УДК 621.833.2(31)

ПРЕЦЕССИРУЮЩАЯ ПЕРЕДАЧА ДЛЯ ПРИВОДОВ ЗАПОРНОЙ АРМАТУРЫ НЕФТЕГАЗОПРОВОДОВ И РЕДУКТОРНЫХ ВСТАВОК НАСОСОВ ДЛЯ ДОБЫЧИ ТЯЖЕЛЫХ НЕФТЕЙ

Сызранцев Владимир Николаевич[1],
v_syzrantsev@mail.ru

Пазяк Андрей Александрович[1],
a.a.pazyak@gmail.com

[1] Тюменский индустриальный университет,
Россия, 625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38.

Актуальность работы обусловлена необходимостью обеспечения работоспособности и безотказности приводов запорной арматуры в суровых условиях эксплуатации, а также возможности добычи высоковязкой нефти из малодебитных скважин с помощью винтовых насосов или насосов Henry Pump. К настоящему времени выполнены исследования обкатного варианта плоскоконической передачи с двояковыпукловогнутыми по длине зубьями. Процесс нарезания зубьев колес таких передач крайне сложен и трудоемок. Предложена и исследована полуобкатная плоскоконическая передача с прямыми зубьями. Однако отсутствие продольной локализации пятна контакта в этой передаче не позволяет обеспечить требуемую ее несущую способность и работоспособность при наличии погрешностей взаимного расположения звеньев.

Цель работы: *построение математических моделей процессов формообразования поверхностей зубьев и их зацепления полуобкатной плоскоконической прецессирующей передачи с локализованным контактом.*

Методы исследования: *теория механизмов и машин, теория пространственных передач зацеплением, методы векторной и матричной алгебры, численные методы решения систем трансцендентных уравнений.*

Результаты. *Для приводов нефтегазового оборудования разработана полуобкатная плоскоконическая прецессирующая передача с малым межосевым углом с локализованным контактом в продольном направлении зубьев; построены математические модели процессов формообразования поверхностей зубьев колеса и шестерни; получены зависимости для расчета координат точек контактных линий в передаче и кривизны зуба колеса – основных геометрических характеристик, необходимых для решения задач расчета нагрузочной способности передачи и расчета ее на контактную прочность. Показано, что передача малочувствительна к осевым смещениям шестерни и колеса.*

Ключевые слова:
Полуобкатная плоскоконическая передача, геометрия и кинематика, локализованный контакт, контактные линии, кривизна зуба колеса.

Введение

Конические и гипоидные зубчатые передачи обеспечивают преобразование крутящего момента и чисел оборотов валов на пересекающихся их осях вращения и являются основным узлом приводов многих различных машин и механизмов. Начало массового производства этих передач относится к двадцатым годам прошлого столетия, когда рядом зарубежных фирм: Gleason, Oerlikon, Klingelnberg, были предложены и запатентованы способы формообразования поверхностей зубьев обкатных конических и гипоидных передач, разработаны станки и инструменты, реализующие эти способы. В способе фирмы Gleason [1–4] используется круговая резцовая головка, нарезание колес осуществляется методом обката с единичным делением, при этом на производящем колесе зуб имеет круговую форму. По способу фирмы Oerlikon [5–8] нарезание зубьев колес выполняется методом обката с непрерывным делением, резцы на резцовой головке расположены по спирали, продольный профиль зуба производящего колеса представляет собой циклическую кривую. В исходном варианте способа фирмы Klingelnberg [9] инструментом являлась коническая червячная фреза, при нарезании зубьев реализовался метод обката с непрерывным делением, зуб производящего колеса в продольном направлении описан эвольвентой. В конце прошлого века фирмы Oerlikon и Klingelnberg объединились, и в настоящее время на зуборезных станках с ЧПУ реализуются различные модификации способа Oerlikon [10–12]. В России нарезание зубчатых колес конических и гипоидных передач выполняется по способу фирмы Gleason, поскольку отечественные зуборезные станки [13], имеющие крайне сложную кинематическую структуру, реализуют лишь этот способ.

За почти вековой период изготовления колес конических и гипоидных передач разработаны многочисленные варианты отмеченных способов, и в настоящее время этот процесс продолжается. Необходимость совершенствования способов нарезания определяется тем, что конические и гипоидные передачи относятся к передачам с приближенным зацеплением и по сравнению с цилиндрическими, червячными, спироидными, глобоидными и другими видами передач имеют наиболее сложную геометрию. Определение с учетом возможностей формообразующих движений на зуборезном станке и параметров применяемого инструмента необходимых геометрических и кинематических характеристик зацепления конической или гипоидной передачи, обеспечивающих требуемую ее нагрузочную способность, контактную и изгибную

прочность зубьев шестерни и колеса, плавность работы передачи под нагрузкой при наличии погрешностей изготовления и сборки элементов передач, является крайне сложной задачей. В общем виде она сводится к задаче прикладного нелинейного программирования – поиску экстремума функции (часто овражного типа) с ограничениями равенств и неравенств. В последние годы определению оптимальной геометрии конических передач, обеспечивающей в условиях эксплуатации требуемую их нагрузочную способность, посвящен ряд работ [14–21]. При этом основной объем научных исследований посвящен ортогональным коническим передачам (межосевой угол $\Sigma=90^{\circ}$), нарезание зубьев колеса и зубьев шестерни которых осуществляется методом обкатки. Известны лишь, по существу, единичные случаи [22] исследования конических передач с малыми межосевыми углами ($\Sigma=2^{\circ}...5^{\circ}$).

Процесс нарезания зубьев колеса и шестерни обкатных конических и гипоидных передач является весьма длительным. Значительное снижение стоимости производства конических передач при их массовом изготовлении на станках фирмы Gleason достигается использованием полуобкатных конических передач [23, 24]. При этом способе нарезание зубьев колеса осуществляется без обкатки. Специалистами фирмы Gleason в этом направлении разработаны способы FORMATE, HELIXFORM. Несмотря на более сложную задачу поиска оптимальной геометрии [23, 24], технология изготовления таких передач является более прогрессивной.

В ряде механизмов и приводов машин используются конические прямозубые передачи, нарезание зубьев колеса и шестерни которых осуществляется методом обкатки на зубострогальных станках. Важнейшим шагом в повышении производительности нарезания прямозубых конических передач явился способ Revacycle [25], разработанный специалистами фирмы Gleason. Здесь реализуется метод единичного деления, а в качестве инструмента – круговая протяжка. Передача относится к полуобкатной. Процесс нарезания зубьев колес отличается высокой производительностью и поэтому используется в массовом производстве. Геометрия поверхностей зубьев колес по способу Revacycle, как и методика проектирования резцов круговой протяжки, обеспечивающие требуемые геометро-кинематические характеристики передачи, длительное время для отечественных производителей были неизвестны. Впервые вскрытие методик расчета передач, изготовленных по способу Revacycle, осуществлено отечественными учеными [26].

Приводы на основе зубчатых передач применяются в машинах и механизмах самых различных изделий машиностроения. В то же время в нефтегазовой отрасли к ряду приводов оборудования предъявляют требования, которые для других отраслей промышленности критичными не являются. В качестве примера рассмотрим привод четверть оборотного шарового крана, изготавливаемый в настоящее время на основе червячной [27] или спироидной передачи [28, 29]. Несмотря на удачную компоновочную схему, отличные массогабаритные и кинематические характеристики, привод имеет весьма низкий к.п.д. (порядка 30 %), в суровых условиях эксплуатации (при низких температурах, редком включении) крайне высокий момент страгивания, что может привести к невозможности перекрытия трубопровода. Другим примером является редукторная вставка винтового насоса для добычи тяжелой (вязкой) нефти. Данная редукторная вставка представляет собой соосный редуктор [30], передаточное число которого должно находиться в пределах от 10 до 20, при этом радиальные габариты вставки ограничены внутренним диаметром труб, в которых размещается винтовой насос. Несмотря на различные попытки создания редукторной вставки на основе планетарных передач, в том числе передач с зацеплением Новикова, работоспособная конструкция редукторной вставки отсутствует.

Одним из путей совершенствования приводов нефтегазового оборудования, обеспечивающих его работоспособность в вышеотмеченных условиях, является использование в приводах плоскоконических прецессирующих передач [31]. Данные приводы имеют к.п.д. порядка 90 %, широкий диапазон варьирования передаточного отношения (от 10 до 100), вследствие многопарного контакта в зацеплении зубьев высокий передаваемый крутящий момент, по сравнению с передачами червячного типа на порядок меньший момент страгивания.

На рис. 1 представлена 3D модель разработанного на основе плоскоконической передачи соосного редуктора [30], на рис. 2 показаны экспериментальные образцы привода шарового крана ДУ-300 и редукторной вставки [31], основой которых является плоскоконическая передача.

