot{\Phi}_2 &= \dot{U}_{21}; \\ \underline{Z}_{22} \dot{I}_{22} + j\omega w_{22} \dot{\Phi}_3 &= \dot{U}_{22}; & \underline{Z}_{23} \dot{I}_{23} + j\omega w_{23} \dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_{23}; \\ \underline{Z}_C \dot{I}_C + j\omega w_C \dot{\Phi}_2 + j\omega w_C \dot{\Phi}_3 + j\omega w_C \dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_C; \\ -\dot{I}_{11} w_{11} - \dot{I}_{21} w_{21} - \dot{I}_C w_C - \underline{R}_{m1} \dot{\Phi}_1 + \underline{R}_{m2} \dot{\Phi}_2 &= 0; \\ \dot{I}_{11} w_{11} + \dot{I}_{21} w_{21} - \dot{I}_{12} w_{12} - \dot{I}_{22} w_{22} - 2\underline{R}_{m7} \dot{\Phi}_1 - (\underline{R}_{m2} + 2\underline{R}_{m7}) \dot{\Phi}_2 + \underline{R}_{m2} \dot{\Phi}_3 &= 0; \\ \dot{I}_{12} w_{12} + \dot{I}_{22} w_{22} - \dot{I}_{13} w_{13} - \dot{I}_{23} w_{23} - 2\underline{R}_{m7} \dot{\Phi}_1 - 2\underline{R}_{m7} \dot{\Phi}_2 - (\underline{R}_{m2} + 2\underline{R}_{m7}) \dot{\Phi}_3 + \underline{R}_{m2} \dot{\Phi}_4 &= 0; \\ \dot{I}_{13} w_{13} + \dot{I}_{23} w_{23} + \dot{I}_C w_C - \underline{R}_{m1} \dot{\Phi}_1 - \underline{R}_{m1} \dot{\Phi}_2 - \underline{R}_{m1} \dot{\Phi}_3 - (\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2}) \dot{\Phi}_4 &= 0. \end{aligned}$$

Последняя система уравнений может быть переписана как

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}\dot{\mathbf{I}} + j\omega \mathbf{W}_1 \dot{\Phi} &= \dot{\mathbf{U}}; \\ \mathbf{W}_2 \dot{\mathbf{I}} + \underline{\mathbf{R}}_M \dot{\Phi} &= \mathbf{0}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\dot{\mathbf{I}} = [\dot{I}_{11} \ \dot{I}_{12} \ \dot{I}_{13} \ \dot{I}_{21} \ \dot{I}_{22} \ \dot{I}_{23} \ \dot{I}_C]^T$ – вектор токов; $\dot{\Phi} = [\dot{\Phi}_1 \ \dot{\Phi}_2 \ \dot{\Phi}_3 \ \dot{\Phi}_4]^T$ – вектор магнитных потоков; $\dot{\mathbf{U}} = [\dot{U}_{11} \ \dot{U}_{12} \ \dot{U}_{13} \ \dot{U}_{21} \ \dot{U}_{22} \ \dot{U}_{23} \ \dot{U}_C]^T$ – вектор напряжений катушек трансформатора; $\underline{\mathbf{Z}} = \text{diag}(\underline{Z}_{11} \ \underline{Z}_{12} \ \underline{Z}_{13} \ \underline{Z}_{21} \ \underline{Z}_{22} \ \underline{Z}_{23} \ \underline{Z}_C)$ – диагональная матрица сопротивлений катушек;

$$\underline{\mathbf{R}}_M = \begin{bmatrix} -\underline{R}_{m1} & \underline{R}_{m2} & 0 & 0 \\ -2\underline{R}_{m7} & -(\underline{R}_{m2} + 2\underline{R}_{m7}) & \underline{R}_{m2} & 0 \\ -2\underline{R}_{m7} & -2\underline{R}_{m7} & -(\underline{R}_{m2} + 2\underline{R}_{m7}) & \underline{R}_{m2} \\ -\underline{R}_{m1} & -\underline{R}_{m1} & -\underline{R}_{m1} & -(\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2}) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} 0 & w_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{13} \\ 0 & w_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{23} \\ 0 & w_C & w_C & w_C \end{bmatrix}; \quad \mathbf{W}_2 = \begin{bmatrix} -w_{11} & 0 & 0 & w_{21} & 0 & 0 & w_C \\ w_{11} & -w_{12} & 0 & w_{21} & -w_{22} & 0 & 0 \\ 0 & w_{12} & -w_{13} & 0 & w_{22} & -w_{23} & 0 \\ 0 & 0 & w_{13} & 0 & 0 & w_{23} & w_C \end{bmatrix}.$$

