

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОКРЫТИЯ ТЕРМОУПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ НАИМЕНЬШЕЕ ЗВУКООТРАЖЕНИЕ

Н.В. Ларин

Решены прямая и обратная задачи дифракции плоской звуковой волны на однородной термоупругой пластине с непрерывно-неоднородным покрытием.

Ключевые слова: отражение и прохождение звуковых волн, однородная термоупругая пластина, неоднородный термоупругий плоский слой, обратная задача дифракции, законы неоднородности.

Звукоотражающие свойства тел можно понизить с помощью пассивных покрытий различной структуры. Исследованы прямая и обратная задачи дифракции плоской волны на круговом цилиндре, оснащенный перфорированным покрытием [1]. Последнее представляет собой полый цилиндр, разделенный жесткими перегородками на цилиндрические секторы, заполненные средой. Показано, что в прямой задаче поле дифракции на цилиндре с покрытием более интенсивно, чем поле на гладком цилиндре. В обратной задаче выбраны параметры среды резонаторов перфорированного покрытия, обеспечивающие заданный уровень гашения поля дифракции на цилиндре.

На основе созданной импедансной теории поглощения и рассеяния звука линейноупругими телами [2, 3] предложена общая схема поглощающих и нерассеивающих покрытий нового типа с повышенной эффективностью [4]. Такое покрытие, названное покрытием с протяженной реакцией, представляет собой совокупность дискретных элементов, каждый из которых определенным образом связан с соседними элементами. Оно может быть реализовано в виде устройств из пористых материалов или резонансных структур. Приведены теория таких покрытий и метод определения наилучших значений его параметров. Проанализированы плоское и цилиндрическое покрытия с протяженной реакцией [4–6]. Результаты компьютерного моделирования показали, что предложенные покрытия значительно превосходят по эффективности лучшие из известных покрытий.

В данной статье применительно к термоупругому плоскому телу рассмотрен иной подход к созданию пассивных покрытий тел для снижения рассеянного звукового поля [7], предложенный ранее для чисто упругого плоского тела. Он состоит из двух основных этапов. На первом этапе решается прямая задача дифракции звука на теле с непрерывно-неоднородным покрытием (см., например, [8–18]). Такое покрытие имеет вид упругого слоя, материальные параметры которого являются непрерывными функциями его толщины. На втором этапе (при решении обратной

задачи) неизвестные коэффициенты этих функций определяются из решения задачи минимизации функционала, выражающего интенсивность звукоотражения. Для линейных и параболических законов неоднородности упругого слоя предложены алгоритмы минимизации данного функционала [7, 19, 20]. Заметим, что непрерывно-слоистое покрытие может быть реализовано с помощью системы тонких однородных упругих слоев с различными значениями материальных констант [21].

Во всех указанных выше работах тепловые процессы в телах не учитывались. Решена прямая задача дифракции звука на круговом цилиндре с непрерывно-слоистым термоупругим покрытием [22]. Однако в ней цилиндр полагался абсолютно жестким. Также актуальности настоящей статьи способствуют исследования, проведенные ранее [23–26], которые показали, что характеристики звукоотражения термоупругих тел существенно отличаются от соответствующих характеристик чисто упругих тел.

1. Постановка и решение прямой задачи. Рассмотрим однородную изотропную термоупругую плоскую пластину толщиной H с покрытием в виде неоднородного по толщине изотропного термоупругого слоя толщиной h (рис. 1). Пластина с покрытием граничит с жидкими полупространствами. Система прямоугольных координат x, y, z выбрана таким образом, что ось x лежит на границе раздела пластины и жидкости, а ось z направлена вниз по нормали к поверхности пластины. Материал пластины характеризуется плотностью ρ^0 , упругими постоянными Ламе λ^0 и μ^0 , температурным коэффициентом линейного расширения α_T^0 , коэффициентом теплопроводности λ_T^0 , объемной теплоемкостью c_ε^0 . Плотность материала покрытия $\rho = \rho(z)$ и его объемная теплоемкость $c_\varepsilon = c_\varepsilon(z)$ описываются непрерывными функциями координаты z , а его модули упругости $\lambda = \lambda(z)$ и $\mu = \mu(z)$, температурный коэффициент линейного расширения $\alpha_T = \alpha_T(z)$ и коэффициент теплопроводности $\lambda_T = \lambda_T(z)$ – дифференцируемыми функциями координаты z . Источники тепла в пластине с покрытием отсутствуют.

