

Экономическая теория

УДК 336.77.067

ОПЕРАЦИОННАЯ И ГОМОГЕННАЯ ЭФФЕКТИВНЫЕ ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ КАК МЕРЫ СТОИМОСТИ КРЕДИТА

А. В. ЖЕВНЯК,

кандидат физико-математических наук,

директор – научный руководитель

E-mail: alzhenvnyak@yandex. ru

Институт регионального

экономического развития, г. Рязань

В статье предлагаются два новых типа эффективной процентной ставки кредита (ЭПС) для оценки стоимости кредита. Операционная ЭПС основана на прямом сопоставлении платы за предоставленные кредитные ресурсы и суммарной за весь срок кредита величине остатков основного долга. Гомогенная ЭПС определяется в результате сравнения дисконтированных суммарных платежей заемщика с комиссией и такого же по схеме обслуживания долга кредита без комиссии. Дан сравнительный анализ инвестиционной, гомогенной и операционной ЭПС. Установлена связь внутренней нормы доходности (IRR) с операционной ЭПС, позволяющая дать новую экономическую интерпретацию IRR.

Ключевые слова: расчет, кредит, кредитор, заемщик, доходность, эффективная процентная ставка, реинвестирование, дисконтирование.

Инвестиционная и гомогенная эффективные процентные ставки кредита. В работе Р. Брейли и С. Майерса [1] для оценки доходности кредитора и затратности заемщика было предложено использовать инвестиционную эффективную процентную ставку (ЭПС) $r(\varepsilon)$, которая вычисляется по следующей формуле:

$$r(\varepsilon) = (1 + \varepsilon)(\alpha + \hat{\mathbb{R}}_{n\varepsilon})^{1/n} - 1, \quad (1)$$

где ε – ставка реинвестирования (дисконта);

α – ставка комиссии;

$\hat{\mathbb{R}}_{n\varepsilon} = \sum_{j=1}^n \frac{R_j(S, \delta_m, n)}{(1 + \varepsilon)^j}$ – современная (дисконтированная) стоимость суммы платежей R_j обслуживания кредита;

n – срок кредита, измеряемый числом расчетных периодов;

S – сумма займа;

$\delta_m = \delta/m$ – процентная ставка расчетного периода;

δ – номинальная процентная ставка;

m – число платежей в году при одинаковой продолжительности¹ каждого расчетного периода;

j – порядковый номер расчетного периода (день, месяц, квартал, год и т. п.) текущего платежа.

Выражение (1) инвестиционной ЭПС кредита получается из уравнения

$$S(1 + r(\varepsilon))^n = (\alpha S + \hat{\mathbb{R}}_{n\varepsilon})(1 + \varepsilon)^n. \quad (2)$$

Это баланс наращенной стоимости полных платежей обслуживания кредита $\hat{\mathbb{Z}}_{n\varepsilon} = \alpha S + \hat{\mathbb{R}}_{n\varepsilon}$

¹ Можно снять ограничение в виде предположения о равной длительности расчетных периодов, связывая моменты текущих платежей обслуживания кредита с календарными датами. В таком случае получаются аналогичные формулы для инвестиционной ЭПС в годовом исчислении [2]).

(правая часть) и наращенной на депозите с регулярной капитализацией процентов суммы займа (левая часть), который является здесь проектом сравнения.

Ставка депозита, обеспечивающего равенство указанных сумм, принимается в качестве инвестиционной ЭПС и меры эффективности (доходности/затратности) кредита. В другой интерпретации инвестиционную ЭПС можно считать среднегеометрическим темпом роста наращенного ссудного капитала кредитора. Здесь же заметим, что в состав полных платежей обслуживания $\hat{Z}_{n\epsilon}$ (аналог чистого приведенного дохода NPV в инвестиционном анализе) в виде отдельных слагаемых могут включаться и регулярные комиссии $\beta_j S$, взимаемые кредитором в конце каждого расчетного периода. В таком случае

$$\hat{Z}_{n\epsilon} = (\alpha + \hat{\beta})S + \hat{R}_{n\epsilon},$$

$$\text{где } \hat{\beta} = \sum_{j=1}^n \frac{\beta_j}{(1+\epsilon)^j} \text{ и } \hat{\beta} = \beta_0 \Phi_0(\epsilon, n),$$

при $\beta_j = \beta_0 = \text{const}$ ($\hat{\beta} = \beta_0 n$, если дополнительно $\epsilon = 0$).

Банк России в качестве показателя эффективности кредита (полной стоимости кредита, ПСК), который вычисляется банками и сообщается заемщикам до подписания кредитного договора, принял величину годовой внутренней нормы доходности кредита (IRR , *internal rate of return*). Для одного расчетного периода будем обозначать внутреннюю норму доходности кредита как r или $IRRC$ и находить ее по формуле, получающейся из выражений (1), (2) при $\epsilon = r$ или $r(\epsilon)|_{\epsilon=r} = r$:

$$S = \alpha S + \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{(1 + IRRC)^j}. \quad (3)$$

При пересчете $IRRC$ в годовой показатель справедлива [2] формула

$$IRR = (1 + IRRC)^m - 1.$$

Точно так же по известному значению инвестиционной ЭПС $r(\epsilon)$ может быть вычислена ее величина в годовом исчислении:

$$r(E) = (1 + r(\epsilon))^m - 1.$$

Аналогично связаны ставки реинвестирования в годовом исчислении E и в расчетном периоде ϵ .

В одной из авторских работ [2] изучены некоторые общие свойства инвестиционной ЭПС (в частности ее монотонное возрастание с увеличением ставки реинвестирования), показана возможность вычисления нетто-доходности/затратности кредита в тех случаях, когда кредитор выдает заем не соб-

ственными, а привлеченными средствами или когда заемщик в момент получения кредита инвестирует все заемные деньги в доходный бизнес.

В статье «Особенности и парадоксы оценки доходности и затратности заемщика при кредите» [3] автором рассмотрены и объяснены некоторые особенности инвестиционной ЭПС. Надо сказать, что большим значениям полных платежей $\hat{Z}_{n\epsilon}$ соответствуют и большие значения инвестиционной ЭПС. Поэтому она вполне адекватно отражает уровень затрат заемщика и может использоваться в качестве меры доходности/затратности кредита.

Однако, как считает автор [2], при $\epsilon < \delta_m$ результаты сравнительного анализа доходности и затратности кредитов по величине инвестиционной ЭПС и IRR полностью противоположны. Кредит, который по инвестиционной ЭПС при $\epsilon < \delta_m$ должен быть признан более доходным/затратным, наоборот, по значениям IRR является менее доходным/затратным. Это связано с тем, что при вычислении инвестиционной ЭПС для $\epsilon = \delta_m$ ее значения в любых кредитах будут одинаковыми в силу основного свойства кредитов

$$S = \sum_{j=1}^n \frac{R_j(S, \delta_m, n)}{(1 + \delta_m)^j}.$$

Это свойство выражает принцип замыкания контура финансовой операции (т. е. является условием полного погашения основного долга к концу срока займа) [5].