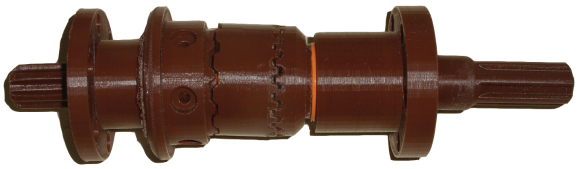


Рис. 1. *Модель редукторной вставки к винтовому насосу (корпус снят)*

Fig. 1. *Prototype of gearbox for screw pump*

При начальной разработке плоскоконических передач с малым межосевым углом [32], с целью локализации пятна контакта в зацеплении зубьев, было предложено использовать двояковыпукловогнутую форму зубьев: зубья шестерни в продольном направлении бочкообразные, а зубья колеса корсетообразные (рис. 3).

В работе [32] рассмотрена задача геометрического синтеза зацепления плоскоконической передачи, зубья колеса и шестерни которой выполнены

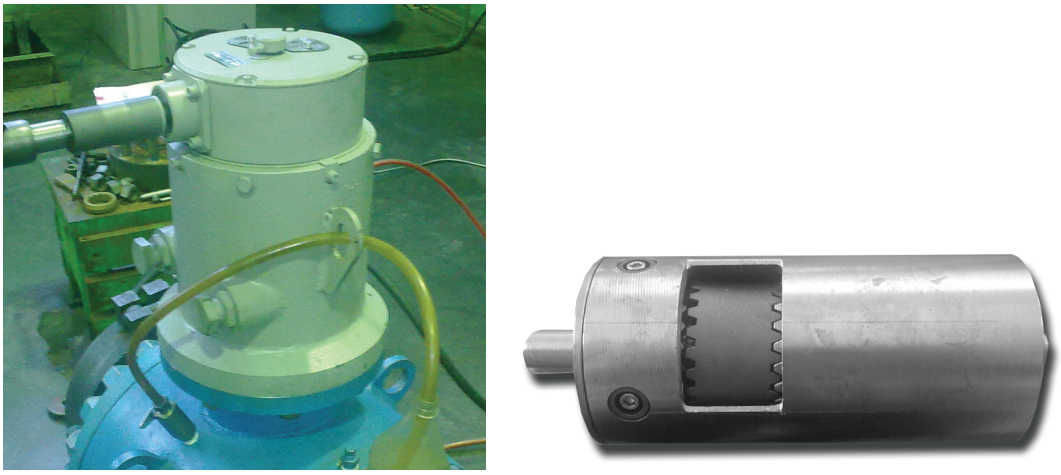


Рис. 2. *Привод шарового крана и редукторная вставка винтового насоса*

Fig. 2. *Drive for ball valve and gearbox for screw pump*

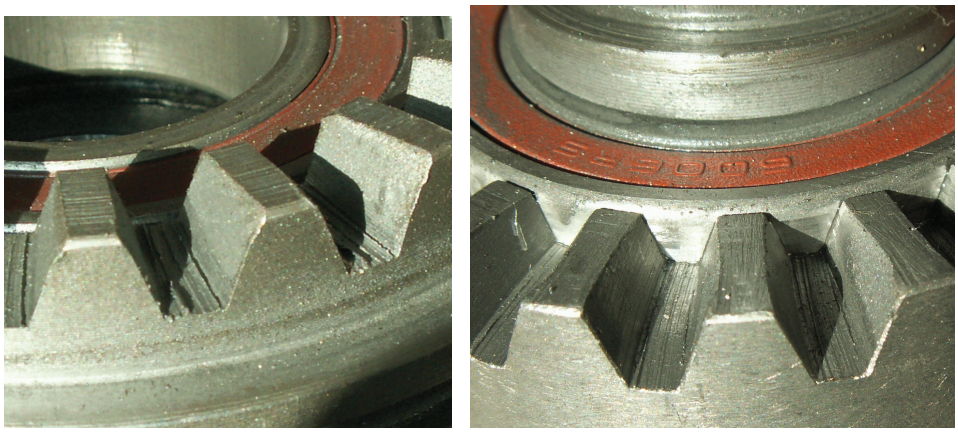


Рис. 3. *Бочкообразные и корсетообразные зубья*

Fig. 3. *Double-concave and double-convex teeth*

либо круговыми, либо являются бочкообразными и корсетообразными. Нарезание зубьев осуществляется методом обката с единичным делением круговыми резцовыми головками. Проектирование плоскоконических передач с малым межосевым углом на основе программного комплекса, описанного в работе [32], показало, что в процессе формообразования зуба из-за угла конуса впадин колеса близкого к 90° резцовая головка может срезать уже нарезанные зубья (возникает «вторичное резание»). Вследствие чего выбор параметров передачи, которая может быть изготовлена рассмотренным в работе [32] способом, жестко ограничен. Более того, поскольку каждая из сторон бочкообразного (корсетообразного) зуба шестерни и колеса нарезается на зуборезном станке отдельно, то процесс изготовления передачи требует только для чистовой обработки не менее четырех переналадок станка, не говоря уже о высокой квалификации зуборезчика.

С целью снижения затрат на производство плоскоконических передач, упрощения технологии их производства и использования более простых по кинематике зуборезных станков в работах [33, 34] рассмотрена геометрия полуобкатной плоскоконической передачи с прямыми по длине зубьями, контактирующими в зацеплении по линии (рис. 4).

При отсутствии погрешностей изготовления зубьев колеса и шестерни, а также погрешностей взаимного положения шестерни и колеса, передача будет иметь наибольшую нагрузочную способность. В то же время в реальной передаче отмеченные условия не соблюдаются. Вследствие погрешностей изготовления и сборки элементов передачи в зацеплении поверхностей зубьев возникает их перекос, приводящий к концентрации напряжений по длине контактных линий. Кроме этого, в процессе работы зубья колеса и шестерни под действием передаваемой нагрузки деформируются (изгибные и контактные деформации) [35], что не только изменяет кинематику передачи, но и приводит к ударам зубьев при входе в зацепление. С целью снижения влияния отмеченных выше условий контактирования поверхностей зубьев на нагруженность и, в конечном итоге, на несущую способность конических передач в практике их проектирования и изготовления [3, 13, 16] исполь-



Рис. 4. *Модель соосного редуктора на основе полуобкатной плоскоконической передачи*

Fig. 4. *Prototype of coaxial gearbox based on bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion*

зуют различные способы модификации поверхностей зубьев как в профильном, так и в продольном направлении. В результате модификации поверхностей зубьев сопряженность конической передачи (передаточная функция) нарушается [13]. Однако, как показано в работах [3, 13], отклонение передаточной функции от постоянной величины, равной передаточному отношению, в геометрически несопряженных конических передачах удается значительно уменьшить, если учесть деформации зубьев колеса и шестерни вследствие нагружения их при передаче заданного крутящего момента. Решение данной задачи требует определенной модификации активных поверхностей зубьев, параметры которой определяются в процессе синтеза передачи [3, 11, 13, 23, 24]. Такие передачи, в отличие от сопряженных, носят название передач с приближенным зацеплением. Следует подчеркнуть, что именно приближенные передачи в условиях эксплуатации обладают наибольшей нагрузочной способностью и долговечностью и широко распространены в практике машиностроения.

Моделирование процессов формообразования поверхности зуба шестерни и зуба колеса с продольной модификацией полуобкатной плоскоконической передачи

Будем далее использовать нижний индекс 1 для обозначения параметров шестерни, а индекс 2 для обозначения параметров колеса. Следуя работам [33, 34], проекции x_2, y_2, z_2 радиуса-вектора $\bar{r}_2$ и проекции m_{2x}, m_{2y}, m_{2z} орта нормали $\bar{m}_2$ поверхности прямого зуба колеса в системе координат $S_2(x_2,y_2,z_2)$, жестко связанной с колесом, описываются выражениями:

$$x_2 = -h_2 \sin\theta_{f2} - u_2 \cos\theta_{f2} - r_2;$$
$$y_2 = -(t + h_2 \sin\alpha_n);\ \ z_2 = h_2 \cos\theta_{f2} - u_2 \sin\theta_{f2}. \quad (1)$$

$$m_{2x} = -\sin\theta_{f2} \sin\alpha_n;\ \ m_{2y} = \cos\alpha_n;$$
$$m_{2z} = \cos\theta_{f2} \sin\alpha_n, \quad (2)$$

где u_2, h_2 – линейные координаты по длине и по профилю зуба колеса; θ_{f2} – угол ножки зуба колеса; r_2 – средний делительный радиус колеса; α_n – угол профиля исходного производящего контура; t – половина ширины впадины зуба колеса.