Нижнее ($r=1$) и верхнее ($r=2$) полупространства заполнены вязкими теплопроводными однородными сжимаемыми жидкостями. Жидкости имеют плотности ρ_r , скорости звука c_r , отношения удельных теплоемкостей при постоянных давлении и объеме γ_r , коэффициенты температуропроводности χ_r^T , температурного расширения α_r^T , теплопроводности λ_r^T . Считаем, что в невозмущенном состоянии твердая и жидкие среды имеют одинаковую постоянную температуру T_0 .

Пусть из верхнего полупространства на пластину с покрытием наклонно падает плоская звуковая волна, потенциал скоростей которой

$$\Psi_0 = A_0 \exp\left\{i\left[k_{21}^x x + k_{21}^z (z + H + h) - \omega t\right]\right\},$$

$$k_{21}^x = k_{21} \sin \theta, \quad k_{21}^z = k_{21} \cos \theta,$$

где A_0 – амплитуда падающей волны; k_{21}^x и k_{21}^z – проекции волнового вектора \mathbf{k}_{21} на оси координат x и z соответственно; k_{21} – волновое число звуковых волн в верхнем полупространстве; ω – круговая частота; θ – угол падения волны. Временной множитель $\exp(-i\omega t)$ в дальнейшем опускаем.

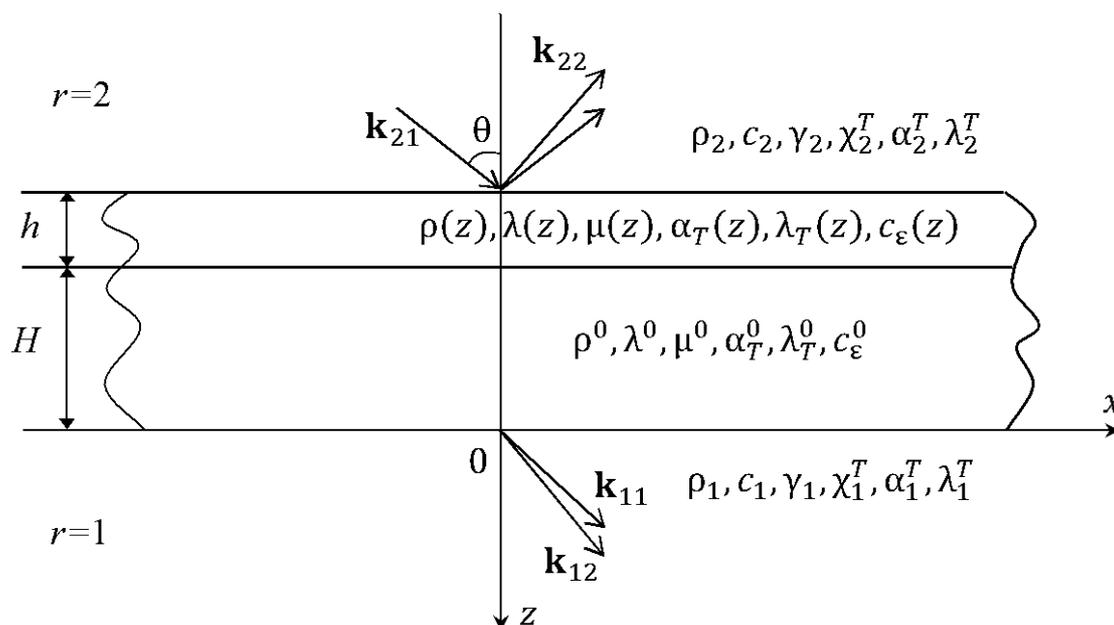


Рис. 1. Геометрия задачи

При падении звуковой волны на термоупругое плоское тело, граничащее с невязкими теплопроводными жидкостями, возникают отраженные от тела и прошедшие через него звуковые и тепловые волны. Кроме того, происходит малая деформация тела, которая сопровождается изменением его температурного поля.

Определим отраженное от пластины с покрытием акустическое поле.

Без ограничения общности полагаем, что волновой вектор падающей волны лежит в плоскости xz . Следовательно, возбуждающее поле не зависит от координаты y . Тогда, поскольку материал пластины является однородным, а неоднородность материала покрытия проявляется лишь по оси z , то от координаты y не должны зависеть ни отраженные, ни прошедшие в нижнее полупространство, ни возбужденные в термоупругом плоском теле волны. Кроме того, в теле будет отсутствовать смещение частиц термоупругой среды по координате y .