Из второго уравнения системы (1) может быть найден вектор потоков

$$\dot{\Phi} = -\underline{\mathbf{R}}_M^{-1} \mathbf{W}_2 \dot{\mathbf{I}}.$$

Подстановка найденного значения $\dot{\Phi}$ в первое матричное уравнение приводит к уравнению

$$\underline{\mathbf{Z}}\dot{\mathbf{I}} - j\omega \mathbf{W}_1 \underline{\mathbf{R}}_M^{-1} \mathbf{W}_2 \dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{U}},$$

или в сокращенном виде

$$\underline{\mathbf{Z}}_E \dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{U}},$$

где $\underline{\mathbf{Z}}_E = \underline{\mathbf{Z}} - j\omega \mathbf{W}_1 \underline{\mathbf{R}}_M^{-1} \mathbf{W}_2$.

На основе матрицы $\underline{\mathbf{Z}}_E$ может быть построена решетчатая схема замещения трансформатора, проводимости которой определяются матрицей [2, 3]:



$$\underline{Y}_{PC} = \begin{bmatrix} -\underline{Z}_E^{-1} & \underline{Z}_E^{-1} \\ \underline{Z}_E^{-1} & -\underline{Z}_E^{-1} \end{bmatrix}.$$

При отсутствии связей с узлом нулевого потенциала (землей) матрица \underline{Y}_{PC} вырождена, что не препятствует использованию модели в расчетах. После выполнения преобразований, отвечающих схеме соединений обмоток трансформатора Y/Y_0 , формирования расчетной схемы сети путем объединения моделей нескольких элементов и исключения уравнений, соответствующих базисным узлам, матрица проводимостей сети становится хорошо обусловленной.

Определение параметров модели трансформатора. Определение параметров решетчатой схемы замещения трансформатора, снабженного СУ, мало отличается от определения параметров обычного трансформатора. При опытах холостого хода и короткого замыкания (КЗ) с подачей симметричного напряжения прямой последовательности СО не вносит заметного вклада в режим, поэтому все сопротивления трехфазных обмоток определяются так же, как и для обычного трансформатора. Отличие состоит в необходимости определения активного и индуктивного сопротивления рассеяния СО. Для этого надо иметь информацию об активной мощности и напряжении короткозамкнутой цепи, образованной первичной обмоткой и СО. Эти параметры определяются при подаче на первичную обмотку напряжений нулевой последовательности. При этом будут справедливы следующие положения:

- токи фаз первичной обмотки практически не различаются;
- активные и реактивные сопротивления фаз примерно равны;
- число витков обмоток различных фаз одинаково.

С учетом данных положений уравнения электрического состояния трансформатора можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11} + j \omega w_{11} \dot{\Phi}_2 &= U_{11}; & j \omega w_{21} \dot{\Phi}_2 &= \dot{U}_{12}; \\ \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11} + j \omega w_{11} \dot{\Phi}_3 &= U_{11}; & j \omega w_{21} \dot{\Phi}_3 &= \dot{U}_{22}; \\ \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11} + j \omega w_{11} \dot{\Phi}_4 &= U_{11}; & j \omega w_{21} \dot{\Phi}_4 &= \dot{U}_{23}; \\ \underline{Z}_C \dot{I}_C + j \omega w_C (\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 + \dot{\Phi}_4) &= 0. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_3 = \dot{\Phi}_4; \quad \dot{\Phi}_2 &= \frac{U_{11} - \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11}}{j \omega w_{11}}; \\ \underline{Z}_C \dot{I}_C + 3j \omega w_C \dot{\Phi}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Второе и третье уравнения магнитного состояния при малости \underline{R}_{m7} по сравнению с \underline{R}_{m2} вырождаются¹, а первое и четвертое приобретают вид:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{11} w_{11} + \dot{I}_C w_C + \underline{R}_{m1} \dot{\Phi}_1 - \underline{R}_{m2} \dot{\Phi}_2 &= 0; \\ \dot{I}_{11} w_{11} + \dot{I}_C w_C - \underline{R}_{m1} \dot{\Phi}_1 - (3\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2}) \dot{\Phi}_2 &= 0, \end{aligned}$$

