

УДК 624.04:519.2

В. Г. Себешев**РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ СООРУЖЕНИЙ
И КОНСТРУКЦИЙ ПО ПОЛИКРИТЕРИАЛЬНЫМ
И ОБОБЩЕННЫМ УСЛОВИЯМ БЕЗОТКАЗНОСТИ**

Дата поступления: 06.12.2016

Решение о публикации: 13.03.2017

Цель: Разработка метода решения прямых и обратных задач теории надежности строительных конструкций и сооружений в форме, позволяющей реализовывать в практических инженерных расчетах концепцию единого интегрального показателя надежности, учитывающего многочисленные поликритериальные условия безотказности. **Методы:** Используются аналитические и численные методы вероятностных расчетов конструкций и оценки суммарной вероятности отказа строительной системы. **Результаты:** Показана возможность перехода от развернутой системы частных условий к обобщенным показателям надежности с ранжированием определенных групп расчетных параметров по их вероятностным свойствам и влиянию на характеристики надежности. Предложен метод определения и использования обобщенных показателей вероятности отказа/надежности, основанный на преобразовании в безразмерную форму условий расчетных предельных состояний, соответствующих совокупности качественно различных критериев безотказности. Сформулированы критерии возможного исключения условий работоспособности, незначимых по влиянию на общую оценку надежности, на основе анализа частных индексов надежности и коэффициентов приближенности к расчетным предельным состояниям. Изложены методики и алгоритмы решения прямых и обратных (проектных) задач расчета надежности конструкций. **Практическая значимость:** Разработанный подход позволяет обосновать введение и использование нормируемых (требуемых) показателей надежности, единых для строительной системы (сооружения, конструкции) в целом.

Ключевые слова: Надежность, вероятность отказа, функция работоспособности, индекс надежности, коэффициент нагруженности, обобщенный нагрузочный эффект, обобщенное сопротивление, требуемая надежность.

Vladimir G. Sebeshev, Cand. Sci., professor, sebeshev@sibstrin.ru (Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)) BUILDINGS AND CONSTRUCTIONS RELIABILITY ANALYSIS BY MEANS OF POLYCRITERION AND GENERALIZED SERVICEABILITY REQUIREMENTS

Objective: To develop problem-solving method for direct and inverse problems of building structures and constructions reliability theory, in a way which makes it possible to implement unitary integral reliability index approach in practical engineering calculations allowing for numerous polycriterion non-failure operation conditions. **Methods:** Analytical and numerical methods of probabilistic structural calculations and estimation of building systems probability of failure were used. **Results:** Transition from full-scale system of partial limit state conditions to overall reliability indices was shown, with ranking of certain rating groups by means of their probabilistic properties and their influence on reliability characteristics. The method of estimation and application of generalized probability of failure/reliability indices was suggested, based on transformation in dimensionless form of limit states conditions, which correspond to the set of non-failure operation criteria different by quality. The criteria

of possible elimination of serviceability requirements were stated on the basis of partial reliability indices and proximity coefficients to design limit states, which do not influence the general reliability estimation. Methods and algorithms of direct and inverse (design) problems of construction reliability calculations were stated. **Practical importance:** The developed approach makes it possible to explain the implication and use of normalized (required) reliability, common for building system (constructions, structures) in general.

Keywords: Reliability, probability of failure, serviceability function, reliability index, load level coefficient, generalized load effect, generalized resistance, target reliability.

Введение

Вступившие в силу российские законодательно-нормативные документы [1, 2] определяют перспективу внедрения в проектную и экспертную практику вероятностных методов расчета сооружений и строительных конструкций для оценок, прогнозирования и обеспечения их механической надежности. С учетом реализованного в Eurocodes опыта нормирования общих показателей надежности (target reliability indexes) [3–5], требований американских стандартов ASCE/SEI [6], а также рекомендаций отечественных специалистов [7–9] очевидна актуальность разработки прикладных методик и технологий расчетов надежности сооружений и конструкций, в том числе по нормативным характеристикам. При этом существует потребность в создании рациональных способов и алгоритмов учета разнообразных критериев работоспособности строительных систем, с многочисленными выражающими их условиями безотказности (ненаступления расчетных предельных состояний), в общем показателе надежности.

Основные положения

Общепринятым в теории надежности подходом к описанию работоспособного (безотказного) по механическим признакам состояния сооружения/конструкции является формирование и использование системы условий безотказности, отражающих основные критерии ненаступления опасных для объекта случайных по своей природе событий, системное истолкование принципиального со-

держания которых дано в методе расчетных предельных состояний. Само по себе количество этих критериев сравнительно невелико (прочность, жесткость, устойчивость и некоторые другие), но применяться они должны к многочисленным различным объектам (всему сооружению, его частям, элементам, сечениям, точкам).