В инвестиционном анализе значение ставки дисконта ϵ , при котором NPV различных проектов равны, называется точкой Фишера. Можно сказать, что именно существование многократной точки Фишера для инвестиционной ЭПС является причиной ее конфликта с IRR . Он может быть разрешен только с применением какого-то нового показателя доходности/затратности кредитов, имеющего вполне понятный экономический смысл. Поиску такого показателя и посвящена настоящая статья.

Операционная ЭПС. Предлагаемый новый метод определения ЭПС кредита далее будем называть *прямым* или *операционным методом*, а найденную таким путем эффективную ставку – *операционной ЭПС*. Она строится как относительный показатель, сопоставляющий доходы/затраты при реализации данной финансовой операции (кредита), проводимой для достижения некоторого желаемого эффекта, и сам эффект. Оценка эффективности через соизмерение затрат и эффекта характерна для большинства экономических процессов. В случае кредита для

нахождения операционной эффективной ставки расчетного периода ρ как показателя доходности естественно отнести процентные и непроцентные доходы кредитора к суммарной величине остатков основного долга заемщика, имевших место в каждом расчетном периоде, т.е. определить операционную эффективную ставку кредита в таком виде:

$$\rho = \frac{\alpha S + \mathbb{P}_n}{\mathbb{D}_n}, \quad \mathbb{P}_n = \sum_{j=1}^n P_j, \quad \mathbb{D}_n = \sum_{j=0}^{n-1} D_j = \sum_{j=1}^n D_{j-1}, \quad (4)$$

где P_n и D_n – соответствующие суммарные величины;

P_j и D_j – величины соответственно процентного платежа и остатка основного долга в j расчетном периоде.

Именно сумма остатков основного долга позволяет оценить потенциальный эффект кредита для заемщика, если он должным образом распорядится предоставленными ему средствами. Для кредитора сумма остатков основного долга оценивает объем реально отвлеченных данным заемщиком кредитных ресурсов. Таким образом, в расчете операционной ЭПС кроме разового комиссионного сбора используются два потока:

- реальный поток процентных платежей;
- поток остатков основного долга, который достаточно условен, поскольку определяется исключительно расчетным путем, но никак не выделяется на расчетном счете или в кошельке кредитора и заемщика.

Далее будем изучать различные ЭПС кредита как в общем плане, так и с привязкой к конкретным наиболее распространенным на практике кредитным схемам. В их числе:

– *ординарный кредит* (с равномерным гашением основного долга и регулярной уплатой процентов, начисляемых на остаток основного долга, который называют также кредитом с амортизацией долга, кредитом с дифференцированными платежами или классическим);

– *купонный кредит* (с регулярной уплатой процентов, начисляемых на сумму основного долга, и единовременным погашением основного долга в конце срока, названный по аналогии с купонной облигацией);

– *шаровый кредит* (с единовременной уплатой основного долга и начисленных процентов в конце срока);

– *аннуитетный кредит* (с одинаковыми по величине платежами обслуживания в виде постоянной ренты).

Все показатели рассматриваемых конкретных кредитов будут нумероваться (помещая соответствующий номер в верхнем индексе) в том порядке, как они перечислены.

Изменение основного долга в кредите описывается разностным уравнением

$$D_j = D_{j-1} - G_j.$$

При граничных условиях $D_0 = S$ и $D_n = 0$.

Тогда, используя следующие выражения процентных платежей из авторской работы «Математическая теория дисконтирования денежных потоков. Математическая теория кредита» [4]:

$$P_j^{(1)} = \frac{S}{n} \delta_m (n+1-j),$$

$$\mathbb{P}_n^{(1)} = \frac{S}{n} \delta_m \left[n(n+1) - \sum_{j=1}^n j \right] = S \delta_m \frac{n+1}{2};$$

$$P_j^{(2)} = S \delta_m, \quad \mathbb{P}_n^{(2)} = n S \delta_m;$$

$$P_j^{(3)} = 0, \quad j = \overline{1, n-1}, \quad P_n^{(3)} = S \left[(1 + \delta_m)^n - 1 \right],$$

$$\mathbb{P}_n^{(3)} = S \left[(1 + \delta_m)^n - 1 \right];$$

$$P_j^{(4)} = R - (R - S \delta_m)(1 + \delta_m)^{j-1}, \quad R = S / \Phi_0(\delta_m, n),$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_n^{(4)} &= nR - \frac{R - S \delta_m}{1 + \delta_m} \sum_{j=1}^n (1 + \delta_m)^j = \\ &= nR - S = S \left[\frac{n}{\Phi_0(\delta_m, n)} - 1 \right], \end{aligned}$$

можно вычислить $\mathbb{D}_n$ по выражению (4):

$$D_j^{(1)} = S \frac{n-j}{n}, \quad \mathbb{D}_n^{(1)} = S \frac{n+1}{2}; \quad D_j^{(2)} = S,$$

$$\mathbb{D}_n^{(2)} = nS; \quad D_j^{(3)} = S, \quad \mathbb{D}_n^{(3)} = nS;$$

$$\mathbb{D}_n^{(4)} = \sum_{j=1}^n D_{j-1}^{(4)} = \frac{1}{\delta_m} \sum_{j=1}^n P_j^{(4)} = \frac{S}{\delta_m} \left[\frac{n}{\Phi_0(\delta_m, n)} - 1 \right].$$

В итоге получим:

$$\begin{aligned} \rho^{(1)} &= \delta_m + \frac{2\alpha}{n+1}, \quad \rho^{(2)} = \delta_m + \frac{\alpha}{n}, \\ \rho^{(3)} &= \frac{(1 + \delta_m)^n - 1}{n} + \frac{\alpha}{n}, \\ \rho^{(4)} &= \delta_m + \frac{\alpha \delta_m \Phi_0(\delta_m, n)}{n - \Phi_0(\delta_m, n)}. \end{aligned} \quad (5)$$

В формулах операционной ЭПС аннуитетного кредита, а ранее и в формулах для инвестиционной ЭПС существенно используются степенные дисконт-функции $\Phi_k(\delta_m, n) = \sum_{j=1}^n \frac{j^k}{(1 + \delta_m)^j}$ степени k и порядка n , которые введены в научный оборот

и исследованы в авторской работе [4]. Они определяются в результате обобщения результатов Я. Бернулли (Jacob Bernoulli) в классической задаче о вычислении суммы степеней последовательных натуральных чисел с одинаковыми натуральными же показателями и обладают рядом важных свойств, позволяющих значительно упростить аналитическое исследование финансовых операций.

Степенные дисконт-функции любой степени могут быть выражены через D -функцию нулевой степени $\Phi_0(\varepsilon, n) = \frac{(1+\varepsilon)^n - 1}{\varepsilon(1+\varepsilon)^n}$.