что дает равенство $\dot{\Phi}_1 = -1,5\dot{\Phi}_2$. Из первого уравнения магнитного состояния можно определить комплекс тока СО \dot{I}_C :

$$\dot{I}_C = \frac{(1,5\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2})\dot{\Phi}_2 - \dot{I}_{11} w_{11}}{w_C}.$$

После подстановки полученного для тока \dot{I}_C выражения в уравнения (2) определяется сопротивление СО, необходимое для формирования матрицы обобщенных сопротивлений трансформатора:

$$\underline{Z}_C = \frac{3j \omega w_C^2 (U_{11} - \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11})}{j \omega \dot{I}_{11} w_{11}^2 - (1,5\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2})(U_{11} - \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11})}. \quad (3)$$

Комплекс тока КЗ СО определяется из активной мощности потерь и напряжения КЗ:

$$0,03(I_{in}' - jI_{in}'')U_1 u_{kc} = P_{kc} + jQ_{kc};$$

¹ Это вырождение эквивалентно принятию гипотезы нулевой симметричности по первичной обмотке режима рассматриваемого КЗ.



$$I_{1n}' = \frac{100P_{kc}}{3U_1 u_{kc}}; I_{1n}'' \approx \frac{S_n}{3U_1},$$

где P_{kc} – мощность потерь КЗ; S_n – номинальная мощность трансформатора; u_{kc} – напряжение КЗ в процентах; U_1 – номинальное фазное напряжение первичной обмотки трансформатора, относительно которого отсчитываются углы токов; $\dot{I}_{1n} = I_{1n}' + jI_{1n}''$ – комплекс тока КЗ, модуль которого равен номинальному току первичной обмотки трансформатора.

Алгоритм определения элементов матрицы обобщенных сопротивлений, из которой получается решетчатая схема замещения трансформатора, включает следующие этапы.

1. Из параметров режима холостого хода можно определить числа витков фаз обмоток, в том числе и симметрирующей:

$$w_{ik} = \frac{0,004502U_{ik}}{B_{2m}S_2}; w_C = \frac{0,004502U_C}{3B_{2m}S_2},$$

где U_{ik} – напряжение катушки, В, B_{2m} – амплитуда индукции, Тл, S_2 – площадь сечения стержня сердечника, м². Номинальное напряжение СО достаточно условно и не обязательно должно отвечать допустимому напряжению длительного режима этой обмотки.

Для масляных трансформаторов мощностью от 25 кВ·А до 100 кВ·А максимальная индукция лежит в пределах от 1,2 до 1,6 Тл, для трансформаторов мощностью более 160 кВ·А этот параметр находится в пределах от 1,4 до 1,65 Тл (верхние значения соответствуют современным трансформаторам).

2. Магнитные сопротивления магнитных ветвей определяются через справочные параметры холостого хода [2]:

$$\underline{R}_{m2} = \frac{q_x + jp_x}{6 + 4k_{72}}; R_{m1} = R_{m5} = \frac{l_1}{\mu_0 S_1}; \underline{R}_{m6} = \underline{R}_{m7} = \underline{R}_{m2} \frac{l_7}{l_2} = \frac{1}{2} k_{72} \underline{R}_{m2},$$

где $p_x = \frac{2\omega w_{11}^2 P_x}{U_1^2}; q_x = \frac{2\omega w_{11}^2 Q_x}{U_1^2}; Q_x = \sqrt{\left(\frac{i_x S_n}{100}\right)^2 - P_x^2}.$