Исходя из способа формообразования поверхность прямого зуба шестерни является [33, 34] огибающей семейства поверхностей зуба колеса (1). Выражения для проекций x_1, y_1, z_1 радиуса-вектора $\bar{r}_1$ и проекций координат m_{1x}, m_{1y}, m_{1z} орта нормали $\bar{m}_1$ поверхности прямого зуба шестерни в системе координат $S_1(x_1,y_1,z_1)$, жестко связанной с шестерней, на основании работы [34] имеют вид:

$$x_1 = A_1 \cos\varphi_1 + B_1 \sin\varphi_1;\ \ y_1 = -A_1 \sin\varphi_1 + B_1 \cos\varphi_1;$$
$$z_1 = \sin\Sigma(f_3 \sin\varphi_2 - f_1 \cos\varphi_2) + \cos\Sigma(f_2 + d) - c; \quad (3)$$

$$\varphi_2 = \arcsin[-C_\varphi(\sqrt{A_\varphi^2 + B_\varphi^2})^{-1}] - \xi;$$
$$m_{1x} = -\sin\theta_{f2} \sin\alpha_n \times$$
$$\times(\cos\varphi_1 \cos\Sigma \cos\varphi_2 + \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) +$$
$$+\cos\alpha_n(-\cos\varphi_1 \cos\Sigma \sin\varphi_2 + \sin\varphi_1 \cos\varphi_2) +$$
$$+\cos\theta_{f2} \sin\alpha_n \cos\varphi_1 \sin\Sigma;$$
$$m_{1y} = -\sin\theta_{f2} \sin\alpha_n \times$$
$$\times(-\sin\varphi_1 \cos\Sigma \cos\varphi_2 + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2) +$$
$$+\cos\alpha_n(\sin\varphi_1 \cos\Sigma \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2) -$$
$$-\cos\theta_{f2} \sin\alpha_n \sin\varphi_1 \sin\Sigma;$$
$$m_{1z} = \sin\theta_{f2} \sin\alpha_n \sin\Sigma \cos\varphi_2 + \cos\alpha_n \sin\Sigma \sin\varphi_2 +$$
$$+\cos\theta_{f2} \sin\alpha_n \cos\Sigma, \quad (4)$$

где u_1, h_1 – линейные координаты по длине и по профилю зуба шестерни; r_1 – средний делительный радиус шестерни; Σ – межосевой угол в передаче; φ_2 – угол поворота колеса в станочном зацеплении; ξ – вспомогательный угол; $\varphi_1 = i\varphi_2$ – угол поворота шестерни в станочном зацеплении; $i = z_2^*/z_1^*$; z_1^*, z_2^* – числа зубьев, соответственно, шестерни и колеса, и введены обозначения:

$$A_1 = \cos\Sigma(f_1\cos\varphi_2 - f_3\sin\varphi_2) + \sin\Sigma(f_2 + d);$$
$$B_1 = f_3\cdot\sin\varphi_2 - f_1\cos\varphi_2;$$
$$A_\varphi = \sin\alpha_n\sin\Sigma(u_1 + d\sin\theta_{f2} - r_2\cos\theta_{f2});$$
$$B_\varphi = -\sin\Sigma(f_2\cos\alpha_n - f_3\sin\alpha_n\cos\theta_{f2} + d\cos\alpha_n);$$
$$C_\varphi = (i^{-1} - \cos\Sigma)(f_1\cos\alpha_n + f_3\sin\theta_{f2}\cos\alpha_n);$$
$$f_1 = u_1\cos\theta_{f2} - h_1\sin\theta_{f2}\cos\alpha_n - r_2;$$
$$f_2 = u_1\sin\theta_{f2} + h_1\cos\theta_{f2}\cos\alpha_n;\quad f_3 = t - h_1\sin\alpha_n;$$
$$c = r_1(i^{-1} - \cos\Sigma)(\sin\Sigma)^{-1};\quad d = r_1(i\cos\Sigma - 1)(\sin\Sigma)^{-1}.$$

В зависимостях (3) в разрешенном относительно параметра φ_2 виде записано уравнение связи параметров $f(u_1,h_1,\varphi_1)=0$ (уравнение зацепления [1, 3, 13, 33]). Входящий в это выражение угол ξ устанавливается исходя из известных значений его тригонометрических функций, рассчитываемых по формулам:

$$\sin\xi = B_\varphi(\sqrt{A_\varphi^2 + B_\varphi^2})^{-1};\ \cos\xi = A_\varphi(\sqrt{A_\varphi^2 + B_\varphi^2})^{-1}.$$

На рис. 5 представлена схема формообразования продольной модификации зуба колеса инструментом с прямолинейной кромкой.

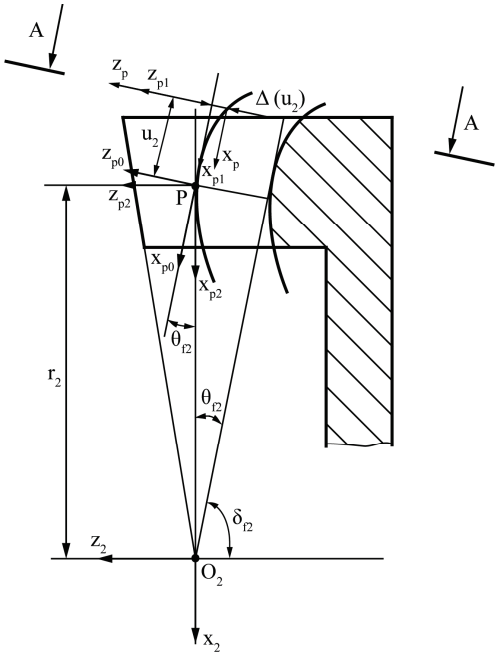


Рис. 5. *Расчетная схема и используемые системы координат*

Fig. 5. *Design scheme and used coordinate systems*

Здесь инструменту с прямолинейной режущей кромкой, точки которой в системе координат $S_p(x_p,y_p,z_p)$ задаются параметром h_2, перемещающегося при нарезании прямого зуба на величину параметра u_2 параллельно проекции конуса впадин в плоскости $z_2O_2x_2$, сообщается дополнительное движение вдоль оси z_p в соответствие с некоторой функцией $\Delta(u_2)$ [36]. Требования к этой функции заключаются в следующем. В расчетной точке P зуба колеса (при u_2=0) функция $\Delta(0)$=0, а при изменении параметра u_2 как в сторону положительных, так и отрицательных значений, функция $\Delta(u_2)$ должна плавно возрастать. В результате описанных движений инструмента зуб колеса приобретет бочкообразную форму.

В работе [36] в качестве функциональной зависимости $\Delta(u_2)$ предложено использовать эллипс, всегда касающийся в плоскости $z_{po}Px_{po}$ (рис. 5) в расчетной точке P координатной оси x_{po}:

$$\Delta(u_2) = a\cos\chi_p\{\cos[\vartheta(u_2)] - \cos\vartheta_p\} + b\sin\chi_p\{\sin[\vartheta(u_2)] - \sin\vartheta_p\}, \quad (5)$$

где a, b – малая и большая полуоси эллипса; ϑ_p – угол, нулевое значение которого обеспечивает симметричный вид зависимости $\Delta(u_2)$, а при $\vartheta_p\neq0$ зависимость $\Delta(u_2)$ становится несимметричной относительно u_2=0; χ_p – угол, рассчитываемый по формуле: χ_p=arctg ($a$tgϑ_p/b); угол $\vartheta(u_2)$ определяет текущую точку (при u_2=const) эллипса и рассчитывается по выражению:

$$\vartheta(u_2) = \arcsin\frac{u_2 + b\cos\chi_p\sin\vartheta_p - a\sin\chi_p\cos\vartheta_p}{\sqrt{(a\sin\chi_p)^2 + (b\cos\chi_p)^2}} - \xi_u. \quad (6)$$

Входящий в (6) вспомогательный угол ξ_u вычисляется на основе значений его тригонометрических функций:

$$\sin\xi_u = \frac{-a\sin\chi_p}{\sqrt{(a\sin\chi_p)^2 + (b\cos\chi_p)^2}};$$
$$\cos\xi_u = \frac{b\cos\chi_p}{\sqrt{(a\sin\chi_p)^2 + (b\cos\chi_p)^2}}. \quad (7)$$

Выражения проекций x_2, y_2, z_2 радиуса-вектора $\bar{r}_2$ зуба колеса с продольной модификацией, а также проекции m_{2x}, m_{2y}, m_{2z} орта нормали $\bar{m}_2$ этой поверхности в системе координат $S_2(x_2,y_2,z_2)$, жестко связанной с колесом, описываются более общими, нежели (1) и (2), выражениями [36]:

$$x_2 = \sin\theta_{f2}[\Delta(u_2) - h_2] - u_2\cos\theta_{f2} - r_2;$$
$$y_2 = -(t + h_2\sin\alpha_n);$$
$$z_2 = -\cos\theta_{f2}[\Delta(u_2) - h_2] - u_2\sin\theta_{f2}. \quad (8)$$

$$m_{2x} = -\frac{\sin\alpha_n[\cos\theta_{f2}\Delta'(u_2) + \sin\theta_{f2}]}{\sqrt{\sin^2\alpha_n\{[\Delta'(u_2)]^2 + 1\} + \cos^2\alpha_n}};$$
$$m_{2y} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{\sin^2\alpha_n\{[\Delta'(u_2)]^2 + 1\} + \cos^2\alpha_n}};$$
$$m_{2z} = -\frac{\sin\alpha_n[\sin\theta_{f2}\Delta'(u_2) - \cos\theta_{f2}]}{\sqrt{\sin^2\alpha_n\{[\Delta'(u)]^2 + 1\} + \cos^2\alpha_n}}, \quad (9)$$