Автором изучены основные свойства D -функций и установлены важные нижние и верхние оценки D -функции нулевой степени, которые существенно используются при изучении кредитов [4]. Большинство конкретных результатов в ряде работ [3, 4, 6] получено именно с применением этих оценок.

Операционная эффективная ставка может вычисляться и по современной (или по наращенной) стоимости, т. е. с дисконтированием потока процентных платежей и потока остатков основного долга по некоторой ставке дисконта ε , где может быть учтена и инфляция. Тогда

$$\rho(\varepsilon) = \frac{\alpha S + \hat{P}_{n\varepsilon}}{\hat{D}_{n\varepsilon}}, \quad \hat{P}_{n\varepsilon} = \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{(1+\varepsilon)^j},$$

$$\hat{D}_{n\varepsilon} = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{D_j}{(1+\varepsilon)^{j+1}} = \sum_{j=1}^n \frac{D_{j-1}}{(1+\varepsilon)^j}. \quad (6)$$

При $\varepsilon = 0$ эти формулы совпадают с выражением (4).

Конкретно для рассматриваемых кредитов из выражения (6) получим:

$$\hat{P}_{n\varepsilon}^{(1)} = \frac{S\delta_m}{n\varepsilon} [n - \Phi_0(\varepsilon, n)], \quad \hat{D}_{n\varepsilon}^{(1)} = S \frac{n - \Phi_0(\varepsilon, n)}{n\varepsilon};$$

$$\hat{P}_{n\varepsilon}^{(2)} = S\delta_m \Phi_0(\varepsilon, n), \quad \hat{D}_{n\varepsilon}^{(2)} = S\Phi_0(\varepsilon, n);$$

$$\hat{P}_{n\varepsilon}^{(3)} = \frac{S[(1+\delta_m)^n - 1]}{(1+\varepsilon)^n}, \quad \hat{D}_{n\varepsilon}^{(3)} = S\Phi_0(\varepsilon, n);$$

$$\hat{P}_{n\varepsilon}^{(4)} = S \frac{\Phi_0(\varepsilon, n)}{\Phi_0(\delta_m, n)} - S \frac{\Phi_0(\chi, n)}{(1+\delta_m)^{n+1} \Phi_0(\delta_m, n)},$$

$$\hat{D}_{n\varepsilon}^{(4)} = \frac{\hat{P}_{n\varepsilon}^{(4)}}{\delta_m}, \quad \chi = \frac{1+\varepsilon}{1+\delta_m} - 1 = \frac{\varepsilon - \delta_m}{1+\delta_m},$$

$$\Phi_0(\chi, n) = \frac{(1+\delta_m)^{n+1}}{\varepsilon - \delta_m} \cdot \frac{(1+\varepsilon)^n - (1+\delta_m)^n}{(1+\varepsilon)^n (1+\delta_m)^n},$$

$$\Phi_0(\chi, n)|_{\varepsilon=\delta_m} = \Phi_0(0, n) = n.$$

И далее как конечный результат:

$$\rho^{(1)}(\varepsilon) = \delta_m + \frac{\alpha n \varepsilon}{n - \Phi_0(\varepsilon, n)}; \quad \rho^{(2)}(\varepsilon) = \delta_m + \frac{\alpha}{\Phi_0(\varepsilon, n)},$$

$$\rho^{(3)}(\varepsilon) = \varepsilon \frac{(1+\delta_m)^n - 1}{(1+\varepsilon)^n - 1} + \frac{\alpha}{\Phi_0(\varepsilon, n)},$$

$$\rho^{(4)}(\varepsilon) = \delta_m + \frac{\alpha(\varepsilon - \delta_m)\Phi_0(\delta_m, n)}{\Phi_0(\delta_m, n) - \Phi_0(\varepsilon, n)}. \quad (7)$$

При $\varepsilon = 0$ формулы (7) совпадают с ранее найденными без учета реинвестирования выражениями (5). Но для ординарного кредита при вычислении предела надо использовать правило Лопиталья и формулу дифференцирования D -функции из $\frac{d\Phi_0(\varepsilon, n)}{d\varepsilon} = -\frac{\Phi_1(\varepsilon, n)}{1+\varepsilon}$. Раскрывая неопределенность, получим и формулу операционной ЭПС аннуитетного кредита при $\varepsilon = \delta_m$:

$$\rho^{(4)}(\delta_m) = \delta_m + \frac{\alpha \delta_m (1+\delta_m) \Phi_0(\delta_m, n)}{[1 + (n+1)\delta_m] \Phi_0(\delta_m, n) - n}.$$

Здесь в предельном переходе использовано выражение $(1+\delta_m)^{-n} = 1 - \delta_m \Phi_0(\delta_m, n)$, $\Phi_0(\chi, n)|_{\varepsilon=0} = (1+\delta_m)^{n+1} \Phi_0(\delta_m, n)$ и выражение $\Phi_1(\delta_m, n) = [1 + (n+1)\delta_m] \Phi_0(\delta_m, n) - n$ [4].

Автором было установлено важное свойство кредитов, состоящее в том, что всегда существует такая ставка реинвестирования r , при которой

$$r = \frac{\hat{Z}_{nr} - \hat{G}_{nr}}{\hat{D}_{nr}} = \frac{\alpha S + \hat{R}_{nr} - \hat{G}_{nr}}{\hat{D}_{nr}} = \frac{\alpha S + \hat{P}_{nr}}{\hat{D}_{nr}}. \quad (8)$$

Именно это значение ставки реинвестирования является внутренней нормой доходности кредита ($IRRC$). Таким образом, значение $IRRC$ можно находить как из уравнения (3), так и из уравнения (8).

Уравнение (8) полностью совпадает с определением операционной ЭПС при $\varepsilon = r$, следовательно, $IRRC$ является частным значением операционной ЭПС, т. е.

$$\rho(\varepsilon)|_{\varepsilon=r} = r.$$

Это означает, что *внутренняя норма доходности кредита – IRR (для расчетов в годовом исчислении) или $IRRC$ (для расчетов, относящихся к одному периоду) может трактоваться как значение операционной ЭПС, вычисленное при дисконтировании потока платежей обслуживания именно по этой ставке*. Тем самым проясняется экономический смысл показателя IRR , который до сих пор представлялся в основном как изыскная

математическая конструкция, лишенная экономического содержания².

Если кредитор выдает заем не собственными, а привлеченными по ставке ε_0 средствами, то можно выделить нетто-доходность:

$$\hat{\rho}(\varepsilon, \varepsilon_0) = \frac{1 + \rho(\varepsilon)}{1 + \varepsilon_0} - 1 = \frac{\rho(\varepsilon) - \varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0}. \quad (9)$$

Эта формула будет справедлива и для вычисления нетто-затратности заемщика, если он все полученные средства займа в тот же момент разместил в доходный бизнес по ставке ε_0 . Важно заметить также, что при $\varepsilon_0 = \rho$ величины нетто-инвестиционной и операционной ЭПС обращаются в нуль, т.е. $\hat{r}(\varepsilon, \varepsilon_0) = 0$ и $\hat{\rho}(\varepsilon, \varepsilon_0) = 0$.