Скорость частиц жидкости в нижнем ($r = 1$) и верхнем ($r = 2$) полупространствах представим в виде

$$\mathbf{v}_r = \text{grad}(\Psi_{r1} + \Psi_{r2}), \quad r = 1, 2,$$

где grad – известный оператор теории поля.

В случае установившихся колебаний потенциалы скоростей звуковых Ψ_{r1} и тепловых Ψ_{r2} волн – решения уравнений Гельмгольца

$$\Delta \Psi_{rs} + k_{rs}^2 \Psi_{rs} = 0, \quad \Psi_{21} = \Psi_0 + \Psi'_{21}; \quad r, s = 1, 2,$$

где Ψ'_{21} – потенциал скоростей отраженной звуковой волны; k_{r1} и k_{r2} – волновые числа звуковых и тепловых волн в r -й среде соответственно. При этом в предположении малости коэффициентов температуропроводности жидкостей ($\omega \chi_r^T / c_r^2 \ll 1$)

$$k_{r1} = \frac{\omega}{c_r}, \quad k_{r2} = \eta_r^T (1 + i), \quad \eta_r^T = \sqrt{\frac{\omega \gamma_r}{2 \chi_r^T}}.$$

Потенциалы скоростей, отраженных от термоупругого тела, и прошедших через него звуковых и тепловых волн будем искать в виде

$$\Psi'_{21} = V_1 \exp\{i[k_{21}^x x - k_{21}^z(z + H + h)]\}, \quad \Psi_{22} = V_2 \exp\{i[k_{22}^x x - k_{22}^z(z + H + h)]\},$$

$$\Psi_{1s} = W_s \exp\{i[k_{1s}^x x + k_{1s}^z z]\}, \quad (k_{rs}^x)^2 + (k_{rs}^z)^2 = k_{rs}^2; \quad r, s = 1, 2, \quad (1)$$

где V_s и W_s – коэффициенты отражения и прохождения соответственно; k_{rs}^x и k_{rs}^z – проекции волнового вектора \mathbf{k}_{rs} на оси x и z соответственно.

Согласно закону Снеллиуса [27] $k_{11}^x = k_{12}^x = k_{22}^x = k_{21}^x$.

Определять волновые поля в пластине будем на основе линейной связанной динамической задачи термоупругости однородного изотропного тела [28]. Заметим, что только в «связанном» случае удастся обнаружить новые особенности в процессе прохождения [29], а, следовательно, и отражения звука при дифракции плоской звуковой волны на однородной термоупругой пластине.

Представим вектор смещения частиц в термоупругой пластине в виде

$$\mathbf{u}^{(0)} = \text{grad}(\Phi_1 + \Phi_2) + \text{rot} \Phi_3, \quad (2)$$

где rot – известный оператор теории поля.

Потенциалы смещения Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 – решения уравнений Гельмгольца [28]

$$\Delta \Phi_s + \kappa_s^2 \Phi_s = 0, \quad \Delta \Phi_3 + \kappa_3^2 \Phi_3 = 0; \quad s = 1, 2, \quad (3)$$

где κ_1 и κ_2 – волновые числа продольных термоупругих волн; κ_3 – волновое число поперечных упругих волн. При этом [28]

$$\kappa_s^2 = \frac{k_l^2}{2} \left\{ 1 + \delta(1 + \varepsilon) - (-1)^s \sqrt{1 - 2\delta(1 - \varepsilon) + \delta^2(1 + \varepsilon)^2} \right\}, \quad s = 1, 2, \quad \kappa_3 = \frac{\omega}{c_\tau}.$$

Здесь

$$\delta = \frac{k_T^2}{k_l^2}, \quad k_l = \frac{\omega}{c_l}, \quad k_T = \eta_T(1 + i), \quad \eta_T = \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_T^0}},$$

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda^0 + 2\mu^0}{\rho^0}}, \quad c_\tau = \sqrt{\frac{\mu^0}{\rho^0}}, \quad \chi_T^0 = \frac{\lambda_T^0}{c_\varepsilon^0}, \quad \varepsilon = \frac{(3\lambda^0 + 2\mu^0)^2 \alpha_T^{0^2} T_0}{(\lambda^0 + 2\mu^0) c_\varepsilon^0},$$

где k_l и k_T – волновые числа продольных упругих и тепловых волн соответственно; c_l и c_τ – скорости продольных и поперечных упругих волн соответственно; χ_T^0 – коэффициент температуропроводности материала пластины; ε – параметр связанности.