где

$$\Delta'(u_2) = a\cos\chi_p \times \left[\frac{-e_c(p + u_2) + \sqrt{[e_c(p + u_2)]^2 - n[(p + u_2)^2 - k_c]}}{n} - \cos\vartheta_p\right] +$$

$$+b\sin\chi_p \times$$

$$\times\left[\begin{array}{l}\dfrac{-e_s(p+u_2)+\sqrt{[e_s(p+u_2)]^2-}}{n}\\ \qquad\qquad\sqrt{-n[(p+u_2)^2-k_s]}\left(\dfrac{\vartheta_p}{|\vartheta_p|}\right)-\\ -\sin\vartheta_p\end{array}\right];$$

$$e_c=a\sin\chi_p;\ k_c=b^2\sin\chi_p;\ e_s=b\cos\chi_p;$$

$$k_s=a^2\sin^2\chi_p;\ n=a^2\sin^2\chi_p+b^2\cos^2\chi_p;$$

$$p=b\cos\chi_p\sin\vartheta_p-a\sin\chi_p\cos\vartheta_p. \qquad (10)$$

Получим формулы для расчета координат точек сечения поверхности зуба колеса (8) плоскостью z_2=0. Используя это условие, на основании (8) определим:

$$x_2=-\frac{u_2+r_2\cos\theta_{f2}}{\cos\theta_{f2}};$$

$$y_2=-\{(t+[\Delta(u_2)+u_2\mathrm{tg}\theta_{f2}]\sin\alpha_n\}. \qquad (11)$$

Выражения (11) использованы в разработанной в среде MathCad [37] программе, с использованием которой выполнены расчеты (рис. 6) отклонений модифицированной поверхности зуба колеса плоскоконической передачи, имеющей параметры: z_1^*=64; z_2^*=65; нормальный модуль m_n=5 мм; Σ=2°; ширина зубчатого венца b_w=50 мм при различных параметрах эллипса функции $\Delta(u_2)$: первый вариант (крестики) a=10 мм, b=200 мм, ϑ_p=–1,1; второй вариант (прямоугольники) a=10 мм, b=200 мм, ϑ_p=1,1; третий вариант (кружки) a=10 мм, b=50 мм, ϑ_p=0,01.

Функция $\Delta(u_2)$ для всех трех вариантов задания параметров эллипса (5), с учетом (6) и (7), показана на рис. 7. В соответствии с данной функцией при нарезании колеса, например, на горизонтально фрезерном станке с числовым программным управлением дисковой модульной фрезой, программируется закон перемещения ее центра вращения относительно продольного направления нарезаемой впадины зуба.

Из способа формообразования модифицированной поверхности зуба колеса рис. 5 инструментом с прямолинейной кромкой следует, что одна главная кривизна поверхности зуба равна нулю, а вторая главная кривизна (по длине зуба) может быть рассчитана на основе параметрического представления сечения зуба – кривой в плоскости $x_2O_2y_2$, заданной в виде (11).

Следуя работам по аналитической геометрии, если кривая в параметрической форме задана своими координатами (в нашем случае $x_2(u_2)$, $y_2(u_2)$), то ее кривизна определяется по выражению:

$$k(u_2)=\frac{x_2'(u_2)y_2''(u_2)-x_2''(u_2)y_2'(u_2)}{[x_2'(u_2)^2+y_2'(u_2)^2]^{3/2}}, \qquad (12)$$

где $x_2'(u_2)$, $y_2'(u_2)$ – первые производные по u_2 от координат (11) с учетом зависимости (10); $x_2''(u_2)$, $y_2''(u_2)$ – вторые производные по u_2 от координат (11).

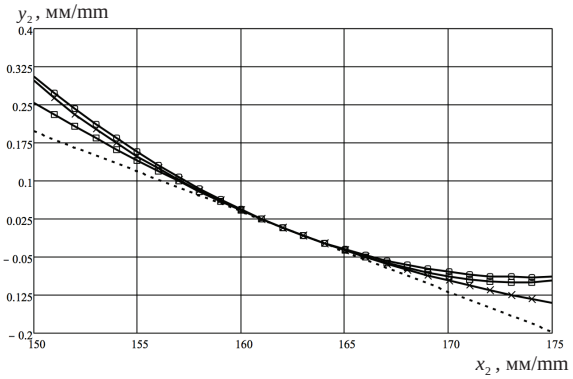


Рис. 6. *Продольное сечение прямого (штриховая линия) и модифицированного зуба*

Fig. 6. *Longitudinal section of straight (dashed line) and modified tooth*

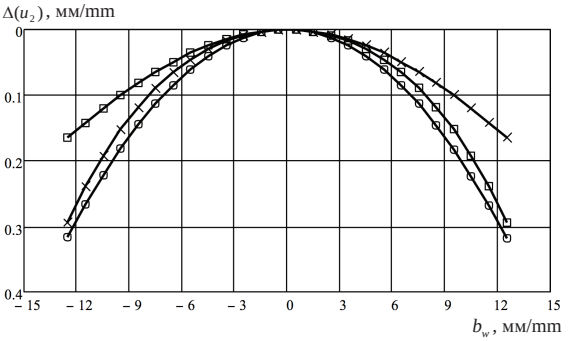


Рис. 7. *Функция $\Delta(u_2)$ для трех вариантов*

Fig. 7. *Function $\Delta(u_2)$ for three variants*

Путем раскрытия (12) на основе (11) и закона (5) получены конечные зависимости для расчета продольной кривизны модифицированной поверхности зуба колеса, используемые при разработке программы по исследованию его геометрии. На рис. 8 представлены результаты расчета кривизны зуба колеса по его длине при трех вариантах значений параметров функции $\Delta(u_2)$ рис. 7.

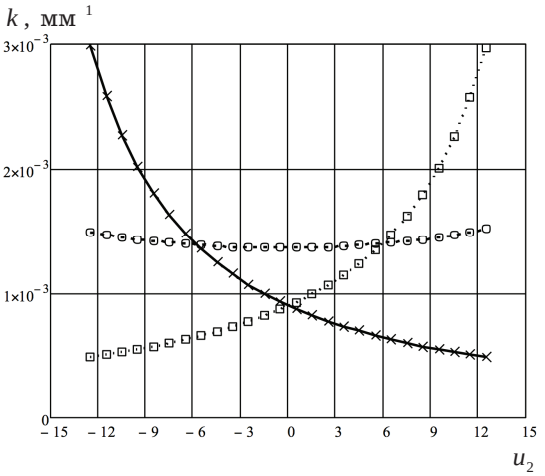


Рис. 8. *Изменение кривизны зуба по его длине для трех вариантов функции $\Delta(u_2)$*

Fig. 8. *Changing curvature of gear tooth surface along its length for three variants of functions $\Delta(u_2)$*

В практических расчетах достаточно использовать значения продольной кривизны поверхности зуба колеса в ее расчетной точке P (рис. 5), определяемой параметрами: u_2=0; ϑ_p=0. Для этого случая выражение (12) имеет вид:

$$k = -\frac{a}{b^2}\frac{\sin\alpha_n \cos^2\theta_{f2}}{[1+\sin^2\theta_{f2}\sin^2\alpha_n]^{3/2}}. \qquad (13)$$

Зависимость (13) необходима для построения методики расчета передачи на контактную прочность.

Математическая модель рабочего зацепления зубьев шестерни и колеса полуобкатной плоскоконической передачи с локализованным контактом

На рис. 9 показана схема плоскоконической передачи с межосевым углом Σ. В процессе работы передачи шестерня, радиус-вектор поверхности зуба которой $\bar{r}_1$ описывается зависимостями (3), поворачивается вокруг оси z_1 на угол ψ_1, при этом колесо поворачивается вокруг оси z_2 на угол ψ_2. Радиус-вектор $\bar{r}_2$ поверхности зуба колеса в системе координат $S_2(x_2,y_2,z_2)$, жестко с ним связанной, имеет проекции (8). Параметры ϑ_p, a, b формулы (8) на момент решения задачи фиксированы. Их изменение позволяет варьировать форму продольной модификации поверхности зуба колеса с целью локализации контакта в зацеплении зубьев передачи.

При монтаже шестерни и колеса в корпусе редуктора положение центров O_1, O_2 систем координат $S_1(x_1,y_1,z_1)$ и $S_2(x_2,y_2,z_2)$ может не соответствовать показанному на рис. 9, вызываемое погрешностями взаимного расположения: смещением (Δ_1) шестерни вдоль оси вращения z_1, смещением колеса (Δ_2) вдоль оси вращения z_2.