3. Сопротивления фаз обмоток трансформатора с СУ определяются так же, как и для обычного трансформатора, по следующим формулам [2] (число обмоток указано без учета СО):

– для двухобмоточного трансформатора:

$$R_1 = \frac{3P_k U_1^2}{2S_n^2}; R_2 = \frac{3P_k U_2^2}{2S_n^2} = R_1 \frac{U_2^2}{U_1^2}; X_1 = \frac{3U_1^2 u_{12}'}{200S_n}; X_2 = \frac{3U_2^2 u_{12}'}{200S_n} = X_1 \frac{U_2^2}{U_1^2};$$

– для четырехобмоточного трансформатора:

$$R_1' = 0,5(R_{12}' + R_{13}' - R_{23}'); R_2' = R_{12}' - R_1'; R_3' = R_{13}' - R_1';$$

$$R_4' = R_{14}' - R_1'; R_i = R_i' U_i^2 / U_1^2; R_i' = R_i \frac{U_1^2}{U_i^2}; R_{ij}' = \frac{3U_1^2 P_{ij}}{S_{jn}^2};$$

$$X_1 + X_2 \frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{U_1 u_{12}'}{100I_n} = \frac{3U_1^2 u_{12}'}{100S_{2n}}; X_1' + X_2' = Q_{12}';$$

$$X_1' + X_3' = X_{13}'; X_1' + X_4' = X_{14}'; X_1' + X_5' = X_{15}'; X_2' + X_3' = X_{23}';$$

$$X_i' = X_i \frac{U_1^2}{U_i^2}; X_{ij}' = \frac{3U_1^2 u_{ij}'}{100S_{jn}}; X_{23}' = \frac{3U_1^2 u_{23}'}{100S_{2n}} \text{ или } X_{23}' = \frac{3U_1^2 u_{23}'}{100S_{3n}};$$

$$X_1' = 0,5(X_{12}' + X_{13}' - X_{23}'); X_2' = X_{12}' - X_1'; X_3' = X_{13}' - X_1';$$

$$X_4' = X_{14}' - X_1'; X_i = X_i' \frac{U_i^2}{U_1^2},$$

где $u_{1j}' = \sqrt{u_{1j}^2 - \left(\frac{100P_{1j}}{S_{jn}}\right)^2}$ – скорректированные напряжения КЗ для каждой пары обмоток 1-j; $j=1...4$;



$$u_{23}' = \sqrt{u_{23}^2 - \left(\frac{100P_{23}}{S_{2(3)n}} \right)^2} - \text{скорректированные напряжения КЗ для обмоток 2 и 3; } u_{1j}, u_{23} - \text{справочные значения напряжений короткого замыкания.}$$

4. Сопротивление СО находится по формуле

$$\underline{Z}_C = \frac{3j\omega w_C^2 (0,01 u_{kc} U_1 - \underline{Z}_1 \dot{I}_{1n})}{j\omega \dot{I}_{1n} w_{11}^2 - (1,5\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2})(0,01 u_{kc} U_1 - \underline{Z}_1 \dot{I}_{1n})},$$

где u_{kc} – напряжение короткого замыкания симметрирующей обмотки, %; U_1 – номинальное фазное напряжение первичной обмотки трансформатора; $\dot{I}_{1n} = I_{1n}' + jI_{1n}'' = \frac{100P_{kc}}{3U_1 u_{kc}} - j\frac{S_n}{3U_1}$; P_{kc} – мощность потерь КЗ симметрирующей обмотки; S_n – номинальная мощность трансформатора.