Так как рассматриваемая дифракционная задача является двумерной, то справедливо представление

$$\Phi_3 = \Phi_3(x, z)\mathbf{e}_y, \quad (4)$$

где \mathbf{e}_y – орт оси y .

В силу представления (4) векторное уравнение (3) сводится к одному скалярному уравнению Гельмгольца

$$\Delta\Phi_3 + \kappa_3^2\Phi_3 = 0.$$

Скалярные функции Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 будем искать в виде

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= B_1 \exp\{i[\kappa_1^x x + \kappa_1^z z]\} + B_2 \exp\{i[\kappa_1^x x - \kappa_1^z z]\}, \\ \Phi_2 &= C_1 \exp\{i[\kappa_2^x x + \kappa_2^z z]\} + C_2 \exp\{i[\kappa_2^x x - \kappa_2^z z]\}, \\ \Phi_3 &= D_1 \exp\{i[\kappa_3^x x + \kappa_3^z z]\} + D_2 \exp\{i[\kappa_3^x x - \kappa_3^z z]\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\kappa_m^x{}^2 + \kappa_m^z{}^2 = \kappa_m^2, \quad m = 1, 2, 3,$$

где κ_m^x и κ_m^z – проекции волнового вектора $\mathbf{\kappa}_m$ на оси x и z соответственно. Согласно закону Снеллиуса $\kappa_1^x = \kappa_2^x = \kappa_3^x = k_{21}^x$.

Распространение термоупругих волн в покрытии описывается уравнениями линейной связанной динамической задачи термоупругости неоднородного изотропного тела [30], которая состоит из уравнений движения сплошной среды

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} = -\rho\omega^2 u_x, \quad \frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} = -\rho\omega^2 u_z \quad (6)$$

и уравнения притока тепла

$$\lambda_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \lambda'_T \frac{\partial T}{\partial z} + i\omega T_0 (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \operatorname{div} \mathbf{u} = -i\omega c_\varepsilon T, \quad (7)$$

записанных для установившегося режима движения. Компоненты тензора напряжений σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} связаны с компонентами тензора деформаций ε_{xx} , ε_{xz} , ε_{zz} и изменением температуры T возмущенного покрытия соотношениями Дюгамеля – Неймана [30]

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2\mu\varepsilon_{xx} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T, \quad \sigma_{xz} = 2\mu\varepsilon_{xz}, \\ \sigma_{zz} &= 2\mu\varepsilon_{zz} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T, \\ \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь u_x , u_z – проекции вектора смещения \mathbf{u} на оси x и z соответственно; div – известный оператор теории поля. Штрихом обозначена производная по координате z .

Согласно закону Снеллиуса зависимость составляющих вектора смещения и приращения температуры от координаты x будет иметь вид $\exp(ik_{21}^x x)$. Поэтому функции u_x , u_z и T будем искать в виде

$$\begin{aligned} u_x(x, z) &= U_1(z) \exp(ik_{21}^x x), \quad u_z(x, z) = U_3(z) \exp(ik_{21}^x x), \\ T(x, z) &= \Theta(z) \exp(ik_{21}^x x). \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя выражения (8) и (9) в уравнения (6), (7), получим систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно неизвестных функций $U_1(z)$, $U_3(z)$, $\Theta(z)$

$$A\mathbf{F}'' + B\mathbf{F}' + C\mathbf{F} = 0, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= (U_1, U_3, \Theta)^T, \\ A &= \operatorname{diag}\{a_{11}, a_{22}, a_{33}\}, \quad B = \|b_{mn}\|, \quad C = \|c_{mn}\|; \quad m, n = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_{11} &= \mu, \quad a_{22} = \lambda + 2\mu, \quad a_{33} = \lambda_T, \\ b_{11} &= \mu', \quad b_{12} = b_{21} = ik_{21}^x (\lambda + \mu), \quad b_{13} = b_{31} = c_{32} = 0, \\ b_{22} &= \lambda' + 2\mu', \quad b_{23} = -(3\lambda + 2\mu)\alpha_T, \quad b_{32} = i\omega T_0 (3\lambda + 2\mu)\alpha_T, \quad b_{33} = \lambda'_T, \\ c_{11} &= \rho\omega^2 - k_{21}^{x2} (\lambda + 2\mu), \quad c_{12} = ik_{21}^x \mu', \quad c_{13} = -ik_{21}^x (3\lambda + 2\mu)\alpha_T, \\ c_{21} &= ik_{21}^x \lambda', \quad c_{22} = \rho\omega^2 - k_{21}^{x2} \mu, \quad c_{23} = -(3\lambda + 2\mu)' \alpha_T - (3\lambda + 2\mu)\alpha'_T, \\ c_{31} &= -k_{21}^x \omega T_0 (3\lambda + 2\mu)\alpha_T, \quad c_{33} = i\omega c_\varepsilon - k_{21}^{x2} \lambda_T. \end{aligned}$$

Неизвестные коэффициенты V_s, W_s, B_s, C_s, D_s ($s=1,2$) в выражениях (1) и (5) определяется из граничных условий.