Для учета отмеченных погрешностей значения параметров c и d (рис. 9) скорректируем:

$$c^* = c + \Delta_1;\ d^* = d + \Delta_2; \qquad (14)$$

На основе построений (рис. 9) определим элементы b_{ij}, $i=\overline{1,4}$, $j=\overline{1,4}$ матрицы перехода $\tilde{A}_{12}(\psi_1,\psi_2)$ от системы координат $S_2(x_2,y_2,z_2)$ к системе координат S_1:

$$\begin{aligned}
b_{11} &= \cos\psi_1\cos\Sigma\cos\psi_2 + \sin\psi_1\sin\psi_2;\\
b_{12} &= -\cos\psi_1\cos\Sigma\sin\psi_2 + \sin\psi_1\cos\psi_2;\\
b_{13} &= \cos\psi_1\sin\Sigma;\ b_{14} = d^*\cos\psi_1\sin\Sigma;\\
b_{21} &= -\sin\psi_1\cos\Sigma\cos\psi_2 + \cos\psi_1\sin\psi_2;\\
b_{22} &= \sin\psi_1\cos\Sigma\sin\psi_2 + \cos\psi_1\cos\psi_2;\\
b_{23} &= -\sin\psi_1\sin\Sigma;\ b_{24} = -d^*\sin\psi_1\sin\Sigma;\\
b_{31} &= -\sin\Sigma\cos\psi_2;\ b_{32} = \sin\Sigma\sin\psi_2;\\
b_{33} &= \cos\Sigma;\ b_{34} = d^*\cos\Sigma - c^*;\\
b_{41} &= b_{42} = b_{43} = 0;\ b_{44} = 1,
\end{aligned} \qquad (15)$$

где углы ψ_1 и ψ_2 определяют поворот, соответственно, шестерни и колеса вокруг своих осей вращения в передаче.

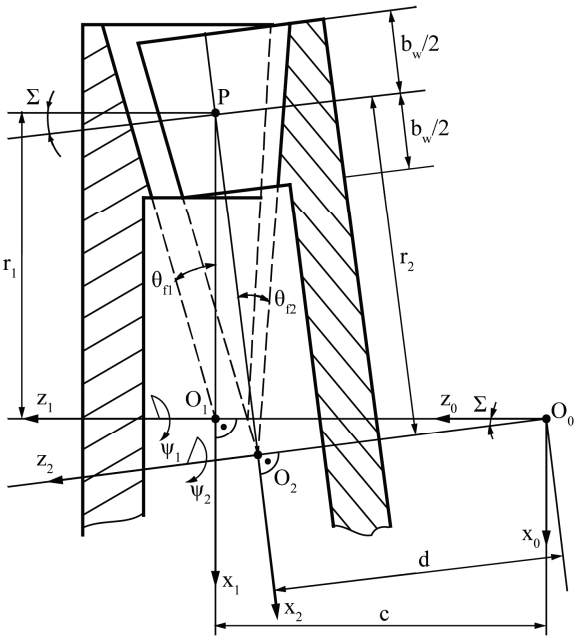


Рис. 9. *Схема плосконической передачи*

Fig. 9. *Design scheme of bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion*

Если передача является сопряженной, то передаточное отношение в ней постоянное и равное:

$$i^* = \psi_1/\psi_2 = z_2^*/z_1^*.$$

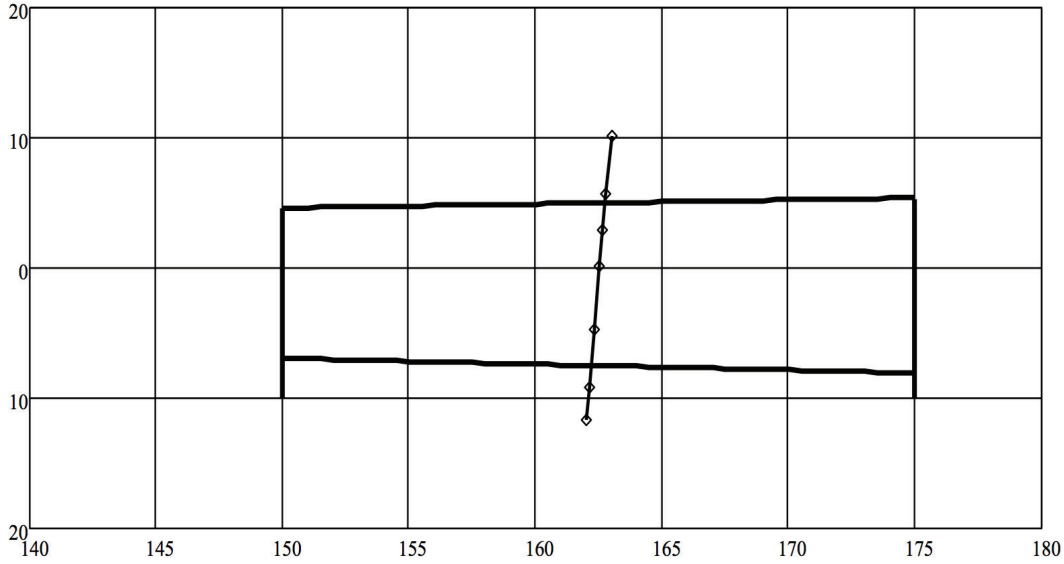
Матрица $\tilde{A}_{12}(\psi_1,\psi_2)$ описывает относительное движение звеньев передачи, если известна зависимость:

$$\psi_2 = \psi_2(\psi_1). \qquad (16)$$

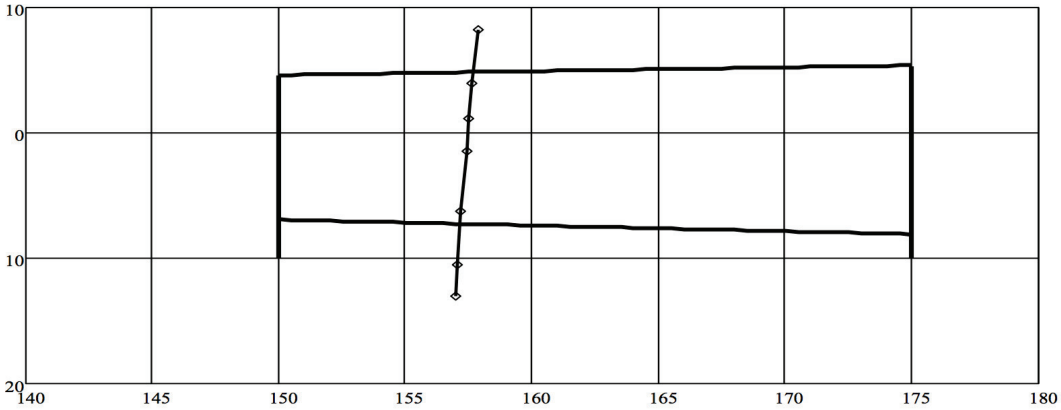
В том случае, когда погрешности Δ_1 и Δ_2 равны нулю, а поверхность зуба колеса не модифицируется, по условиям формообразования зубьев шестерни полуобкатной передачи [34], закон (16) обеспечивается кинематикой станка и имеет вид $\psi_2=\psi_1/i^*$. При наличии погрешностей взаимного положения звеньев плоскоконической передачи или в случае модификации поверхностей зубьев закон (16) устанавливается после определения точек касания (контакта) поверхностей зубьев шестерни и зубьев колеса. При фиксированном параметре ψ_1=const точка контакта в передаче, согласно [1, 3, 13], определяется из решения обратной задачи теории зубчатых зацеплений, на основе следующей системы уравнений.

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{r}_1(u_1,h_1,\varphi_1) &= \tilde{A}_{12}(\psi_1,\psi_2)\tilde{r}_2(u_2,h_2);\\
\tilde{m}_1(\varphi_1) &= \tilde{A}_{12}(\psi_1,\psi_2)\tilde{m}_2(u_2);\\
f(u_1,h_1,\varphi_1) &= 0,
\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

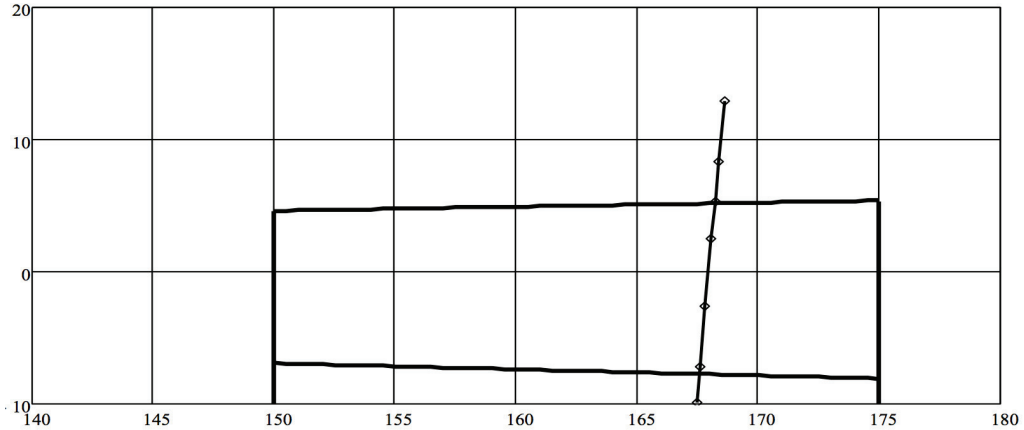
где $\tilde{r}_1$, $\tilde{r}_2$ – матрицы-столбцы, составленные из проекций радиусов-векторов $\bar{r}_1$ (3), $\bar{r}_2$ (8); $\tilde{m}_1$, $\tilde{m}_2$ – матрицы-столбцы, составленные из проекций орта нормали поверхности зуба шестерни (4) и поверхности зуба колеса (9); элементы матрицы $\tilde{A}_{12}(\psi_1,\psi_2)$ описываются выражениями (15); последним в системе (17) записано уравнение зацепления (3).