Для кредитора обычно $\varepsilon_0 < \delta_m$, $\varepsilon_0 < \varepsilon$, но для заемщика чаще всего можно полагать $\varepsilon_0 = \varepsilon$, а случай $\varepsilon_0 > \varepsilon$ рассматривать как редкую удачу. В таком случае (при $\varepsilon_0 = \varepsilon$) выражение нетто-операционной ЭПС (9) имеет вид $\hat{\rho}(\varepsilon) = \frac{\rho(\varepsilon) - \varepsilon}{1 + \varepsilon}$. Но при этом существенно меняется поведение функции $\hat{\rho}(\varepsilon)$.

Заметим также, что для кредитора реинвестирование вполне реальный процесс, реализуемый, например, банком в ходе его профессиональной деятельности, и здесь обычно $\varepsilon > \varepsilon_0$. Для заемщика под реинвестированием надо понимать виртуальный процесс, позволяющий учесть его упущенную выгоду, как если бы он не кредитовался и соответственно не перечислял кредитору платежи обслуживания, а размещал соответствующие вклады на финансовом рынке (самым доступным был бы депозит в банке, расположенном на соседней улице).

Свойства операционной ЭПС. С применением техники дисконтирования на основе Д-функций и с использованием их нижних и верхних оценок [4] удалось установить следующие свойства операционной ЭПС.

1. В отсутствие комиссии операционная ЭПС любых кредитов равна процентной ставке. Рост операционной ЭПС во всех кредитах при возрастании ставки комиссии α вполне очевиден по самому определению (6). Также очевидно, что

при возрастании процентной ставки δ_m операционная ЭПС в ординарном, купонном и шаровом кредитах монотонно растет. Для аннуитетного кредита это удастся доказать только специальным вычислительным экспериментом, проведенным для $0 < \delta_m \leq 1$, $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $1 \leq n \leq 240$, $0 \leq \alpha \leq 1$.

2. При наличии комиссии ($\alpha > 0$) и одинаковых значениях параметров кредитов операционная ЭПС ординарного кредита всегда больше, чем в аннуитетном кредите, которая, в свою очередь, превышает значение операционной ЭПС купонного кредита, т.е. $\rho^{(1)}(\varepsilon) > \rho^{(4)}(\varepsilon) > \rho^{(2)}(\varepsilon)$, причем по процентным платежам ситуация обратная: $\hat{\rho}_{n\varepsilon}^{(2)} > \hat{\rho}_{n\varepsilon}^{(4)} > \hat{\rho}_{n\varepsilon}^{(1)}$ (доказано в [4]).

Операционная ЭПС шарового кредита $\rho^{(3)}(\varepsilon)$ при $\alpha > 0$ с ростом ставки реинвестирования ε может быть как большей, так и меньшей, чем ее значение во всех других кредитах. В нуле $\rho^{(3)}(0)$ (при $\varepsilon = 0$) всегда больше, чем в купонном кредите.

С ростом ставки реинвестирования ε операционная ЭПС ординарного, купонного и аннуитетного кредитов строго монотонно растет, достигая соответствующего данному кредиту значения $IRRC$ (1, 2, 4) при $\varepsilon \rightarrow IRRC$ (1, 2, 4).

В шаровом кредите операционная ЭПС монотонно убывает с ростом ставки дисконта при условии

$$\alpha < \alpha_0 = \frac{[n - (1 + \varepsilon)\Phi_0(\varepsilon, n)][(1 + \delta_m)^n - 1]}{\{[1 + (n + 1)\varepsilon]\Phi_0(\varepsilon, n) - n\}(1 + \varepsilon)^n}.$$

Но она сохраняется постоянной при $\alpha = \alpha_0$ и монотонно возрастает по ε при $\alpha > \alpha_0$. Однако во всех случаях при $\varepsilon = IRRC$ $\rho^{(3)}(\varepsilon)|_{\varepsilon=IRRC} = IRRC3$.

$$\text{Нетто-операционная ЭПС } \hat{\rho}(\varepsilon, \varepsilon_0) = \frac{\rho(\varepsilon) - \varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0}$$

при $\varepsilon_0 \neq \varepsilon$ как функция ε изменяется так же, как $\rho(\varepsilon)$. График этой функции более пологий и смещен вниз на величину $\varepsilon_0 / (1 + \varepsilon_0)$ относительно графика функции $\rho(\varepsilon)$.

Функция нетто-операционной ЭПС $\hat{\rho}(\varepsilon) = \frac{\rho(\varepsilon) - \varepsilon}{1 + \varepsilon}$ при $\varepsilon = 0$ принимает значение, совпадающее со значением операционной ЭПС в нуле, т.е. $\hat{\rho}(0) = \rho(0)$. При $\varepsilon = \rho = IRRC$ всегда $\hat{\rho}(\rho) = \hat{\rho}(\varepsilon)|_{\varepsilon=\rho} = 0$. В промежутке $0 \leq \varepsilon \leq \rho$ функция $\hat{\rho}(\varepsilon)$ монотонно убывает с ростом ε .

На рис. 1 представлены графики зависимости операционной ЭПС $\rho(\varepsilon)$ и ее нетто-варианта $\hat{\rho}(\varepsilon)$ от ставки реинвестирования ε при $\alpha = 0,03$; $\delta_m = 0,01$; $n = 60$. Здесь графики опера-

² На это указывают, в частности, Р. Брейли и С. Майерс: «...внутренняя норма доходности – это производная величина без какого-либо явного экономического смысла. Пожелай мы дать ей определение, мы не сможем ничего добавить к тому, что это ставка дисконтирования, при которой чистая приведенная стоимость всех денежных потоков равна нулю. Проблема не в том, что внутреннюю норму доходности трудно вычислить, а в том, что она сама по себе не очень полезна» [1].

ционной ЭПС ординарного, купонного и аннуитетного кредита являются восходящими линиями, а в нетто-варианте – нисходящими.

В данном примере величина операционной ЭПС шарового кредита монотонно убывает с ростом ставки реинвестирования (так как $\min \alpha_0 = 0,79$ при $0 \leq \varepsilon \leq 0,5$, $n = 60$, $\delta_m = 0,01$, а, $\alpha = 0,03 < \alpha_0$), так же как и ее нетто-вариант. В нуле (при $\varepsilon = 0$) инвестиционная ЭПС шарового кредита больше, чем во всех других кредитах. Значения $IRRC$ определяются при условии $\varepsilon = \rho$ или $\bar{\rho} = 0$. Маркером «белый кружок» при $\varepsilon > \delta_m$ отмечены точки, абсциссы которых соответствуют значениям $IRRC$. Значения операционной ЭПС и ее нетто-варианта при $\varepsilon = 0$ больше процентной ставки кредита δ_m .