На соприкасающихся с жидкостями поверхностях термоупругого тела, граничные условия заключаются в равенстве нормальных скоростей частиц термоупругой среды и жидкости, отсутствии на этих поверхностях касательных напряжений, равенстве на них нормального напряжения и акустического давления, в непрерывности акустической температуры и теплового потока на этих поверхностях:

$$\begin{aligned} z=0: & -i\omega u_z^{(0)} = v_{1N}, \sigma_{xz}^{(0)} = 0, \sigma_{zz}^{(0)} = -p_1, \\ & T^{(0)} = T_1, \lambda_T^0 \frac{\partial T^{(0)}}{\partial z} = \lambda_1^T \frac{\partial T_1}{\partial z}, \\ z=-(H+h): & -i\omega u_z = v_{2N}, \sigma_{xz} = 0, \sigma_{zz} = -p_2, \\ & T = T_2, \lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_2^T \frac{\partial T_2}{\partial z}. \end{aligned}$$

На поверхности, разделяющей пластину и покрытие, должны быть непрерывны составляющие вектора смещения частиц термоупругих сред, тангенциальные и нормальные напряжения, температура и тепловой поток:

$$\begin{aligned} z=-H: & u_x^{(0)} = u_x, u_z^{(0)} = u_z, \sigma_{xz}^{(0)} = \sigma_{xz}, \sigma_{zz}^{(0)} = \sigma_{zz}, \\ & T^{(0)} = T, \lambda_T^0 \frac{\partial T^{(0)}}{\partial z} = \lambda_T \frac{\partial T}{\partial z}. \end{aligned}$$

Нормальные компоненты скоростей частиц жидкости v_{rN} , акустические давления p_r и акустические температуры T_r определяются выражениями

$$\begin{aligned} v_{rN} &= \frac{\partial(\Psi_{r1} + \Psi_{r2})}{\partial z}, p_r = i\omega\rho_r(\Psi_{r1} + \Psi_{r2}), \\ T_r &= \frac{i}{\alpha_r} \left[\frac{\omega\gamma_r}{c_r^2}(\Psi_{r1} + \Psi_{r2}) + \frac{1}{\omega} \Delta(\Psi_{r1} + \Psi_{r2}) \right]; r=1,2, \end{aligned}$$

где Δ – оператор Лапласа. Соотношения для компонентов тензора напряжений $\sigma_{\tau k}^{(0)}$ имеют вид (8), где непрерывные функции для физико-механических характеристик материала покрытия следует заменить константами, описывающими материальные параметры пластины. При этом

$$T^{(0)} = \frac{\lambda^{(0)} + 2\mu^{(0)}}{(3\lambda^{(0)} + 2\mu^{(0)})\alpha_T^{(0)}} \left[k_l^2(\Phi_1 + \Phi_2) + \Delta(\Phi_1 + \Phi_2) \right].$$

На основании представлений (2) и (4) компоненты $u_x^{(0)}$ и $u_z^{(0)}$ принимают вид

$$u_x^{(0)} = \frac{\partial(\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial x} - \frac{\partial\Phi_3}{\partial z}, \quad u_z^{(0)} = \frac{\partial(\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial z} + \frac{\partial\Phi_3}{\partial x}.$$

С помощью всех граничных условий получаем краевые условия, которым должно удовлетворять решение системы дифференциальных уравнений (10):

$$\begin{aligned} z = -(H + h): \mathbf{A}\mathbf{F}' + \left\{ D^{(3)} - E^{(3)} \left(A^{(3)-1} B^{(3)} \right) \right\} \mathbf{F} = \\ = E^{(3)} A^{(3)-1} \mathbf{f}^{(3)} + \mathbf{g}^{(3)}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} z = -H: \left\{ C^{(1)} - D^{(1)} \left(A^{(1)-1} B^{(1)} \right) \right\} \left(A^{(2)-1} B^{(2)} \right) \mathbf{F}' + \\ + \left\{ C^{(1)} - D^{(1)} \left(A^{(1)-1} B^{(1)} \right) \right\} \left(A^{(2)-1} C^{(2)} \right) \mathbf{F} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