$\vartheta_p = 0;\ a = 10$ мм; $b = 100$ мм



$\vartheta_p = +1{,}47;\ a = 10$ мм; $b = 100$ мм



$\vartheta_p = -1{,}47;\ a = 10$ мм; $b = 100$ мм

Рис. 10. *Положение рабочей линии на поверхности зуба колеса*

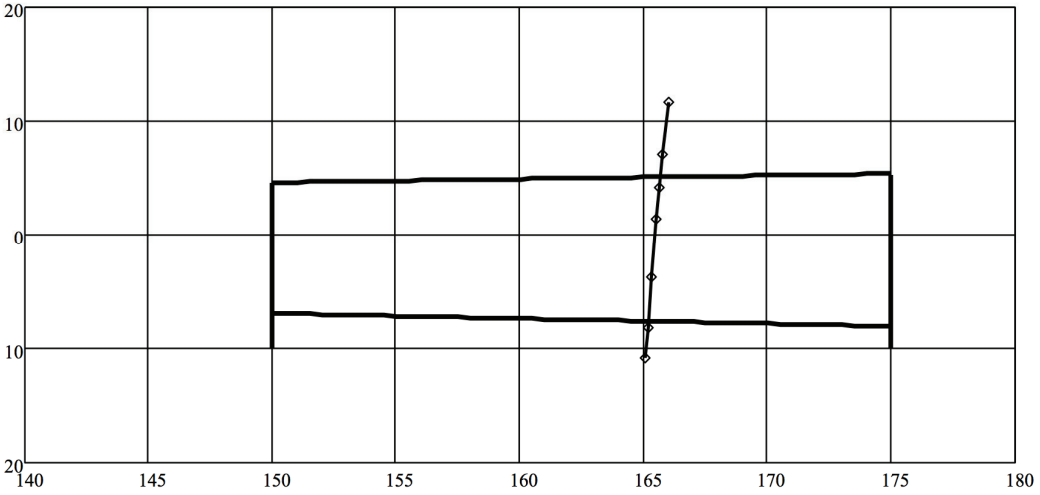
Fig. 10. *Position of a line of action on the gear tooth surface*

В системе (17) имеем семь уравнений, однако независимыми из них являются только шесть, поскольку по условию равенства двух проекции ортов нормалей третья проекция ортов также будет равна вследствие того, что по модулю орты нормалей равны единице. На основании изложенного, система (17) имеем шесть независимых уравнений, неизвестными в которых являются семь параметров: u_1, h_1, φ_1, u_2, h_2, ψ_1 и ψ_2. Для определения точки контакта в зацеплении на основе решения системы (17) необходимо один из параметров, например ψ_1=const, зафиксировать. Тогда система уравнений (17) трансформируется к виду:

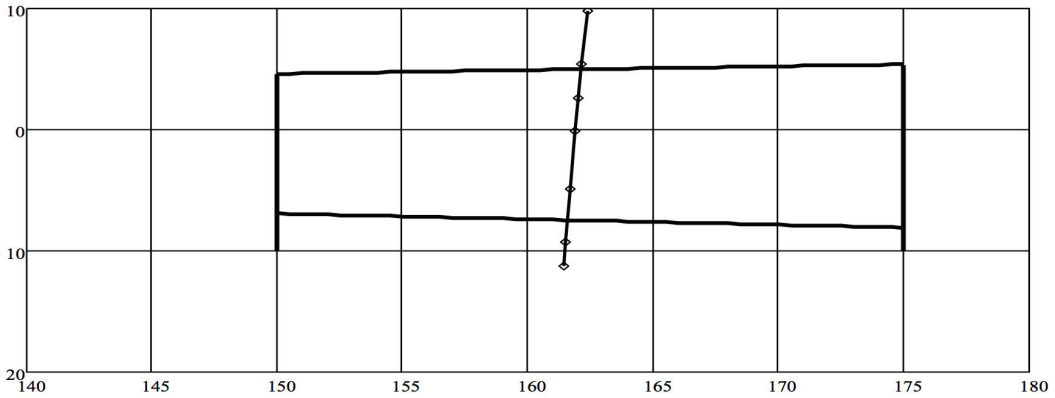
$$x_1(u_1,h_1,\varphi_1)=b_{11}(\psi_2)x_2(u_2,h_2)+$$
$$+b_{12}(\psi_2)y_2(h_2)+b_{13}z_2(u_2,h_2)+b_{14};$$
$$y_1(u_1,h_1,\varphi_1)=b_{21}(\psi_2)x_2(u_2,h_2)+$$
$$+b_{22}(\psi_2)y_2(h_2)+b_{23}z_2(u_2,h_2)+b_{24};$$
$$z_1(u_1,h_1,\varphi_1)=b_{31}(\psi_2)x_2(u_2,h_2)+$$
$$+b_{23}(\psi_2)y_2(h_2)+b_{33}z_2(u_2,h_2)+b_{34};$$
$$m_{1x}(\varphi_1)=b_{11}(\psi_2)m_{2x}(u_2)+$$
$$+b_{12}(\psi_2)m_{2y}(u_2)+b_{13}m_{2z}(u_2);$$
$$m_{1z}(\varphi_1)=b_{31}(\psi_2)m_{2x}(u_2)+$$
$$+b_{32}(\psi_2)m_{2y}(u_2)+b_{33}m_{2z}(u_2);$$
$$f\ (u_1,h_1,\varphi_1)=0. \qquad (18)$$

Изменяя параметр ψ_1 в пределах углового шага зуба шестерни и решая систему (18), устанавливаются все точки контакта в зацеплении исследуемой полуобкатной плоскоконической передачи, зубья колеса которого изготовлены с продольной модификацией.

Для решения системы (17) в среде MathCAD разработана программа с использованием стандартной подпрограммы Minerr [37]. В качестве примеров расчетов на рис. 10, 11 представлены рабочие линии на поверхности зуба колеса в плоскости параметров $\rho_2=\sqrt{x_2^2+y_2^2}$ и z_2 полуобкатной плоскоконической передачи, имеющей параметры: $z_1^*=64$, $z_2^*=65$, $\Sigma=2^\circ$, $m_n=5{,}0$ мм; $b_w=25$ мм.



Параметры: $\vartheta_p=0$; $a=10$ мм; $b=100$ мм; $\Delta_1=-0{,}5$; $\Delta_2=0{,}0$.



Параметры: $\vartheta_p=0$; $a=10$ мм; $b=100$ мм; $\Delta_1=0$; $\Delta_2=-0{,}1$.

Рис. 11. *Рабочие линии на поверхности зуба колеса при различных погрешностях взаимного положения элементов передачи*

Fig. 11. *Lines of action on the gear tooth surface at different transmission errors of mating gears*

На рис. 10 показаны рабочие линии при отсутствии погрешностей в передаче ($\Delta_1=\Delta_2=0$) для трех вариантов продольной модификации поверхности зуба колеса: 1) $\vartheta_p=0$; $a=10$ мм; $b=100$ мм; 2) $\vartheta_p=+1{,}47$; $a=10$ мм; $b=100$ мм; 3) $\vartheta_p=-1{,}47$; $a=10$ мм; $b=100$ мм. Расчеты точек активной действующей линии (рабочей линии в зацеплении) – решение системы трансцендентных уравнений (18), проведены для фиксированных фаз зацеплений $\psi_1=\text{const}=-0{,}172$; $-0{,}1$; $-0{,}05$; 0,0; 0,1; 0,2; 0,265. Из анализа рис. 10 следует, что варьируя величиной параметра модификации ϑ_p, можно в передаче управлять положением рабочей линии по длине зуба.

Примеры влияния погрешностей (14) на форму и расположение рабочей линии на поверхности зуба колеса для первого варианта ее модификации показаны на рис. 11. Анализ выполненных исследований показал, что положение рабочей линии слабо зависит от величин погрешностей, хотя расстояние между точками рабочей линии изменяется. Следствием отмеченного является уменьшение числа пар зубьев, участвующих в контакте. Результаты подобных расчетов необходимы для определения допусков изготовления и сборки передачи.