Для построения исходной системы из m условий работоспособности может быть полезным формирование «дерева рисков», структурно-графически представляющего совокупность потенциальных причин возникновения различных по смыслу предельных состояний (отказов) – на рис. 1 изображена его примерная модель, которая допускает расширение за счет дополнительных требований, например по длительной или усталостной прочности, прогрессирующему разрушению, прочности узлов и соединительных элементов и др. Конечно, вместо графической интерпретации системы рисков возможно ее табличное или иное описание, но в любом случае очевидно большое количество m условий работоспособности для многоэлементной конструкции, причем с разным влиянием на итоговую вероятность отказа. Желательно обоснованное исключение некоторых из них, не значимых по влиянию на общую надежность, а также обобщение по определенным группам (в частности, по разным критериям, видам параметров и т. п.) – таким образом можно существенно упростить выполнение вероятностных расчетов в решениях задач надежности.

Условие ненаступления некоторого j -го расчетного предельного состояния (частное условие безотказности) представляется в виде

$$\tilde{Q}_j < \tilde{R}_j \text{ или } \tilde{S}_j = \tilde{R}_j - \tilde{Q}_j > 0, \quad (1)$$

где $\tilde{Q}_j$, $\tilde{R}_j$ и $\tilde{S}_j$ – нагрузочный фактор/эффект (параметр воздействия, усилие, напряжение, перемещение и др.), сопротивление (предельная нагрузка или усилие, прочностная характеристика материала, допустимое перемещение и др.) и резерв работоспособности по j -му условию; « $\sim$ » – символ случайной величины, по [10].

Вероятности отказов по условиям (1)

$$P_{fj} = \int_{-\infty}^0 p_{Sj}(S_j) dS_j$$

(здесь $p_{Sj}(S_j)$ – плотность распределения j -го резерва работоспособности) принято вычислять по соответствующим частным индексам надежности (характеристикам безопасности [10])

$$\beta_j = \frac{\bar{S}_j}{\hat{S}_j} =$$

$$= \frac{\bar{S}_j}{\hat{S}_j} = \frac{\bar{R}_j - \bar{Q}_j}{\sqrt{\bar{R}_j + \bar{Q}_j - 2\hat{R}_j \hat{Q}_j r_{R_j Q_j}}} = \frac{1}{A_{S_j}}, \quad (2)$$

где

$$A_{S_j} = (1 - \xi_j)^{-1} \times$$

$$\times \sqrt{A_{R_j}^2 + (\xi_j A_{Q_j})^2 - 2\xi_j A_{R_j} A_{Q_j} r_{R_j Q_j}} -$$

коэффициент вариации (КВ) частного резерва работоспособности; $\xi_j = \bar{Q}_j / \bar{R}_j$ – коэффициент нагруженности (приближения к предельному состоянию); $A_{R_j} = \hat{R}_j / \bar{R}_j$ и $A_{Q_j} = \hat{Q}_j / \bar{Q}_j$ – КВ сопротивления и нагрузочного фактора; символами « $\bar{}$ », « $\hat{}$ », « $\wedge$ » обозначены, как в [10], математические ожидания (МО), дисперсии и среднеквадратичные отклонения (стандарты) случайных величин; $r_{R_j Q_j}$ – коэффициент/индекс корреляции $\hat{R}_j$ и $\hat{Q}_j$.

Зависимости $P_{fj} = \Phi_j(\beta_j)$ в [11] предложено аппроксимировать при нормальном распределении $p_{Sj}(S_j)$ выражением, обеспечивающим