Отметим, что на практике менеджеры компаний часто предпочитают при кредитовании с целью развития бизнеса привлекать именно кредиты с отсрочкой платежей обслуживания (и часто добиваются этой отсрочки на какое-то время, хотя и не до конца срока кредита). Причину таких предпочтений хорошо отражает операционная ЭПС. Действительно, за счет вложения заемных средств в бизнес, приносящий доход по ставке ε_0 в каждом расчетном периоде, нетто-затратность шарового кредита существенно снижается. Он становится вполне приемлемым для целей развития. И даже в большей степени, чем другие виды кредитов, поскольку график зависимости нетто-ЭПС этого кредита весьма круто снижается с ростом ε , что в совокупности с высоким значением ставки единовременного инвестирования заемных средств ε_0 может обеспечить низкий уровень затратности. Однако для потребительского кредитования населения шаровый кредит будет абсолютно не выгоден по сравнению с другими схемами кредитования.

3. С ростом срока кредитования n операционная ЭПС в ординарном, купонном и аннуитетном кредитах монотонно убывает. В шаровом кредите она сначала убывает до некоторого минимума, но затем начинает расти, причем неограниченно.

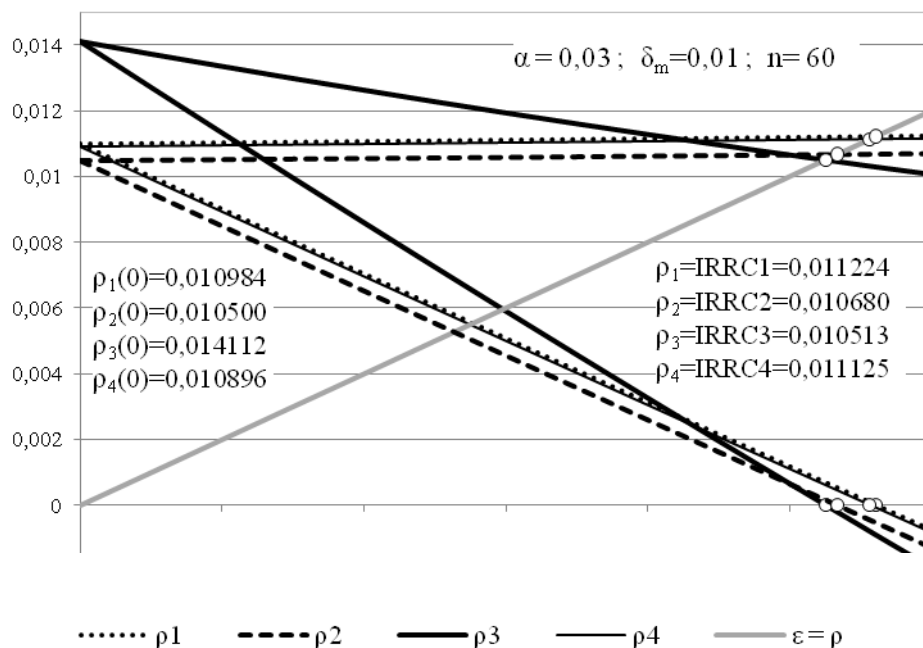


Рис. 1. Операционная ЭПС $\rho(\varepsilon)$ для кредитора (верхние линии) и ее нетто-вариант $\bar{\rho}(\varepsilon)$ для заемщика (однотипные нижние линии)

На рис. 2 представлены графики операционной ЭПС $\rho(n)$ всех рассматриваемых кредитов как функции срока кредита n при $\delta_m = 0,01$, $\alpha = 0,03$, $\varepsilon = 0$.

Гомогенная ЭПС. Вернемся к идее, которая была использована при определении инвестиционной ЭПС и выражена уравнением (2). Если в проекте сравнения – левая часть выражения (2) – ставку текущего реинвестирования принимать рав-

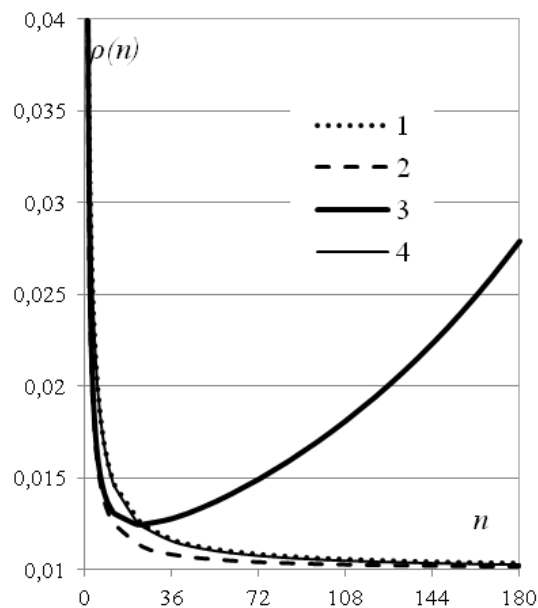


Рис. 2. Операционная ЭПС:
1 – ординарного кредита; 2 – купонного кредита;
3 – шарового кредита; 4 – аннуитетного кредита.
При $\delta_m = 0,01$, $\alpha = 0,03$, $\varepsilon = 0$

ной искомой процентной ставке r , то все проекты сравнения сводятся к шаровому кредиту или к депозиту с регулярной капитализацией начисленных процентов. Поскольку при любом варианте проекта сравнения с потоком платежей $\{R_j^{(0)}, j = \overline{1, n}\}$ из уравнений

$$\sum_{j=1}^n \frac{R_j^{(0)}(S, r, n)}{(1+r)^j} = \alpha S + \sum_{j=1}^n \frac{R_j(S, \delta_m, n)}{(1+r)^j},$$

$$(1+r)^n \sum_{j=1}^n \frac{R_j^{(0)}(S, r, n)}{(1+r)^j} =$$

$$= (1+\varepsilon)^n \left[\alpha S + \sum_{j=1}^n \frac{R_j(S, \delta_m, n)}{(1+\varepsilon)^j} \right], \quad (10)$$

с учетом основного свойства кредита – вновь получим уравнение (3) для определения $IRRC$ или уравнение (2) для нахождения инвестиционной ЭПС $r(\varepsilon)$.