Выделение вещественных и мнимых частей комплексного сопротивления приводит к выражению

$$\underline{Z}_C = R_C + jX_C = \frac{3\omega w_C^2}{I_S'^2 + I_S''^2} [-U_{1c}'' I_S' + U_{1c}' I_S'' + j(U_{1c}'' I_S'' + U_{1c}' I_S')],$$

где $I_S' = -\omega I_{1n}'' w_{11}^2 - R_m' U_{1c}' + R_m'' U_{1c}''$; $I_S'' = \omega I_{1n}' w_{11}^2 - R_m'' U_{1c}' - R_m' U_{1c}''$;

$$\underline{R}_m = R_m' + jR_m'' = 1,5\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2}; \dot{U}_{1c} = U_{1c}' + jU_{1c}'';$$

$$U_{1c}'' = -I_{1n}'' R_1 - I_{1n}' X_1; U_{1c}' = 0,01 U_1 u_{kc} - I_{1n}' R_1 + I_{1n}'' X_1.$$

После определения элементов матрицы обобщенных сопротивлений формирование решетчатой схемы замещения трансформатора производится по алгоритму, описанному в работе [2].

Определение рационального числа витков симметрирующей обмотки. На основе уравнения (3) после несложных преобразований с учетом соотношений, определяющих компенсацию напряжений нулевой последовательности, можно получить следующие выражения:

$$\dot{\Phi}_2 \approx \frac{U_{11}}{j\omega w_{11}}; \dot{U}_{21} \approx U_{11} \frac{w_{21}}{w_{11}}; \underline{Z}_C \dot{I}_C + U_{11} \frac{3w_C}{w_{11}} = \dot{U}_C \approx U_{11} \frac{w_{21}}{w_{11}};$$

$$\dot{I}_C = \frac{(1,5\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2}) \dot{\Phi}_2 - \dot{I}_{11} w_{11}}{w_C};$$

$$\underline{Z}_C \dot{I}_C + U_{11} \frac{3w_C}{w_{11}} - U_{11} \frac{w_{21}}{w_{11}} = 0; w_C \approx \frac{w_{21}}{3}.$$

Таким образом, рациональное число витков симметрирующей обмотки близко к одной трети витков вторичной обмотки трансформатора. Более точно число витков определяется выражением

$$w_C = \frac{U_{11} w_{21}}{3} \left\{ \frac{(U_{11} - \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11}) [U_{11} (1,5\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2}) - j\omega w_{11}^2 \dot{I}_{11}]}{j\omega \dot{I}_{11} w_{11}^2 - (1,5\underline{R}_{m1} + \underline{R}_{m2})(U_{11} - \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11})} + U_{11} \right\}^{-1}.$$

Состав справочных параметров трансформатора, снабженного СУ. В число справочных данных трансформатора с СО необходимо включить дополнительные параметры:

- условное номинальное напряжение СО, которое должно быть примерно равно номинальному фазному напряжению вторичной обмотки (с учетом тройного сечения магнитопровода, расположенного внутри СО);
- напряжение КЗ СО при подаче на первичную напряжений нулевой последовательности;
- активную мощность потерь при КЗ СО и подаче нулевой последовательности напряжений на первичную обмотку;
- условную номинальную мощность СО, равную одной трети номинальной мощности трансформатора (предполагается, что СО рассчитана на номинальный ток вторичной обмотки).

Положительный эффект симметрирующей обмотки снижается из-за наличия следующих факторов:

- через активно-индуктивное сопротивление СО протекает утроенный ток нулевой последовательности, создающий большое падение нежелательного напряжения;
- индуктивное сопротивление рассеяния обмотки будет иметь существенную величину из-за большого маг-



нитного сопротивления основному магнитному потоку, замыкающемуся через масляные промежутки и бак трансформатора;

- активное сопротивление симметрирующей обмотки будет также значительным из-за большой длины ее витка.

Пример расчета режима системы электроснабжения с трансформатором СУ. Описанная методика реализована при модернизации программного комплекса Fazonord [4]. Для проверки представленной методики моделирования трансформатора с СО в ПК Fazonord собрана простая расчетная схема (рис. 3), состоящая из линии электропередачи 10 кВ АС-50 длиной 10 км, получающей питание от шин бесконечной мощности, трансформатора ТМГСУ-250/10, четырехпроводной линии 0,4 кВ АС-50 длиной 0,5 км и трехфазной нагрузки в виде *RL*-элементов. Трансформатор имеет следующие параметры: номинальная мощность 250 кВ·А, номинальная мощность СО 83 кВ·А, номинальные напряжения 10,5; 0,4; 0,231 кВ (последнее – для СО), напряжение и потери короткого замыкания ВН-НН 4,5 %, 3,7 кВт, ВН-СО (для нулевой последовательности ВН) $U_{кС} = 23,5\%$ и $P_{кС} = 7$ кВт, ток холостого хода 2,3 %, потери холостого хода 0,8 кВт, сечение и длина эквивалентного масляного зазора 1,95 м² и 0,045 м. Параметры СО и масляного зазора подобраны для получения сопротивления нулевой последовательности трансформатора 0,56 Ом без СО и 0,197 Ом с СО (значения сопротивлений взяты из данных завода-изготовителя).