Результаты работы

Для приводов нефтегазового оборудования разработана полуобкатная плоскоконическая прецессирующая передача с малым межосевым углом с локализованным контактом в продольном направлении зубьев, построены математические модели процессов формообразования поверхностей зубьев колеса и шестерни, получены зависимости для расчета координат точек контактных линий в передаче и кривизны зуба колеса – основных геометрических характеристик, необходимых для решения задач расчета нагрузочной способности передачи и расчета ее на контактную прочность. Показано, что передача малочувствительна к осевым смещениям шестерни и колеса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Litvin F.L., Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory. – Cambridge, UK: University Press, 2004. – 800 p.
2. Stadtfeld H.J. Handbook of Bevel and Hypoid Gears. Calculation–Manufacturing–Optimization. 1st ed. – NY, Rochester Institute of Technology, 1993. – 251 p.
3. Litvin F.L. Development of Gear Technology and Theory of Gearing. – Cleveland, Ohio, USA, NASA Reference Publication, 1998. – 124 p.
4. Stadtfeld H.J. Gleason Bevel Gear Technology. Manufacturing, Inspections and Optimization: Collected Publications 1994/95. – New York (USA): The Gleason Works, Rochester, 1995. – 202 p.
5. Face Gear Drive with Spur Involute Pinion: Geometry, Generation by a Worm, Stress Analysis / F.L. Litvin, A. Fuentes, C. Zanzi, M. Pontiggia, R.F. Handschuh // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2002. – V. 191. – P. 2785–2813.
6. Kawasaki K. Manufacturing method for large-sized bevel gears in cyclo-palloid system using multi-axis control and multi-tasking machine tool // Proceedings of International Conference on Gears. – Munich, VDI-Berichte 2010. – P. 337–348.
7. Du J., Fang Z. An active tooth surface design methodology for face-hobbed hypoid gears based on measuring coordinates // Mechanism and Machine Theory. – 2016. – V. 99. – P. 140–154. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.002
8. Shih Y.P., Fong Z.H., Lin G.C.Y. Mathematical model for a universal face hobbing hypoid gear generator // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. – 2007. – V. 129 (1). – P. 38–47.
9. Lelkes M., Márialigeti J., Play D. Numerical determination of cutting parameters for the control of Klingelnberg spiral bevel gear geometry // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. – 2002. – V. 124 (4). – P. 761–771.
10. Geometry and investigation of Klingelnberg-type worm gear drive / F.L. Litvin, K. Yukishima, K. Hayasaka, I. Gonzalez-Perez, A. Fuentes // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. – 2007. – V. 129 (1). – P. 17–22.
11. Shih Y.P., Fong Z.H. Flank modification methodology for face-hobbing hypoid gears based on ease off topography // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2007. – V. 129 (12). – P. 1294–1302.
12. Nishino T. Generation and curvature analysis of face-hobbed hypoid gears // Proceedings of JSME International Conference on Motion and Power Transmissions. – Sendai, 2009. – P. 64–69.
13. Лопато Г.А., Кабатов Н.Ф., Сегаль М.Г. Конические и гипоидные передачи с круговыми зубьями. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
14. Design and Stress Analysis of Low-Noise Adjusted Bearing Contact Spiral Bevel Gears / A. Fuentes, F.L. Litvin, B.R. Mullins, R. Woods, R.F. Handschuh // ASME Journal of Mechanical Design. – 2002. –V. 124. – P. 524–532.
15. Fan Q. Computerized modeling and simulation of spiral bevel and hypoid gears manufactured by Gleason face hobbing process // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. – 2006. – V. 128 (6). – P. 1315–1327.
16. Modified approach for tooth contact analysis of gear drives and automatic determination of guess values / F. Litvin, G. Sheveleva, D. Vecchiato, I. Gonzalez-Perez, A. Fuentes // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2005. – V. 194. – P. 2927–2946. DOI: http://doi.org/10.1016/j.cma.2004.07.031.
17. Simon V. Design of face-hobbed spiral bevel gears with reduced maximum tooth contact pressure and transmission errors // Chinese Journal of Aeronautics. – 2013. – V. 26. – Iss. 3. – P. 777–790. DOI: 10.1016/j.cja.2013.05.005.
18. Kolivand M., Kahraman A. An Ease-Off Based Method for Loaded Tooth Contact Analysis of Hypoid Gears Having Local and Global Surface Deviations // Journal of Mechanical Design. – 2010. – V. 132. – Iss. 7. – P. 071004–071004–8. DOI: 10.1115/1.4001722.
19. Finite element modelling and the software development for contact analysis of spiral bevel and hypoid gearing / X. Guo, R. Li, Y. Qin, R. Balendra // Proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions, ICMTr2001. – Chongqing, China, 2001. – P. 90–95.
20. Mathematical model and algorithm for contact stress analysis of gears with multi-pair contact / V.I. Medvedev, A.E. Volkov, M.A. Volosova, O.E. Zubelevich // Mechanism and Machine Theory. – 2015. – V. 86 – P. 156–171. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.005
21. Medvedev V.I., Matveenkov D.S., Volkov A.E. Synthesis of contact-optimal spiral bevel gears // Russian Engineering Research. – 2015. – V. 35. – Iss. 1 – P. 51–56. DOI: 10.3103/S1068798X15010190.
22. Лопатин Б.А., Полуэктов Е.А., Хаустов С.А. Формирование внутреннего приближенного зацепления цилиндро-конических передач // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия машиностроение. – 2011. – № 11. – С. 62–69.

23. Litvin F.L., Gutman Y. Methods of Synthesis and Analysis for Hypoid Gear Drives of Formate and Helixform // ASME Journal of Mechanical Design. – 1981. – V. 103. – № 1. – P. 83–113.
24. Litvin F.L., Gutman Y. A method of local synthesis of gears based on the connection between the principal and geodetic curvatures of surfaces // ASME Journal of Mechanical Design. – 1981. – V. 103. – P. 114–125.
25. Wildhaber E. Precision bevel gears cut quickly // American Machinist. – 1947. – V. 21. – № 7. – P. 1–7.
26. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. – М.: Станкин, 1999. – 494 с.
27. Набиев Р.М. Червячный редуктор электропривода – пережиток прошлого или актуальная классика // Территория Нефтегаз. – 2010. – № 6. – С. 100–102.
28. Litvin F.L., Petrov K.M., Ganshin V.A. The Effect of Geometrical Parameters of Hypoid and Spiroid Gears on their Quality Characteristics // ASME Journal of Engineering for Industry. – 1974. – V. 96. – P. 330–334.
29. Спироидные редукторы трубопроводной арматуры / В.И. Гольдфарб и др. – М.: Вече, 2011. – 222 с.
30. Соосный редуктор: пат. Рос. Федерация № 2529943; заявл. 16.04.2013, опубл. 10.10.2014. Бюл. № 28. – 8 с.
31. The Design and Production of Drives Based on Pan Precess Gear for Oil and Gas Machinery / V. Syzrantsev, J. Denisov, V. Wiebe, A. Pazyak // ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. – Boston, USA, 2015. – V. 10. – P. V010T11A057; 8 pages DOI: 10.1115/DETC2015–47096.
32. Syzrantsev V., Kotlikova V. Mathematical and program provision of design of bevel gearing with small shaft angle // Proceedings of the International Conference on Gearing, Transmissions, and Mechanical Systems. – UK, 3–6 July, 2000. – P. 13–18.
33. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V., Pazyak A.A. Calculating geometric parameters of the semi-rolled straight pan gear // Proceedings of the 6th International Symposium on Industrial Engineering – SIE 2015. – Belgrade, Serbia, 24–25 September, 2015. – P. 334–337.
34. Сызранцев В.Н., Сызранцева К.В., Пазяк А.А. Расчет геометрических характеристик полуобкатной прямозубой плоскоконической передачи // Интеллектуальные системы в производстве. – 2015. – № 2. – С. 76–79.
35. Syzrantsev V., Syzrantseva K., Pazyak A. Method of Loading Capacity Calculation of Bevel Precessional Gear for Pipeline Valve Drives // Journal of Engineering and Sciences. – 2015. – V. 10. – Iss. 8. – P. 243–246. DOI: 10.3923/jeasci.2015.243.246.
36. Пазяк А.А., Сызранцев В.Н. Продольная модификация поверхности зуба колеса полуобкатной прямозубой плоскоконической передачи // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2016. – № 3. – С. 122–129.
37. Дьяконов В. MathCad 2001: специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 832 с.

Поступила 19.01.2017 г.

Информация об авторах

Сызранцев В.Н., доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой машин и оборудования нефтяной и газовой промышленности Тюменского индустриального университета.

Пазяк А.А., старший преподаватель кафедры машин и оборудования нефтяной и газовой промышленности Тюменского индустриального университета.

UDC 621.833.2(31)

PRECESSIONAL GEARS FOR DRIVES OF STOP VALVES OF OIL AND GAS PIPELINES AND GEARBOXES OF PUMPS TO PRODUCE HEAVY CRUDE OIL

Vladimir N. Syzrantsev[1],
v_syzrantsev@mail.ru

Andrey A. Pazyak[1],
a.a.pazyak@gmail.com

[1] Industrial University of Tyumen,
38, Volodarskogo street, Tyumen, 625000, Russia.

The relevance of the discussed issue is caused by the need to provide serviceability and reliability of gearboxes for pipeline valve drives operating under cold conditions and to produce heavy crude oil from stripper wells using screw pumps and Henry Pumps. Bevel gears with a small shaft angle with double-concave-convex teeth have been studied to date. Gear cutting for such gears is extremely complicated and labor-intensive. The authors proposed and studied a straight bevel gear with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion. However, lack of longitudinal localization of the bearing contact does not allow providing the required torque and product reliability in the presence of transmission errors of the mating gears.