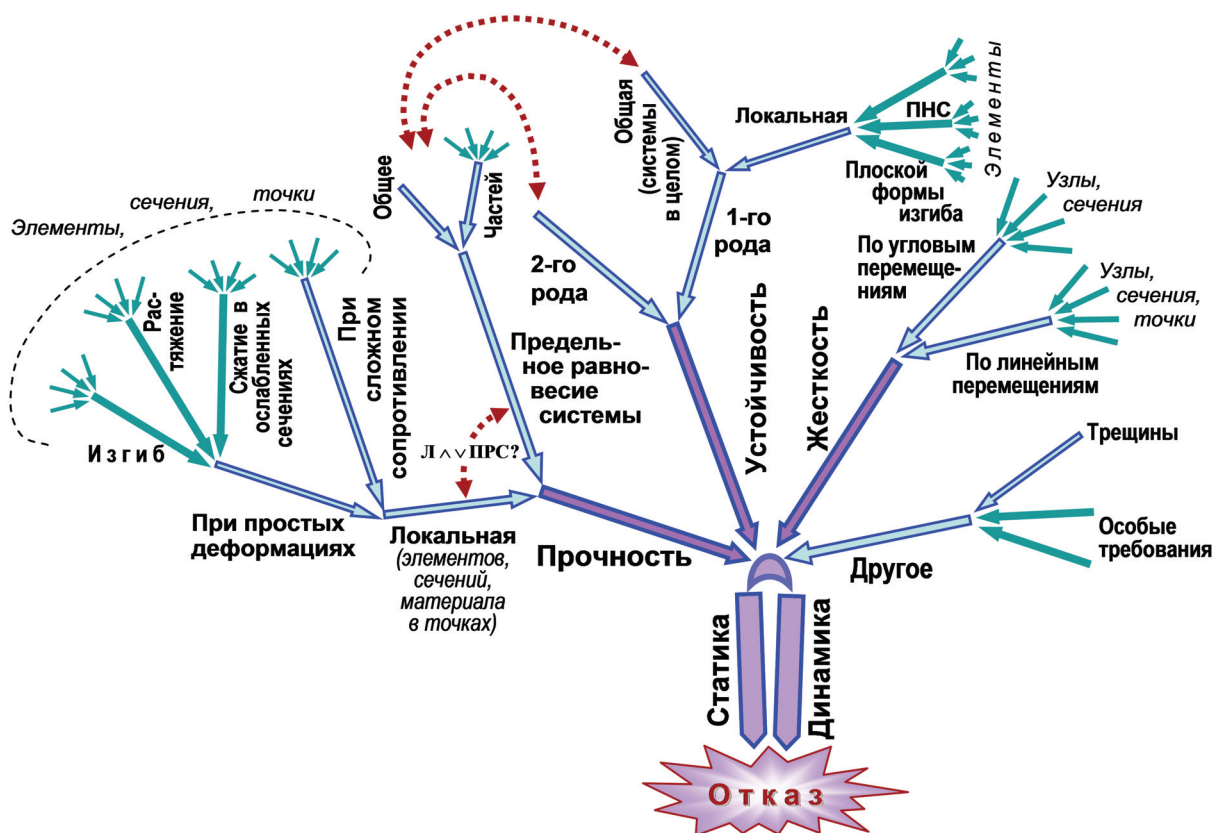


Рис. 1. Модель «дерева рисков»

хорошую точность в диапазоне реальных значений вероятностей отказа $10^{-7} < P_{ff} < 10^{-3}$:

$$P_{ff} = 10^{-(0,23\beta_j^2 + 0,8)}. \quad (3)$$

Общая вероятность отказа по всей системе поликритериальных условий (1) определяется (с пренебрежимо малым завышением) суммированием частных вероятностей:

$$P_f \approx \sum_{j=1}^m P_{ff}.$$

Общему показателю P_f формально соответствует обобщенный индекс надежности β_0 , который при использовании описания $P_f = \Phi_0(\varphi_0)$, аналогичного (3), вычисляется по формуле

$$\beta_0 = \sqrt{-4,3478 \lg \sum_{j=1}^m 10^{-\varphi_j(\beta_j)} - 3,4783}, \quad (4)$$

в которой $\varphi_j(\beta_j)$ в предположении о нормальном распределении j -го частного резерва работоспособности – как в (3); для других законов распределения $p_{Sj}(S_j)$ возможны иные аппроксимации $\varphi_j(\beta_j)$.

Частные индексы надежности β_j ($j = \overline{1, m}$) находим подстановкой в (2) выражения коэффициента вариации A_{Sj} , полученного методом статистической линеаризации [12] в представляющем практический интерес случае слабой стохастической связи расчетных параметров $\tilde{X}$ сооружения/конструкции:

$$\beta_j = \frac{1 - \xi_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_{XRj}} (\rho'_{ji} \cdot A_{x_{Rj,i}})^2 + \xi_j^2 \sum_{i=1}^{n_{XQj}} (\Theta'_{ji} \cdot A_{x_{Qj,i}})^2 - 2\xi_j r_{RjQj} \sqrt{\sum_{i=1}^{n_{XRj}} (\rho'_{ji} \cdot A_{x_{Rj,i}})^2 \times \sum_{i=1}^{n_{XQj}} (\Theta'_{ji} \cdot A_{x_{Qj,i}})^2}}}, \quad (5)$$

где $A_{x_{Rj,i}}$, $A_{x_{Qj,i}}$ – КВ величин $\tilde{x}_{Rj,i}$, $\tilde{x}_{Qj,i}$ – элементов векторов $\tilde{X}_{Rj}$ и $\tilde{X}_{Qj}$ расчетных параметров сооружения/конструкции, от которых зависят соответственно сопротивление $\tilde{R}_j$ и нагрузочный фактор $\tilde{Q}_j$; смысл множителей ρ'_{ji} и Θ'_{ji} будет раскрыт далее.

В более общем виде формула для β_j выведена в [11]. Заметим, что при удачном смысловом выборе $\tilde{R}_j$ и $\tilde{Q}_j$ они могут быть статистически независимыми или слабо коррелированными, тогда $r_{RjQj} = 0$, что упрощает вычисление β_j по (7). Дополнительный выигрыш дают замена вектора расчетных случайных величин $\tilde{X} = \{\tilde{x}_1 \tilde{x}_2 \dots \tilde{x}_i \dots \tilde{x}_n\}$ его безразмерным аналогом

$$\tilde{\chi} = \{\tilde{\chi}_1 \tilde{\chi}_2 \dots \tilde{\chi}_i \dots \tilde{\chi}_n\} = \{\tilde{x}_1 / \bar{x}_1 \tilde{x}_2 / \bar{x}_2 \dots \tilde{x}_i / \bar{x}_i \dots \tilde{x}_n / \bar{x}_n\} \quad (6)$$

(примечание: для элементов, у которых $\bar{x}_i = 0$, принимается $\bar{\chi}_i = \tilde{x}_i / \hat{x}_i$), а также введение в рассмотрение относительных сопротивления и нагрузочного фактора

$$\tilde{\rho}_j = \tilde{R}_j / \bar{R}_j, \quad \tilde{\Theta}_j = \tilde{Q}_j / \bar{Q}_j. \quad (7)$$

Безразмерные $\tilde{\chi}_i$ ($i = \overline{1, n}$), $\tilde{\rho}_j$ и $\tilde{\Theta}_j$ имеют МО, равные 1, и такие же КВ, как у соответствующих размерных параметров (исключение – величины, упомянутые выше в примечании; для них $\bar{\chi}_i = 0$, а КВ формально принимается равным 1).