Однако если в проекте сравнения свободно назначать ставку реинвестирования ε_* (в левой части балансовых уравнений), отличая ее от процентной ставки $r \neq \varepsilon_*$, то из выражения (10) можно получить самые разнообразные показатели эффективности кредита, отличные от инвестиционной ЭПС:

$$(1+\varepsilon_*)^n \sum_{j=1}^n \frac{R_j^{(0)}(S, r, n)}{(1+\varepsilon_*)^j} =$$

$$= (1+\varepsilon)^n \left[\alpha S + \sum_{j=1}^n \frac{R_j(S, \delta_m, n)}{(1+\varepsilon)^j} \right].$$

В частности, ставку реинвестирования в проекте сравнения можно принимать равной ставке реинвестирования в реальном кредите, т.е. считать $\varepsilon_* = \varepsilon$. Кроме того, и сам проект сравнения можно выбирать точно таким же по схеме обслуживания, как и изучаемый кредитный проект, только без комиссий. То есть принимать $R_j^{(0)} \equiv R_j$, с той лишь разницей, что вместо заданной процентной ставки δ_m в проекте сравнения используется искомая ставка r :

$$\sum_{j=1}^n \frac{R_j(S, r_g, n)}{(1+\varepsilon)^j} = \alpha S + \sum_{j=1}^n \frac{R_j(S, \delta_m, n)}{(1+\varepsilon)^j}. \quad (11)$$

Тем самым влияние изменения параметров схемы обслуживания долга будет выявлено более отчетливо. Такие ЭПС $r_g(\varepsilon)$ будем называть *гомогенными*, имея в виду идентичность схемы обслуживания в реальном кредите и в проекте сравнения. Они получаются из сравнения современных стоимостей платежей обслуживания двух однотипных кредитов: с комиссией и без комиссии. В отсутствие комиссии ($\alpha = 0$) гомогенные ЭПС всех кредитов равны про-

центной ставке кредита, т.е. $r_g(\varepsilon)|_{\alpha=0} = \delta_m$, а при $\alpha > 0$ всегда $r_g(\varepsilon) > \delta_m$. Понятно также, что при $\alpha = \delta_m = 0$ справедливо $r_g(\varepsilon)|_{\delta_m=0} = 0$. Напомним, что инвестиционная ЭПС этими свойствами обладает не всегда [2].

Если инвестиционная ЭПС представляет собой среднегеометрический темп роста суммарных наращенных платежей заемщика, то гомогенная ЭПС – это эквивалентная процентная ставка такого же по схеме обслуживания долга кредита без комиссии, при которой дисконтированные затраты заемщика будут равны таким же затратам в кредите с комиссией. Гомогенная ЭПС в чистом виде отражает влияние комиссии на доходность/затратность кредита как единственного фактора, отличающего сравниваемые кредитные проекты.

Используем предложенный подход к определению показателя эффективности кредитов и выражения платежей обслуживания $\hat{R}_{n\varepsilon} = \hat{G}_{n\varepsilon} + \hat{P}_{n\varepsilon}$ [4]:

$$\hat{R}_{n\varepsilon}^{(1)} = \frac{S}{n\varepsilon} [(\varepsilon - \delta_m)\Phi_0(\varepsilon, n) + n\delta_m],$$

$$R_n^{(1)} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{R}_{n\varepsilon}^{(1)} = S \left(1 + \delta_m \frac{n+1}{2} \right),$$

$$\hat{R}_{n\varepsilon}^{(2)} = S[1 + (\delta_m - \varepsilon)\Phi_0(\varepsilon, n)],$$

$$R_n^{(2)} = \hat{R}_{n\varepsilon}^{(2)}|_{\varepsilon=0} = S(1 + n\delta_m),$$

$$\hat{R}_{n\varepsilon}^{(3)} = \frac{S(1 + \delta_m)^n}{(1 + \varepsilon)^n}, \quad R_n^{(3)} = \hat{R}_{n\varepsilon}^{(3)}|_{\varepsilon=0} = S(1 + \delta_m)^n,$$

$$\hat{R}_{n\varepsilon}^{(4)} = S \frac{\Phi_0(\varepsilon, n)}{\Phi_0(\delta_m, n)}, \quad R_n^{(4)} = \hat{R}_{n\varepsilon}^{(4)}|_{\varepsilon=0} = \frac{Sn}{\Phi_0(\delta_m, n)}.$$

Тогда из выражения (11) получим конкретные выражения гомогенных ЭПС:

$$\frac{S}{n\varepsilon} [(\varepsilon - r_g^{(1)}(\varepsilon))\Phi_0(\varepsilon, n) + nr_g^{(1)}(\varepsilon)] =$$

$$= \alpha S + \frac{S}{n\varepsilon} [(\varepsilon - \delta_m)\Phi_0(\varepsilon, n) + n\delta_m] \Rightarrow r_g^{(1)}(\varepsilon) =$$

$$= \delta_m + \frac{\alpha n\varepsilon}{n - \Phi_0(\varepsilon, n)},$$

$$S[1 + (r_g^{(2)}(\varepsilon) - \varepsilon)\Phi_0(\varepsilon, n)] =$$

$$= \alpha S + S[1 + (\delta_m - \varepsilon)\Phi_0(\varepsilon, n)] \Rightarrow r_g^{(2)}(\varepsilon) =$$

$$= \delta_m + \frac{\alpha}{\Phi_0(\varepsilon, n)},$$

$$\frac{S(1 + r_g^{(3)}(\varepsilon))^n}{(1 + \varepsilon)^n} = \alpha S + \frac{S(1 + \delta_m)^n}{(1 + \varepsilon)^n} \Rightarrow r_g^{(3)}(\varepsilon) =$$

$$= [(1 + \delta_m)^n + \alpha(1 + \varepsilon)^n]^{1/n} - 1,$$

$$S \frac{\Phi_0(\varepsilon, n)}{\Phi_0(r_g^{(4)}(\varepsilon), n)} = \alpha S + S \frac{\Phi_0(\varepsilon, n)}{\Phi_0(\delta_m, n)} \Rightarrow \Phi_0(r_g^{(4)}(\varepsilon), n) = \frac{\Phi_0(\delta_m, n) \Phi_0(\varepsilon, n)}{\alpha \Phi_0(\delta_m, n) + \Phi_0(\varepsilon, n)}.$$

Первые три из полученных уравнений разрешены относительно искомой ЭПС $r_g(\varepsilon)$ и непосредственно вычисляются, но для аннуитетного кредита это можно сделать только численными методами.

Заметим, что гомогенная ЭПС шарового кредита совпадает с формулой для определения инвестиционной ЭПС, поскольку в качестве проекта сравнения здесь принимается депозит или шаровый кредит. Формулы гомогенной ЭПС ординарного и купонного кредитов совпадают с аналогичными выражениями операционной ЭПС. Лишь формула гомогенной ЭПС аннуитетного кредита отличается от аналогичных формул инвестиционной и операционной ЭПС. Можно показать, что в линейном приближении при малых значениях процентной ставки δ_m аннуитетный кредит «превращается» в ординарный. На этом основании можно считать, что и величина гомогенной ЭПС близка к величине операционной ЭПС аннуитетного кредита. Тот факт, что в ординарном и купонном кредитах имеется совпадение операционной и гомогенной ЭПС, «работает» в пользу операционной ЭПС, поскольку показывает, что она так же как и гомогенная ЭПС избирательно отражает именно влияние комиссии.

