УЧЕТ НАЛОГОВ ПРИ РАСЧЕТЕ НАРАЩЕННЫХ СУММ

П.А. КУРЗИН, *ассистент каф. высшей математики МГУЛ*

Вопросу учета налогов при расчете наращенных сумм, например, банковских депозитов, в литературе по финансовой математике не уделяется значительного внимания [1, 2, 4–6]. Тем не менее, при выводе общих формул для учета налогов при расчете наращенных сумм с начислением сложных процентов некоторые авторы приходят к спорным выводам. Так, Е.М. Четыркин в работе «Финансовая математика» делает вывод о том, что применяемый метод взыскания налога не влияет на общую его сумму [6, с. 83]. При этом он рассматривает два метода взыскания налога: в конце срока начисления процентов и ежегодно. В действительности сумма налога зависит от метода его начисления. Рассмотрим оба метода начисления налога.

Введем следующие обозначения: S – наращенная сумма без учета уплаты налога, S'' – наращенная сумма с учетом уплаты налога, g – ставка налога, G – общая сумма налога, i – процентная ставка, P – первоначальная сумма на депозите, n – число периодов начисления процентов.

В случае уплаты налога в конце срока начисления процентов

$$G = (S - P)g = [P(1+i)^n - P]g = P[(1+i)^n - 1]g\,, \quad (1)$$

$$S'' = S - G = P(1+i)^n - P[(1+i)^n - 1]g = \\ = P[(1-g)(1+i)^n + g]\,. \quad (2)$$

В случае уплаты налога ежегодно наращенные суммы за первый, второй и т.д. годы равны соответственно

$$S_1'' = P(1+i) - Pig = P(1+i-ig)\,, \quad (3)$$

$$S_2'' = P(1+i-ig)(1+i) - P(1+i-ig)ig = P(1+i-ig)^2\,, \quad (4)$$

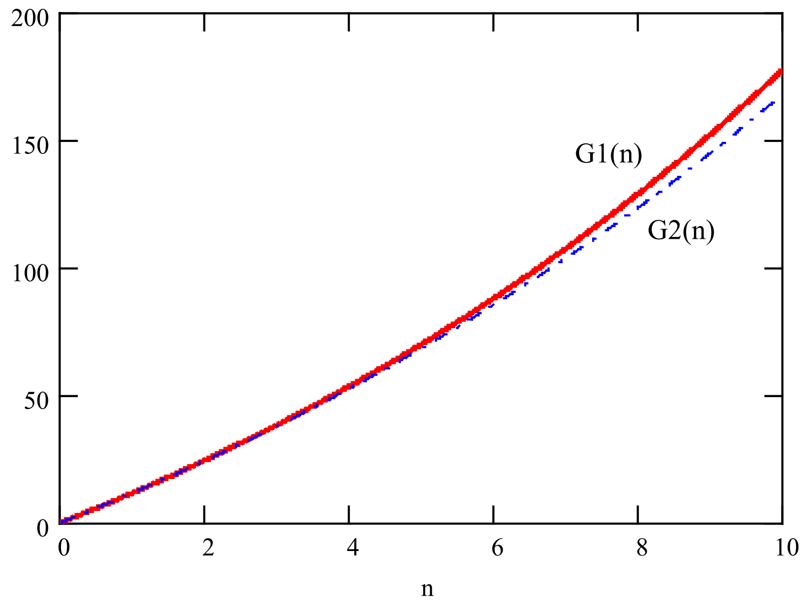

Рис. 1

$$S_n'' = S'' = P(1+i-ig)^n . \qquad (5)$$

Общая сумма налога в этом случае равна

$$G = Pig + Pig(1+i-ig) + Pig(1+ +i-ig)^2 + ... + Pig(1+i-ig)^{n-1} = = \frac{Pg}{1-g}[(1+i-ig)^n - 1] . \qquad (6)$$

Очевидно, что вычисления суммы налога по формулам (1) и (6) дадут различающиеся результаты.

Рассмотрим это на следующем примере.

Пусть $i = 9$ %, $g = 13$ %, $P = 1000$ единиц. Построим график зависимостей общих сумм налога (рис. 1), рассчитанных по формулам (1) и (6), от числа периодов начисления процентов. $G1(n)$ рассчитывается по формуле (1), а $G2(n)$ – по формуле (6)

$$G1(n) = 1000\left[(1+0{,}09)^n - 1\right] \cdot 0{,}13$$

$$G1(n) = \frac{1000 \cdot 0{,}13\left[(1+0{,}09-0{,}09 \cdot 0{,}13)^n - 1\right]}{1-0{,}13} .$$

Сумма налога, рассчитанная по формуле (1), при $n > 1$ больше суммы налога, рассчитанной по формуле (6). При $n = 10$ разница между суммами достигает 9,62669 единицы.