Использование (6) и (7) дает в формуле (5) следующие выражения множителей при коэффициентах вариации:

$$\rho'_{ji} = \partial \rho_j / \partial \chi_{Rj,i} \Big|_{\chi_{Rj} = \bar{\chi}_{Rj}}, \quad \Theta'_{ji} = \partial \Theta_j / \partial \chi_{Qj,i} \Big|_{\chi_{Qj} = \bar{\chi}_{Qj}}, \quad (8)$$

где $\chi_{Rj,i} = x_{Rj,i} / (\bar{x}_{Rj,i} \vee \hat{x}_{Rj,i})$; $\chi_{Qj,i} = x_{Qj,i} / (\bar{x}_{Qj,i} \vee \hat{x}_{Qj,i})$; $\bar{\chi}_{Rj}$, $\bar{\chi}_{Qj}$ – состоящие из 1 и 0 векторы МО относительных расчетных параметров $\tilde{\chi}_{Rj}$ и $\tilde{\chi}_{Qj}$, являющихся аргументами для $\tilde{\rho}_j$ и $\tilde{\Theta}_j$; зависимости $\tilde{\rho}_j = \rho_j(\tilde{\chi}_{Rj})$ и

$\tilde{\Theta}_j = \Theta_j(\tilde{\chi}_{Q_j})$ получаются преобразованием исходных выражений $\tilde{R}_j = R_j(\tilde{X}_{R_j})$ и $\tilde{Q}_j = Q_j(\tilde{X}_{Q_j})$.

Вычисление производных в (8) в безразмерной форме значительно упрощает вероятностный расчет как в аналитическом виде, так и в компьютерных реализациях. МО $\bar{Q}_j$ и $\bar{R}_j$, необходимые для определения коэффициентов нагруженности β_j и «весовых коэффициентов» ρ'_{ji} и Θ'_{ji} при отыскании β_j , находятся по результатам обязательного расчета сооружения (конструкции) при МО входных параметров задачи.

По аналогии с основной зависимостью (4) можно ввести выражение для вычисления групповых индексов надежности (обобщенных по некоторым группам условий безотказности)

$$\beta_{G_k} = \sqrt{-4,3478 \lg \sum_{j=1}^{m_{G_k}} 10^{-\Phi_j(\beta_j)} - 3,4783}, \quad (9)$$

где G_k – номер k -й группы расчетных условий; m_{G_k} – количество условий в группе.

В частности, целесообразно отыскание групповых индексов, соответствующих трем основным критериям работоспособности, трактуемым как обобщенные условия безотказности, – по прочности, устойчивости, жесткости и «другим» (рис. 1): $\beta_{G_1} \equiv \beta_{\text{проч}}$, $\beta_{G_2} \equiv \beta_{\text{уст}}$, $\beta_{G_3} \equiv \beta_{\text{жест}}$, $\beta_{G_4} \equiv \beta_{\text{друг}}$; им отвечают вероятности отказов $P_{f, \text{проч}}$, $P_{f, \text{уст}}$, $P_{f, \text{жест}}$ и $P_{f, \text{друг}}$, суммирование которых дает общую вероятность отказа системы P_f . Кроме того, возможно многоуровневое обобщение индексов надежности и соответствующих им вероятностей отказов, например внутри вышеуказанных групп – по подгруппам (по прочности различных элементов и их сечений при изгибе, растяжении/сжатии, сложном сопротивлении; по устойчивости при разных типах равновесных состояний; по вариантам сочетаний воздействий и т. д.). Использование обобщенных показателей по-

зволяет оценивать вклады различных групп расчетных условий работоспособности в общую характеристику надежности.

По общему для системы в целом индексу надежности (4) и групповым индексам (9) получены критерии, позволяющие исключать из рассмотрения совокупность условий безотказности (из общего количества m) или в пределах некоторой группы G_k , дающих суммарный вклад в обобщенные показатели вероятностей отказа P_f или P_{f, G_k} не более 3%: можно пренебрегать условиями, для которых

$$\beta_j > \beta_{\min} + \lg m + 1, \quad (10)$$

$$\beta_j^{(G_k)} > \beta_{\min}^{(G_k)} + \lg m_{G_k} + 1,$$

где $\beta_{\min} = \min \beta_j$ (по всем m условиям); $\beta_{\min}^{(G_k)} = \min \beta_j^{(G_k)}$ (в группе G_k).