Примеры. Приведем пример расчета операционной ЭПС для купонного кредита, а также пример сравнительного анализа эффективности кредитов по инвестиционной, гомогенной и операционной ЭПС.

На рис. 3 представлены результаты расчета операционной ЭПС $\rho(\varepsilon)$ и ее нетто-вариантов $\hat{\rho}(\varepsilon, \varepsilon_0) = \frac{\rho(\varepsilon) - \varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0}$ и $\hat{\rho}(\varepsilon) = \frac{\rho(\varepsilon) - \varepsilon}{1 + \varepsilon}$ при заданных значениях параметров $\delta_m = 0,01$, $\alpha = 0,03$, $n = 60$ купонного кредита (при ежемесячном обслуживании это соответствует пятилетнему кредиту с номинальной годовой ставкой 12%). Аналогично выполняется расчет и для других видов кредита. Верхняя прерывистая линия соответствует $\rho(\varepsilon) = \hat{\rho}(\varepsilon, 0)$, остальные – случаям $\varepsilon_0 = 0,006$, $\varepsilon_0 = 0,008$, $\varepsilon_0 = 0,01$. Для кредитора, выдающего заем за счет собственных средств ($\varepsilon_0 = 0$) и реинвестирующего текущие платежи обслуживания кредита по ставке $\varepsilon = 0,006$ ($E = (1 + 0,006)^{12} - 1 = 0,074424$, или 7,44% годовых), доходность составит $\rho = (0,006) = 0,010597$,

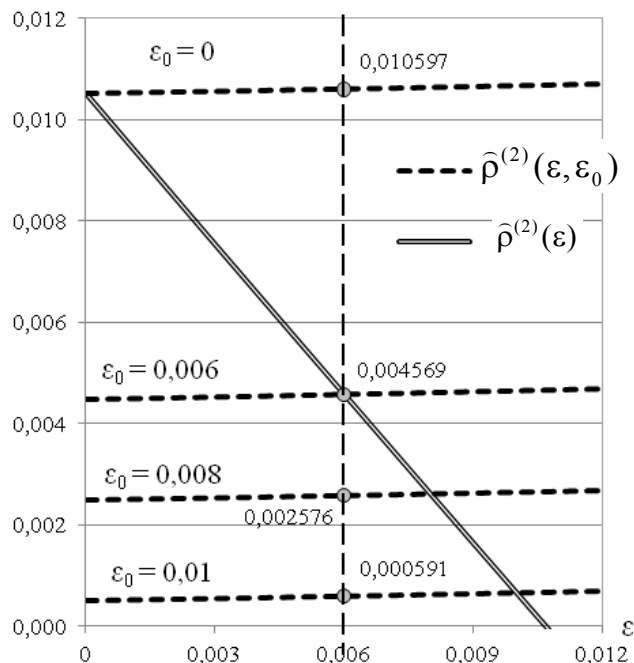


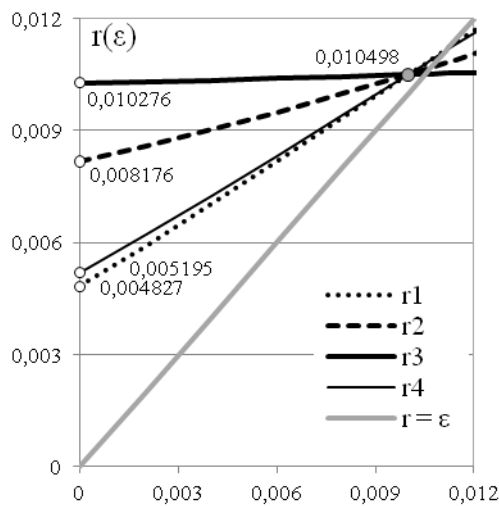
Рис. 3. Пример расчета операционной ЭПС и ее нетто-вариантов для купонного кредита $\delta_m = 0,01$, $\alpha = 0,03$, $n = 60$

т.е. в годовом исчислении $(1 + 0,010597)^{12} - 1 = 0,134842$, или 13,48% годовых.

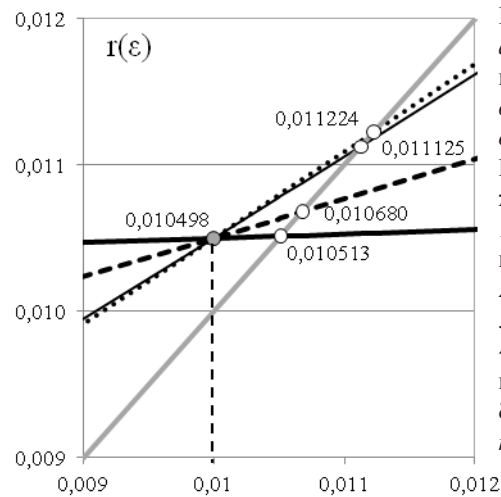
Такой же величины будет показатель затратности заемщика, который сумму займа не вложил в доходный бизнес, а потратил на приобретение не приносящих доход товаров.

Если же кредитор выдал заем за счет привлеченных средств по ставке $\varepsilon_0 = 0,008$ ($E_0 = 0,008 \cdot 12 = 0,096$, или 9,6% годовых), а текущие платежи обслуживания, поступающие от заемщика, размещает как и ранее – по ставке $\varepsilon = 0,006$ (7,44% годовых), то его доходность составит только $\hat{\rho}(0,008; 0,006) = 0,002576$, или 3,14% годовых. Этот же показатель затратности (3,14% годовых) будет иметь заемщик, разместивший сумму займа в бизнес с доходностью $\varepsilon_0 = 0,008$ (9,6% годовых), при ставке текущего реинвестирования 7,44% годовых (последняя, напомним, используется при учете упущенной выгоды заемщика). Остальные результаты расчета, отраженные на рис. 3, интерпретируются аналогично.