Таким образом, вывод о том, что метод взыскания налога не влияет на общую его сумму, в общем случае неверен.

Кроме того, при современном уровне развития применения информационных технологий в финансовых расчетах необходимо отметить неправильность сложившейся практики начисления сложных процентов несколько раз в году [1–6]. При начислении процентов несколько раз в году наращенную сумму в настоящее время принято вычислять по формуле

$$S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^N , \qquad (7)$$

где j – так называемая годовая ставка;

m – число периодов начисления в году;

N – общее количество периодов начисления.

В то же время общеизвестна формула вычисления наращенной суммы

$$S = P(1+i)^n , \qquad (8)$$

которую распространяют и на сроки меньше года (для полугодия $n = 0{,}5$).

При начислении процентов m раз в году наращенная сумма должна рассчитываться по следующей формуле

$$S = P(1+i)^{\frac{N}{m}} . \qquad (9)$$

Кроме того, очевидно, что чем больше периодов начисления, тем большие расхождения наблюдаются между формулами (7) и (9) при $j = i$.

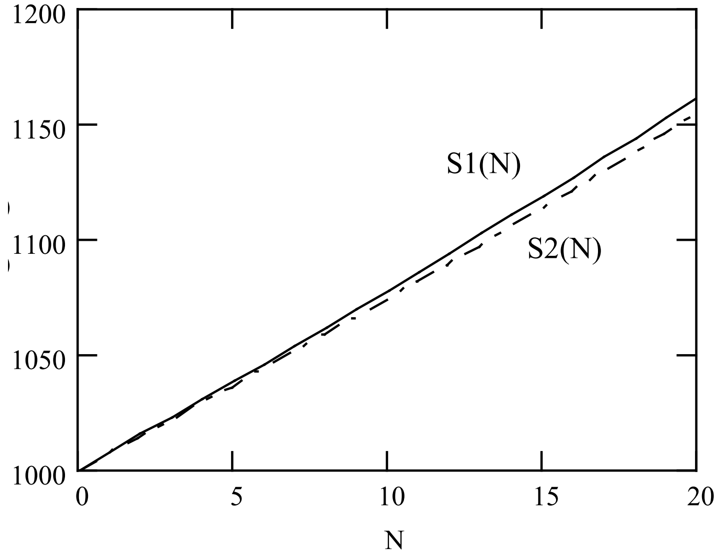

Рис. 2

Проиллюстрируем это на следующем примере. Пусть i = 9 %, j = 9 %, P = 1000 единиц, m = 12. Построим график зависимостей наращенных сумм от количества периодов начисления (рис. 2). $S1(N)$ рассчитана по формуле (7), $S2(N)$ – по формуле (9)

$$S1(N) = 1000\left(1 + \frac{0{,}09}{12}\right)^{N},$$

$$S1(N) = 1000(1 + 0{,}09)^{\frac{N}{12}}.$$

Наращенная сумма, рассчитанная по формуле (7), больше наращенной суммы, рассчитанной по формуле (9). При N = 10 разность составляет 3,126 единицы, а при N = 20 разность составляет 6,728 единицы. При росте i и j разность будет возрастать.

Указанным расхождением вызвано и введение таких понятий, как «эффективная ставка» и «непрерывные проценты», которые не имеют смысла при использовании базовой формулы (8). Использование формулы (7) было оправдано в то время, когда для вычисления дробной степени не было таблиц ни в печатном виде, ни в электронном. Но при современном уровне распространения вычислительной техники использование этой приближенной оценки выглядит неуместным.

Выводы

1. В результате проведенных сопоставлений разных методов начисления налога выявлено различие общих сумм налога.

2. Предлагается изменить сложившийся способ вычислений при начислении процентов несколько раз в году. При использовании базовой формулы расчета сложных процентов будет достигнута цель унификации расчетов, проводимых различными кредитными учреждениями. Исчезнет необходимость расчета эффективной ставки. Это позволит сократить временные затраты при проведении финансовых расчетов.

Библиографический список

1. Башарин Г.П. Начала финансовой математики. – М.: ИНФРА-М, 1997.
2. Бочаров П.П., Касимов Ю.Ф. Финансовая математика. – М.: Гардарики, 2002.
3. Ван Хорн, Джеймс К., Вахович (мл.), Джон. М. Основы финансового менеджмента, 11-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004.
4. Мелкумов Я.С. Финансовые вычисления. Теория и практика. – М.: ИНФРА-М, 2002.
5. Мицкевич А.А. Финансовая математика. – М.: ОЛМА-ПРЕСС Инвест: Институт экономических стратегий, 2003.
6. Четыркин Е.М. Финансовая математика. – М.: Дело, 2004.