Поскольку индексы β_j , согласно (2), существенно зависят от коэффициентов нагруженности ξ_j (соответственно $\beta_j^{(G_k)}$ – от $\xi_j^{(G_k)}$), то оценивать возможность игнорирования некоторых исходных условий безотказности можно сразу после выполнения расчета объекта при МО входных параметров, по значениям коэффициентов ξ_j или $\xi_j^{(G_k)}$: с достаточной уверенностью предлагается пренебрежение условиями, по которым $\xi_j < (0,7-0,75) \xi_{\max}$; $\xi_j^{(G_k)} < (0,7-0,75) \xi_{\max}^{(G_k)}$ (здесь $\xi_{\max} = \max \xi_j$, $\xi_{\max}^{(G_k)} = \max \xi_j^{(G_k)}$).

Решение прямых задач расчета надежности с использованием обобщенных показателей надежности

В прямых задачах по известным вероятностным характеристикам расчетных параметров отыскиваются общие показатели надежности сооружения/конструкции P_f и $P_s = 1 - P_f$ по определенным критериям работоспособности, с учетом сформированной на их основе системы условий безотказности (1).

Использование изложенных выше положений разработанного метода позволяет:

– определять обобщенный индекс надежности β_0 , по нему – P_f и P_s для последующего сравнения с нормативными или рекомендуемыми общими показателями [3–8];

– осуществлять многоуровневое обобщение и ранжирование условий безотказности с «отсеиванием» незначимых из них; перевод части случайных расчетных параметров, мало изменчивых в сравнении с другими, в категорию квазидетерминированных [13];

– снижать трудоемкость вычислительных процедур вероятностных расчетов применением приема обезразмеривания расчетных параметров системы и воздействий и перехода к относительным характеристикам нагрузочного фактора и сопротивления.

Дополнительные упрощения возможны за счет начального укрупнения расчетных параметров (например, можно предварительно определять МО и КВ критической продольной силы сжатого стержневого элемента по стохастическим характеристикам модуля упругости, момента инерции сечения, длины элемента, коэффициента приведения длины; или предельного усилия в сечении, интегрально учитывающего прочностную характеристику материала и размеры по-

перечного сечения и т. п.) – это уменьшает размеры входных случайных векторов.

В качестве иллюстрации представим решение прямой задачи расчета надежности плоской фермы, изображенной на рис. 2, А.

Сечения элементов унифицированы по следующим группам: 1) сжатые стержни 1–4 верхнего пояса; 2) растянутые стержни 6–8 нижнего пояса; 3) все элементы решетки (5, 9, 10–15).

На рис. 2, Б показаны МО продольных сил в стержнях и коэффициенты приближения к предельным состояниям элементов, вычисленные при заданных МО нагрузок, площадей и моментов инерции сечений, а также предела текучести и модуля упругости материала.

Согласно «дереву отказов» (рис. 2, В), расчетные критерии работоспособности – прочность семи растянутых стержней и устойчивость восьми сжатых. Общее количество условий безотказности $m = 15$ (по числу стержней). КВ усилий во всех стержнях $A_{Nj} \equiv A_{Qj} = 0,12$ ($j = \overline{1, 15}$), сопротивлений – предельных продольных сил при растяжении $A_{Rj} = 0,08$ ($j = 5–9, 11, 14$), критических сил при сжатии $A_{Rj} = 0,06$ ($j = 1–4, 10, 12, 13, 15$).

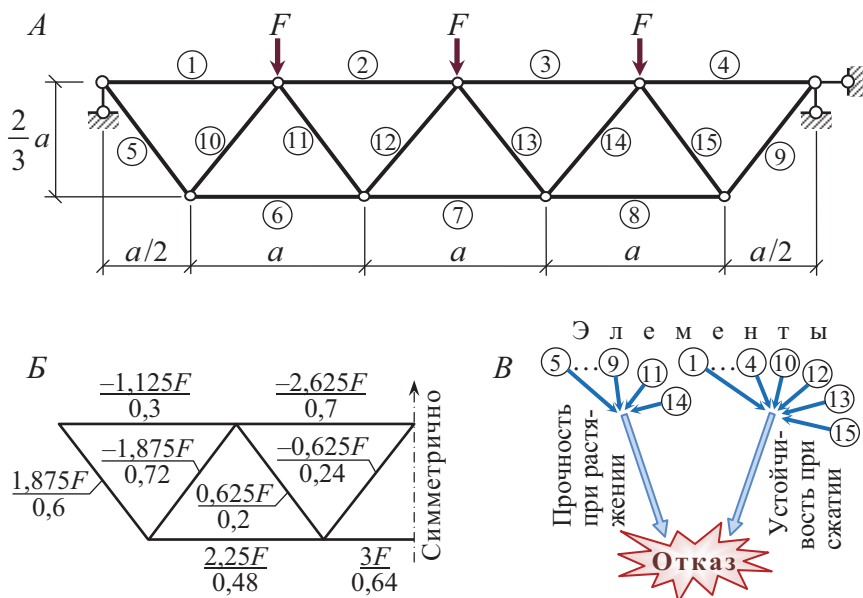


Рис. 2. К решению прямой задачи расчета надежности:

А – расчетная схема; Б – математические ожидания продольных сил в стержнях и коэффициенты ξ_j ; В – «дерево рисков»

В таблице приведены данные для расчета вероятности отказа с учетом симметрии (в МО) фермы и нагрузок. При определении индексов β_j ($j = 1, 15$) применен прием обезразмеривания расчетных параметров.