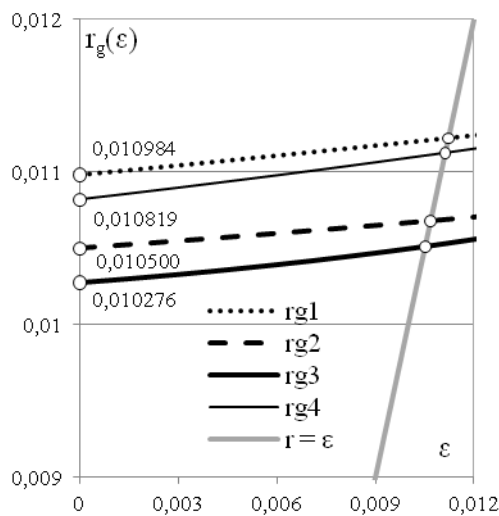
На рис. 4 приведены графики инвестиционной (верхний ряд), гомогенной (средний ряд) и операционной (нижний ряд) ЭПС от ставки реинвестирования (дисконта), построенные по приведенным формулам. Для примера выбраны значения $\delta_m = 0,01$ (что при $m = 12$, т.е. при ежемесячном



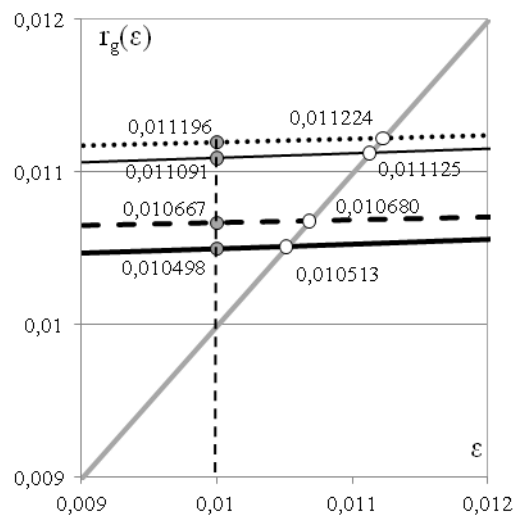
а



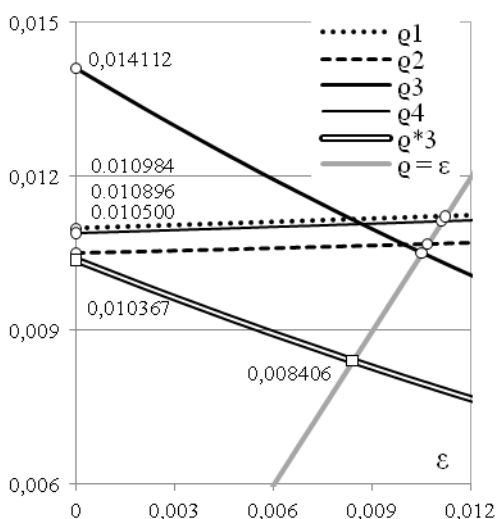
б



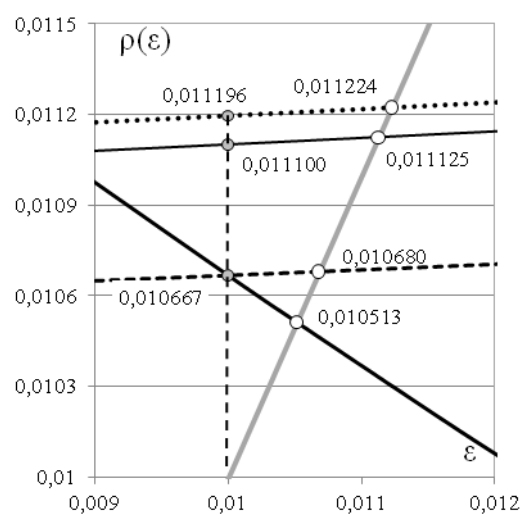
в



г



д



е

Рис. 4. ЭПС:

а и б – инвестиционная;
в и г – гомогенная;
д и е – операционная.
На рисунках расположены линии:
1 – ординарный кредит;
2 – купонный кредит;
3 – шаровый кредит;
4 – аннуитетный кредит (4) при $\delta_m = 0,01$, $\alpha = 0,03$, $n = 60$

обслуживании соответствует номинальной процентной ставке 12 % годовых), $\alpha = 0,03$ и $n = 60$ (5 лет). Маркером «белый кружок» отмечены точки, абсциссы и ординаты которых равны значениям $IRRC$, рассчитанным по формулам (3). Маркером «серый кружок» отмечены точки, где значения ЭПС соответствуют $\varepsilon = \delta_m$.

На основе данного примера можно установить следующие важные признаки сходства и различия инвестиционной, гомогенной и операционной ЭПС.

1. С ростом ставки реинвестирования ε инвестиционные и гомогенные ЭПС всех кредитов монотонно растут. Для операционной ЭПС это верно лишь за исключением шарового кредита, что связано с достаточно высоким барьерным значением ставки комиссии α_0 . Поэтому в данном примере, где $\alpha < \alpha_0$, операционная ЭПС шарового кредита монотонно убывает с ростом ε .

2. При одинаковых параметрах кредитов и $\varepsilon < IRRC$ значения инвестиционной ЭПС ординарного, купонного и аннуитетного кредитов меньше соответствующих значений операционной ЭПС.

Значения гомогенной ЭПС ординарного и купонного кредитов совпадают (тождественны) со значениями операционной ЭПС.

3. Инвестиционная ЭПС при $\varepsilon = \delta_m$ для всех кредитных схем принимает одинаковые значения (точка Фишера). Для гомогенной ЭПС таких совпадений значений в разных кредитах нет. В операционной ЭПС только шаровый кредит при определенных значениях ставки реинвестирования может принимать значения, совпадающие со значениями других кредитов, причем при $\varepsilon = \delta_m$ такое совпадение возникает только для купонного и шарового кредитов.

Список литературы

1. Брейли Ричард, Майерс Стюарт. Принципы корпоративных финансов. М.: ЗАО «Олимп – Бизнес». 2008. 1008 с.
2. Жевняк А. В. Оценка доходности кредитора и затратности заемщика при кредите // Финансы и кредит. 2011. № 31.
3. Жевняк А. В. Особенности и парадоксы оценки доходности и затратности кредита по инвестиционной эффективной ставке // Финансы и кредит. 2011. № 47.
4. Жевняк А. В. Математическая теория дисконтирования денежных потоков. Математическая теория кредита. Рязань: Ринфо. 2010. 384 с.
5. Четыркин Е. М. Финансовая математика. М.: Дело. 2002. 397 с.

18 мая 2012 г. в Астрахани состоится международная научно-практическая конференция

«Эпоха МСФО в России. Деловой Каспий»

Организаторы: Институт профессиональных бухгалтеров и аудиторов России, НП «Палата профессиональных бухгалтеров и аудиторов по Астраханской области», журнал «Международный бухгалтерский учет», ФГБОУ ВПО «Астраханский государственный технический университет», МЦФК «Лука», общероссийская общественная организация «Деловая Россия», ЗАО АКБ «Экспресс-Волга».

Информационная поддержка – Издательский дом «ФИНАНСЫ и КРЕДИТ»

Основные направления конференции:

- повышение инвестиционной привлекательности территорий;
- внешнеторговые отношения Прикаспийских государств;
- система бухгалтерского учета и отчетности; состояние и пути развития;
- практические вопросы применения МСФО;
- развитие аудиторской деятельности, ориентированной на требования международной практики.

За дополнительной информацией, а также по вопросам участия обращаться по телефонам: 8 (8512) 210-546, 8 (961) 813-79-64, 8 (903) 378-01-70 либо E-mail: asta@ya.ru.