The main aim *of the study is to develop mathematical models of gear tooth surface generating with localized bearing contact and gears mesh of bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion*

The methods used in the study: *theory of mechanisms and machines, theory of gearing, methods of vector and matrix algebra, numerical techniques of the transcendental (nonlinear) equations.*

The results. *The authors developed the bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion for drives of oil and gas equipment. They proposed to manufacture longitudinally crowned gear tooth surfaces; and based on the theory of gearing the authors obtained the relationships describing the gear tooth surface. A program was developed to determine the position of the lines of action in meshing in a gear with the localized contact and curvature of gear tooth surface. This program is a base to calculate the load-carrying capacity and contact stresses of gears. The authors found out that gears are insensitive to position errors of the mating pinion and gear.*

Key words:
Bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion, geometry and kinematics, localized bearing contact, lines of action, curvature of gear tooth surface.

REFERENCES

1. Litvin F.L., Fuentes A. *Gear Geometry and Applied Theory*. Cambridge, UK, University Press, 2004. 800 p.
2. Stadtfeld H.J. *Handbook of Bevel and Hypoid Gears. Calculation–Manufacturing–Optimization*. 1st ed. NY, Rochester Institute of Technology, 1993. 251 p.
3. Litvin F.L. *Development of Gear Technology and Theory of Gearing*. Cleveland, Ohio, USA, NASA Reference Publication, 1998. 124 p.
4. Stadtfeld H.J. *Gleason Bevel Gear Technology. Manufacturing, Inspections and Optimization: Collected Publications 1994/95*. New York (USA), the Gleason Works, Rochester, 1995. 202 p.
5. Litvin F.L., Fuentes A., Zanzi C., Pontiggia M., Handschuh R.F. Face Gear Drive with Spur Involute Pinion: Geometry, Generation by a Worm, Stress Analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2002, vol. 191, pp. 2785–2813.
6. Kawasaki K. Manufacturing method for large-sized bevel gears in cyclo-palloid system using multi-axis control and multi-tasking machine tool. *Proceedings of International Conference on Gears*. Munich, VDI-Berichte, 2010. pp. 337–348.
7. Du J., Fang Z. An active tooth surface design methodology for face-hobbed hypoid gears based on measuring coordinates. Mechanism and Machine Theory, 2016, vol. 99, pp. 140–154. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.002
8. Shih Y.P., Fong Z.H., Lin G.C.Y. Mathematical model for a universal face hobbing hypoid gear generator. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2007, vol. 129 (1), pp. 38–47.
9. Lelkes M., Márialigeti J., Play D. Numerical determination of cutting parameters for the control of Klingelnberg spiral bevel gear geometry. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2002, vol. 124 (4), pp. 761–771.
10. Litvin F.L., Yukishima K., Hayasaka K., Gonzalez-Perez I., Fuentes A. Geometry and investigation of Klingelnberg-type worm gear drive. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2007, vol. 129 (1), pp. 17–22.
11. Shih Y.P., Fong Z.H. Flank modification methodology for face-hobbing hypoid gears based on ease off topography. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2007, vol. 129 (12), pp. 1294–1302.
12. Nishino T. Generation and curvature analysis of face-hobbed hypoid gears. *Proceedings of JSME International Conference on Motion and Power Transmissions*. Sendai, 2009. pp. 64–69.
13. Lopato G.A., Kabatov N.F., Segal M.G. *Konicheskie i gipoidnye peredachi s krugovymi zubyiami* [Bevel and hypoid gears with spiral teeth]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 423 p.
14. Fuentes A., Litvin F.L., Mullins B.R., Woods R., Handschuh R.F. Design and Stress Analysis of Low-Noise Adjusted Bearing Contact Spiral Bevel Gears. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2002, vol. 124, pp. 524–532.
15. Fan Q. Computerized modeling and simulation of spiral bevel and hypoid gears manufactured by Gleason face hobbing process. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2006, vol. 128 (6), pp. 1315–1327.
16. Litvin F., Sheveleva G., Vecchiato D., Gonzalez-Perez I., Fuentes A. Modified approach for tooth contact analysis of gear drives and automatic determination of guess values. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, vol. 194, pp. 2927–2946. DOI: http://doi.org/10.1016/j.cma.2004.07.031.
17. Simon V. Design of face-hobbed spiral bevel gears with reduced maximum tooth contact pressure and transmission errors. *Chi-*

nese Journal of Aeronautics. – 2013, Vol. 26, Iss. 3, pp. 777–790. DOI: 10.1016/j.cja.2013.05.005.
18. Kolivand M., Kahraman A. An Ease-Off Based Method for Loaded Tooth Contact Analysis of Hypoid Gears Having Local and Global Surface Deviations. J*ournal of Mechanical Design*, 2010, vol. 132, Iss. 7, pp. 071004–071004–8. DOI: 10.1115/1.4001722.
19. Guo X., Li R., Qin Y., Balendra R. Finite element modelling and the software development for contact analysis of spiral bevel and hypoid gearing. *Proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions, ICMTr2001*. Chongqing, China, 2001. pp. 90–95.
20. Medvedev V.I., Volkov A.E., Volosova M.A., Zubelevich O.E. Mathematical model and algorithm for contact stress analysis of gears with multi-pair contact. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, vol. 86, pp. 156–171. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.005.
21. Medvedev V.I., Matveenkov D.S., Volkov A.E. Synthesis of contact-optimal spiral bevel gears. *Russian Engineering Research*, 2015, vol. 35, Iss. 1, pp. 51–56. DOI: 10.3103/S1068798X15010190.
22. Lopatin B.A., Poluektov E.A., Khaustov S.A. Formation of an approximate internal toothing for cylindrical-conic gears. *Bulletin of South Ural State University. Series mechanical engineering*, 2011, no. 11, pp. 62–69. In Rus.
23. Litvin F.L., Gutman Y. Methods of Synthesis and Analysis for Hypoid Gear Drives of Formate and Helixform. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1981, vol. 103, no. 1, pp. 83–113.
24. Litvin F.L., Gutman Y. A method of local synthesis of gears based on the connection between the principal and geodetic curvatures of surfaces. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1981, vol. 103, pp. 114–125.
25. Wildhaber E. Precision bevel gears cut quickly. *American Machinist*, 1947, vol. 21, no. 7, pp. 1–7.
26. Sheveleva G.I. *Teoriia formoobrazovaniia i kontakta dvizhushchikhsia tel* [The theory of formation and contact of the moving bodies]. Moscow, Stankin Publ., 1999, 494 p. Книга
27. Nabiev R.M. Cherviachny reduktor elektroprivoda – perezhitok proshlogo ili aktualnaya klassika [Screw gear motor is a relic of the past or current classical]. *Territoriia neftegaz – Oil and gas territory*, 2010, no. 6, pp. 100–102.
28. Litvin F.L., Petrov K.M., Ganshin V.A. The Effect of Geometrical Parameters of Hypoid and Spiroid Gears on Their Quality Characteristics. *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1974, vol. 96, pp. 330–334.
29. Goldfarb V.I. *Spiroidnye reduktory truboprovodnoy armatury* [Spiroid Gearboxes for Pipeline Valves]. Moscow, Veche Publ., 2011. 222 p.
30. Denisov Yu.G., Syzrantsev V.N., Vibe V.P. *Soosny reduktor* [Coaxial gearbox]. Patent RF, no. 2529943, 2014.
31. Syzrantsev V., Denisov J., Wiebe V., Pazyak A. The Design and Production of Drives Based on Pan Precess Gear for Oil and Gas Machinery. *ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Boston, USA, 2015. Vol. 10, pp. V010T11A057, 8 pages. DOI: 10.1115/DETC201547096.
32. Syzrantsev V., Kotlikova V. Mathematical and program provision of design of bevel gearing with small shaft angle. *Proceedings of the International Conference on Gearing, Transmissions, and Mechanical Systems*. UK, 3–6 July, 2000. pp. 13–18.
33. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V., Pazyak A.A. Calculating geometric parameters of the semi-rolled straight pan gear. *Proceedings of the 6th International Symposium on Industrial Engineering – SIE 2015*. Belgrade, Serbia, 24–25, September, 2015. pp. 334–337.
34. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V., Pazyak A.A. Calculating geometric parameters of the semi-rolled straight pan gear. *Intelligent Systems in Manufacturing*, 2015, no. 2, pp. 76–79. In Rus.
35. Syzrantsev V., Syzrantseva K., Pazyak A. Method of Loading Capacity Calculation of Bevel Precessional Gear for Pipeline Valve Drives. *Journal of Engineering and Sciences*, 2015, vol. 10, Iss. 8, pp. 243–246. DOI: 10.3923/jeasci.2015.243.246.
36. Pazyak A.A., Syzrantsev V.N. Longitudinal crowning of the gear tooth surface of straight bevel gears with a small shaft angle with non-generated gear and generated pinion. *Higher Educational Institutions News. Oil and Gas*, 2016, no. 3, pp. 122–129. In Rus.
37. Dyakonov V. *MathCad 2001: spetsialny spravochnik* [MathCad 2001: special reference]. St-Petersburg, Piter Publ., 2002. 832 p.

Received: 19 January 2017.

Information about the authors

Vladimir N. Syzrantsev, Dr. Sc., professor, Honorary worker of science of the Russian Federation, head of the department, Industrial University of Tyumen.

Andrey A. Pazyak, senior lecturer, Industrial University of Tyumen.