Суммируя частные вероятности отказов, находим

$$P_f = \sum_{j=1}^{15} P_{fj} = \{0,597 + 2 \cdot [3 \cdot (<10^{-20}) + 1,081 + 2,457 + 0,105 + (<10^{-4})] \cdot 10^{-3} = 7,883 \cdot 10^{-3}.$$

По вышеизложенному методу вычисляем обобщенный индекс надежности β_0 по формуле (4) при $\varphi_j(\beta_j) = 0,23 \beta_j^2 + 0,8$

$$\beta_0 = \sqrt{-4,3478 \cdot \lg [10^{-3,2239} + 2 \cdot (10^{-2,9662} + 10^{-2,6095} + 10^{-3,9768} + 10^{-7,1999})] - 3,4783} = 2,3803$$

и далее определяем общую вероятность отказа

$$P_f = \Phi_0(\beta_0) = 10^{-(0,23\beta_0^2 + 0,8)} = 10^{-2,1032} = 7,885 \cdot 10^{-3},$$

получен тот же результат, что и в расчете по частным условиям.

Обобщенные по двум группам условий – прочности и устойчивости – индексы надежности, найденные по выражению (9): $\beta_{\text{проч}} = 3,1576$, $\beta_{\text{уст}} = 2,4228$, им соответствуют вероятности отказов $P_{f,\text{проч}} = 0,807 \cdot 10^{-3}$, $P_{f,\text{уст}} = 7,078 \cdot 10^{-3}$ – видно, что риск потери устойчивости намного выше, причем доминирующий вклад в общую вероятность отказа вносят опасные по потере устойчивости стержни 10 и 15, для которых $\beta_{10} = \beta_{15} = \beta_{\min} = 2,805$.

По критериям (10) из всех $m = 15$ условий безотказности возможен неучет тех, по которым $\beta_j > \beta_{\min} + \lg m + 1 = 2,805 + \lg 15 + 1 = 4,981$, – это условия 1, 4, 6, 8, 12, 13, 11, 14 (8 из 15). При оценке по двум группам – $\beta_j^{(\text{проч})} > 3,246 + \lg 7 + 1 = 5,091$ и $\beta_j^{(\text{уст})} > 2,805 + \lg 8 + 1 = 4,708$ – «отсеиваются» те же незначимые условия. Аналогичные результаты дает применение более простых критериев оценки по коэффициентам нагруженности ξ_j .

Расчет вероятности отказа фермы по частным индексам надежности

Номера j стержней (условий безотказности)	Количество равнонадежных элементов	Коэффициент нагруженности, ξ_j	КВ резерва, A_{sj}	Индекс надежности, β_j	Вероятность отказа, P_{fj} (по (3))
1, 4 (сж)	2	0,3	0,065299	10,72	$< 10^{-20}$
2, 3 (сж)	2	0,7	0,097755	3,0689	$1,081 \cdot 10^{-3}$
10, 15 (сж)	2	0,72	0,099825	2,8049	$2,457 \cdot 10^{-3}$
12, 13 (сж)	2	0,24	0,057701	13,17	$< 10^{-20}$
5, 9 (раст)	2	0,6	0,107629	3,7165	$0,105 \cdot 10^{-3}$
6, 8 (раст)	2	0,48	0,098579	5,2750	$6,31 \cdot 10^{-8}$
7 (раст)	1	0,64	0,110897	3,2463	$0,597 \cdot 10^{-3}$
11, 14 (раст)	2	0,2	0,083522	9,578	$< 10^{-20}$

Применение обобщенных характеристик надежности в обратных (проектных) задачах

Обратная задача расчета надежности сооружения/конструкции состоит в определении области допустимых значений (ОДЗ) вероятностных характеристик расчетных параметров, обеспечивающих требуемую общую надежность $[P_s]$ (непревышение допустимой вероятности отказа $[P_f]$).

В общей постановке обратная задача формулируется как

$$P_s(\{\bar{X}\}, \{A_X\}) \geq [P_s]$$

или

$$P_f(\{\bar{X}\}, \{A_X\}) < [P_f], \quad (11)$$

где $\{\bar{X}\}$ и $\{A_X\}$ – векторы искомых МО и КВ расчетных параметров (в $\{\bar{X}\}$ могут присутствовать и детерминированные величины с КВ, равными 0).