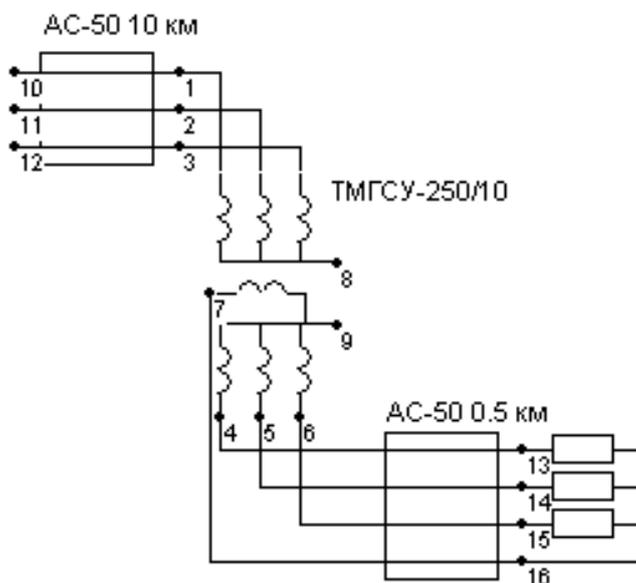


Рис. 3. Расчетная схема

В таблице и на рис. 4, 5 представлены результаты расчетов коэффициентов несимметрии по обратной и нулевой последовательностям при несимметричной нагрузке $Z_{н}$ и разных параметрах СО. Нулевой провод линии 0,4 кВ присоединялся либо к узлу 7 с включением в работу СО, либо к узлу 9 – с отключением СО; $Z_{нА} = 1,5 + j0$ Ом; $Z_{нВ} = 10000$ Ом; $Z_{нС} = 10000$ Ом.

Коэффициенты несимметрии напряжения трехфазной нагрузки по обратной и нулевой последовательностям

Симметрирующая обмотка	Длина ЛЭП-0,4 кВ, км	$k_{2U}, \%$	$k_{0U}, \%$
Включена	0,01	0,95	4,7
Включена	0,1	2,2	9,0
Включена	0,2	3,5	13,4
Включена	0,5	6,6	25,3
Отключена	0,01	0,95	12,2
Отключена	0,1	2,2	15,3
Отключена	0,2	3,5	18,8
Отключена	0,5	6,6	28,6

Как и следовало ожидать, СО не вносит изменений в несимметрию по обратной последовательности. На вторичной обмотке наблюдается заметное снижение напряжения нулевой последовательности при включенной СО. При жестком режиме однофазной нагрузки с током 150 А СО снижает несимметрию по нулевой последовательности с 12,2 до 4,7%.