Взятые со знаком равенства требования (11) определяют граничную гиперповерхность искомой ОДЗ в $2n_X$ -мерном пространстве характеристик $\{\bar{X}\}$ и $\{A_X\}$ (n_X – размерность векторов). Ее точное аналитическое описание затруднительно или вообще невозможно даже при нормальном распределении случайных величин, но применение достаточно удачных аппроксимаций позволяет получить из (11) уравнение границы ОДЗ расчетных параметров в пространстве частных индексов надежности:

$$\lg \sum_{j=1}^m 10^{-\varphi_j(\beta_j)} - \lg [P_f] = 0, \quad (12)$$

где $\varphi_j(\beta_j)$ может приниматься, в частности, как в (4).

Если нормируется не надежность или вероятность отказа, а общий индекс надежности $[\beta_0]$ (как в [4]), то в (12) $\lg [P_f] = -(0,23[\beta_0]^2 + 0,8)$.

Индексы β_j входят в (12) своими выражениями через элементы векторов $\{\bar{X}\}$ и $\{A_X\}$

по (5), но практическое использование полученного таким образом уравнения границы ОДЗ оказывается затруднительным даже при сравнительно небольших количествах параметров (n_X) и расчетных условий безотказности (m) – из-за сложности, а также неединственности решения и необходимости в конечном счете выбирать некоторый приемлемый набор допустимых значений искомых величин, для чего могут быть применены, в частности, оптимизационные процедуры [14, 15].

В имеющихся практическое значение двух основных постановках обратных задач (подбор требуемых характеристик сечений элементов или определение допускаемых воздействий/нагрузок) рационален следующий алгоритм:

1) по известной $[P_f]$ из (12) определяется требуемое значение частного индекса надежности в предположении наиболее невыгодного по общей надежности, но выигрышного по расходу материала случая равной вероятности отказов по всем m условиям работоспособности:

$$\begin{aligned} [\beta_j] &= 2,085 \sqrt{-\lg [P_f] - 0,8 + \lg m} = \\ &= \sqrt{[\beta_0]^2 + 4,348 \lg m}; \end{aligned}$$

2) выбирается одно из условий, содержащее либо одну из подлежащих определению расчетных величин, либо несколько взаимосвязанных (например, площадь $\tilde{A}$ и моменты сопротивления $\tilde{W}_y, \tilde{W}_z$ сечения стержневого конструктивного элемента в условии прочности при пространственной деформации в упругой стадии); из равенства $\beta_j = [\beta_j]$ (здесь β_j – по (5)) получается уравнение, связывающее МО и КВ искомых расчетных (в упомянутом случае $\tilde{A}, \tilde{W}_y, \tilde{W}_z$), решаемое, как правило, подбором – последовательными приближениями, причем КВ сначала могут назначаться ориентировочно; удобно вместо (5) использовать (2) с заданным по смыслу коэффициентом A_{Q_j} (A_{R_j} обычно известен), откуда решением квадратного уравнения находится

коэффициент нагруженности ξ_j , далее по ξ_j получаются комбинации искомым МО параметров при соответствующих их КВ;

3) последовательно аналогичным образом используются все расчетные условия безотказности, причем в каждом последующем учитываются уже ранее найденные параметры.

Вследствие округлений «в запас» и дискретности некоторых расчетных величин фактические значения частных вероятностей отказа оказываются меньше допустимых $[P_{ff}]$, соответствующих необходимому $[\beta_j]$. В результате получается экономически невыгодный запас надежности. Поэтому при переходе к расчету по очередному условию безотказности целесообразно уточнять $[\beta_j]$ с учетом вероятностей отказов P_{ff} по уже рассмотренным условиям:

$$[\beta_j^-] = 2,085 \times \sqrt{-\lg \left([P_{ff}] - \sum_{j=1}^{m_p} P_{ff} \right) - 0,8 + \lg(m - m_p)},$$

где m_p – количество ранее использованных условий.

Заключение

Разработанные метод, способы, алгоритмы и формульный аппарат могут быть реализованы в инженерных проектных и поверочных расчетах надежности сооружений и строительных конструкций с применением обобщенных и нормируемых показателей надежности.

Библиографический список

1. Федеральный закон РФ от 30.12.2009 г. № 384-ФЗ «Технический регламент по безопасности зданий и сооружений». – М., 2010.
2. ГОСТ 27751–2014 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения». – М. : Стандартинформ, 2015. – 13 с.
3. Vrouwenvelder T. Treatment of risk and reliability in the Eurocodes / T. Vrouwenvelder // Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings. – 2008. – Vol. 161, issue SB4 (August). – P. 209–214.
4. European Committee for Standardisation. Eurocode : Basis of Structural Design. – Brussels : Comité Européen de Normalisation, 2002. EN 1990.
5. HSE. Target Level for Reliability-Based Assessment of Offshore Structures during Design and Operation. Offshore Technology Report, ed. H. a. S. E. – UK, London : HSE Books, 2002.
6. Ellingwood B. R. Acceptable risk bases for design of structures / B. R. Ellingwood // Progress in Structural Engineering and Materials. – 2001. – Vol. 3, N 2. – P. 170–179.
7. Raizer V. Reliability of Structures. Analysis and Applications / V. Raizer. – Backbone Publishing Company (USA). – 2009. – 146 p.
8. Райзер В. Д. Теория надежности сооружений / В. Д. Райзер. – М. : Изд-во АСВ, 2010. – 384 с.
9. Лычев А. С. Надежность строительных конструкций / А. С. Лычев. – М. : Изд-во АСВ, 2008. – 184 с.
10. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность / А. Р. Ржаницын. – М. : Стройиздат, 1978. – 239 с.
11. Себешев В. Г. Расчет надежности сооружений и конструкций по обобщенным характеристикам и условиям безотказности / В. Г. Себешев // Изв. вузов. Строительство. – 2016. – № 6. – С. 13–31.
12. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Высшая школа, 1999. – 576 с.
13. Себешев В. Г. Об оценке влияния стохастических свойств расчетных параметров на надежность систем с регуляторами напряженно-деформированного состояния / В. Г. Себешев // Материалы VIII Всерос. науч.-технич. конференции «Актуальные вопросы строительства». – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2015. – С. 3–11.
14. Райзер В. Д. Вероятностная оптимизация уровня надежности сооружений / В. Д. Райзер // Строительная механика и расчет сооружений. – 2008. – № 6. – С. 33–39.