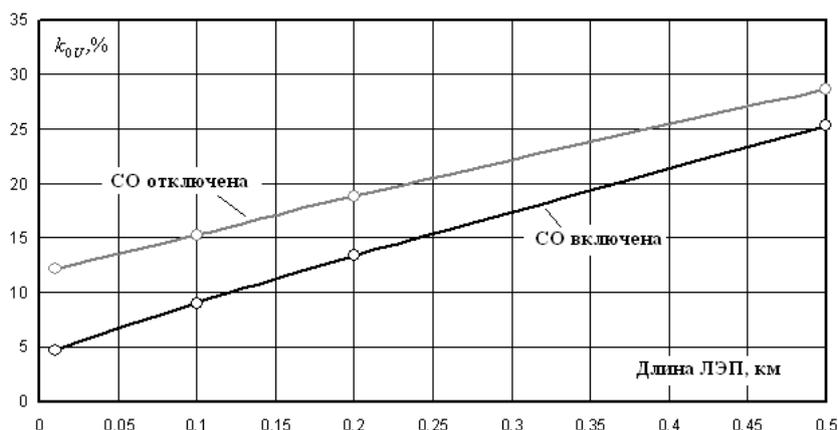


Рис. 4. Зависимость k_{0U} от длины ЛЭП

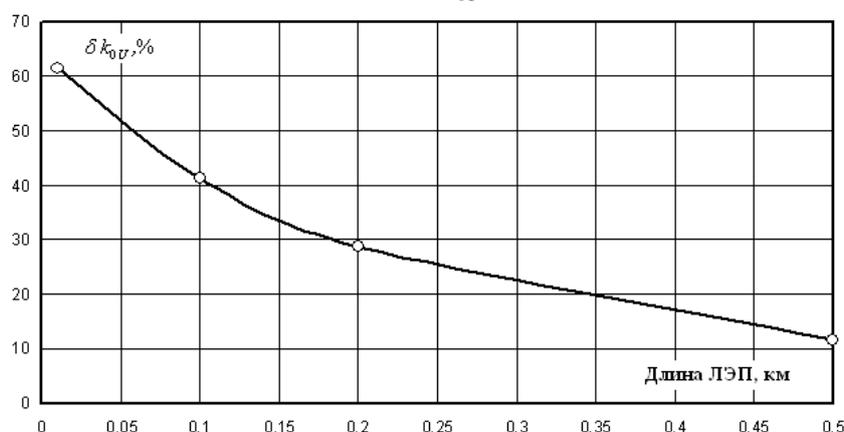


Рис. 5. Зависимость эффекта симметрирования от длины ЛЭП:

$$\delta k_{0U} = \frac{k_{0U} - k_{0U}^{(CO)}}{k_{0U}} \cdot 100, \% ; k_{0U}, k_{0U}^{(CO)} - \text{коэффициенты несимметрии по нулевой последовательности}$$

при отключенной и при включенной СО

Если несимметричная нагрузка подключена через ЛЭП-0,4 кВ, то эффект симметрирования δk_{0U} уменьшается с ростом ее длины. При короткой ЛЭП длиной 10 м δk_{0U} равняется 61%, а при увеличении длины до 500 м δk_{0U} уменьшается до 12%.

Таким образом, по результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Разработана математическая модель трансформатора, снабженного СУ в виде дополнительной обмотки, уложенной поверх обмоток высшего напряжения. Модель получена на основе фазных координат и решетчатых схем замещения и реализована в комплексе программ Fazonord, разработанном в ИРГУПСе.
2. Компьютерное моделирование несимметричных режимов показало, что на стороне низкого напряжения трансформатора с СУ наблюдается заметное снижение нулевой последовательности напряжений при включенной СО.
3. СО не вносит изменений в несимметрию по обратной последовательности.
4. Если несимметричная нагрузка подключена через ЛЭП-0,4 кВ, то эффект симметрирования снижается с ростом ее длины.

Библиографический список

1. Сердешнов А., Протосовицкий И., Леус Ю., Шумра П. Симметрирующее устройство для трансформаторов – средство стабилизации напряжения и снижения потерь в сетях 0,4 кВ // Новости электротехники. 2005. № 1(31) [Электронный ресурс]. URL: <http://www.news.elteh.ru/arh/2005/31/14.php> (дата обращения: 20.10.2012).
2. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Сложнонесимметричные режимы электрических систем. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2005. 273 с.
3. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Методы совместного моделирования систем тягового и внешнего электроснабжения железных дорог переменного тока. Иркутск: Изд-во ИРГУПС, 2011. 170 с.
4. Свидет. об офиц. регистр. программы для ЭВМ №2007612771 (РФ) «Fazonord-Качество – Расчеты показателей качества электроэнергии в системах электроснабжения в фазных координатах с учетом движения поездов» / Закарюкин В.П., Крюков А.В. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Зарегистр. 28.06.2007.