15. Гениев Г. А. Вопросы оптимизации расхода материалов в многоэлементных системах с позиций минимальной вероятности их отказа / Г. А. Гениев // Изв. вузов. Строительство. – 2002. – № 1–2. – С. 17–22.

References

1. *Phederalniy zakon ot 30.12.2009 g. № 384-FZ "Tekhnicheskiy reglament po bezopasnosti zdaniy i sooruzheniy"* [Federal law № 384-FL of 30. 12. 2009 "Regulations on the reliability of buildings and constructions"]. Moscow, 2010. (In Russian)

2. *GOST 27751–2014 "Nadezhnost stroytelnykh konstruksiy i osnovaniy"* [State Standard 27751–2014 "The reliability of building structures and bases"]. Moscow, Stadartinform Publ., 2015, 13 p. (In Russian)

3. Vrouwenvelder T. Treatment of risk and reliability in the Eurocodes. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings*, 2008, vol. 161, issue SB4 (August), pp. 209–214.

4. *European Committee for Standartisation. Eurocode: Basis of Structural Design*. Brussels, Comité Européen de Normalisation Publ., 2002, EN 1990.

5. *HSE. Target Level for Reliability-Based Assessment of Offshore Structures during Design and Operation*. Offshore Technology Report. Ed. by H. a.S. E. UK, London, HSE Books Publ., 2002.

6. Ellingwood B. R. Acceptable risk bases for design of structures. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 2001, vol. 3, no. 2, pp. 170–179.

7. Raizer V. *Reliability of Structures. Analysis and Applications*. USA, Backbone Publishing Company, 2009, 146 p.

8. Raizer V. D. *Teoriya nadezhnosti sooruzheniy* [The theory of structures reliability]. Moscow, ACB Publ., 2010, 384 p. (In Russian)

9. Lychev A. S. *Nadezhnost stroitelnykh konstruksiy* [The reliability of building constructions]. Moscow, ACB Publ., 2008, 184 p. (In Russian)

10. Rzhanytsyn A. R. *Teoriya rascheta stroitelnykh konstruksiy na nadezhnost* [Design theory on the reliability of building constructions]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 239 p. (In Russian)

11. Sebeshev V. G. *Raschet nadezhnosti sooruzheniy i konstruksiy po obobshchennym kharakteristikam i usloviyam bezotkaznosti* [Constructions and buildings reliability analysis by means of generalized characteristics and serviceability requirements]. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction], 2016, no. 6, pp. 13–31. (In Russian)

12. Ventzel Y. S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow, Vysshaya shkola [Higher school Publ.], 1999, 576 p. (In Russian)

13. Sebeshev V. G. Ob otsenke vliyaniya stokhasticheskikh svoistv raschetnykh parametrov na nadezhnost system s regulyatoramy napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya [On impact assessment of stochastic characteristics of design parameters on reliability of systems with stress-strain behavior regulators]. *Materialy VIII Vseros. nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Aktualniye voprosy stroytelstva"* [Proceedings of the VIIIth All-Russian scientific and technical conference "Topical issues of building"]. Novosibirsk, NGASU (Sibstrin) Publ., 2015, pp. 3–11. (In Russian)

14. Raizer V. D. Veroyatnostnaya optimizatsiya urovnya nadezhnosti sooruzheniy [Stochastic optimization of building reliability level] *Stroytelnaya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural mechanics and analysis of structure], 2008, no. 6, pp. 33–39. (In Russian)

15. Geniyev G. A. Voprosy optymyzatsii raskhoda materialov v mnogoelementnykh sistemakh s pozitsiy minimalnoy veroyatnosti ikh otказа [The issues of material consumption optimization in multiple-unit systems from the perspective of minimum probability of their failure]. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction], 2002, no. 1–2, pp. 17–22. (In Russian)

СЕБЕШЕВ Владимир Григорьевич – канд. техн. наук, профессор, sebeshev@sibstrin.ru (Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)).