и выражения для коэффициентов V_s, W_s, B_s, C_s, D_s ($s = 1, 2$):

$$\begin{aligned} z = -H: \mathbf{K} = A^{(2)-1} B^{(2)} \mathbf{F}' + A^{(2)-1} C^{(2)} \mathbf{F}, \\ \mathbf{W} = A^{(1)-1} B^{(1)} \mathbf{K}, \\ z = -(H + h): \mathbf{V} = A^{(3)-1} B^{(3)} \mathbf{F} + A^{(3)-1} \mathbf{f}^{(3)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{(3)} = \left(k_{21}^z A_0, \xi_{21} A_0 \right)^T, \quad \mathbf{g}^{(3)} = \left(0, -i\omega \rho_2 A_0, i\lambda_2^T \xi_{21} k_{21}^z A_0 \right)^T, \\ \mathbf{K} = (B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2)^T, \quad \mathbf{W} = (W_1, W_2)^T, \quad \mathbf{V} = (V_1, V_2)^T, \\ A^{(1)} = \left\| a_{js}^{(1)} \right\|, \quad j, s = 1, 2; \quad B^{(1)} = \left\| b_{jk}^{(1)} \right\|, \quad k = 1, 2, \dots, 6; \quad C^{(1)} = \left\| c_{mk}^{(1)} \right\|, \quad m = 1, 2, 3; \\ D^{(1)} = \left\| d_{ms}^{(1)} \right\|; \quad A^{(2)} = \left\| a_{\tau k}^{(2)} \right\|, \quad \tau = 1, 2, \dots, 6; \quad B^{(2)} = \left\| b_{\tau m}^{(2)} \right\|; \quad C^{(2)} = \left\| c_{\tau m}^{(2)} \right\|; \\ A^{(3)} = \left\| a_{js}^{(3)} \right\|; \quad B^{(3)} = \left\| b_{jm}^{(3)} \right\|; \quad D^{(3)} = \left\| d_{mn}^{(3)} \right\|, \quad n = 1, 2, 3; \quad E^{(3)} = \left\| e_{ms}^{(3)} \right\|. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_{11}^{(1)} = ik_{11}^z, \quad a_{12}^{(1)} = ik_{22}^z, \quad a_{21}^{(1)} = \xi_{11}, \quad a_{22}^{(1)} = \xi_{12}, \\ b_{11}^{(1)} = \omega \kappa_1^z, \quad b_{12}^{(1)} = -\omega \kappa_1^z, \quad b_{13}^{(1)} = \omega \kappa_2^z, \quad b_{14}^{(1)} = -\omega \kappa_2^z, \quad b_{15}^{(1)} = b_{16}^{(1)} = \omega k_{21}^x, \\ b_{21}^{(1)} = b_{22}^{(1)} = \beta \left(k_l^2 - \kappa_1^2 \right), \quad b_{23}^{(1)} = b_{24}^{(1)} = \beta \left(k_l^2 - \kappa_2^2 \right), \quad b_{25}^{(1)} = b_{26}^{(1)} = 0, \\ c_{11}^{(1)} = -2\mu^0 k_{21}^x \kappa_1^z, \quad c_{12}^{(1)} = 2\mu^0 k_{21}^x \kappa_1^z, \quad c_{13}^{(1)} = -2\mu^0 k_{21}^x \kappa_2^z, \\ c_{14}^{(1)} = 2\mu^0 k_{21}^x \kappa_2^z, \quad c_{15}^{(1)} = c_{16}^{(1)} = \mu^0 \left(\kappa_3^z{}^2 - k_{21}^x{}^2 \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_{21}^{(1)} &= c_{22}^{(1)} = \alpha_1 - 2\mu^0 \kappa_1^z{}^2, & c_{23}^{(1)} &= c_{24}^{(1)} = \alpha_2 - 2\mu^0 \kappa_2^z{}^2, \\
 c_{25}^{(1)} &= -2\mu^0 k_{21}^x \kappa_3^z, & c_{26}^{(1)} &= 2\mu^0 k_{21}^x \kappa_3^z, \\
 c_{31}^{(1)} &= \lambda_T^0 \beta (k_l^2 - \kappa_1^2) \kappa_1^z, & c_{32}^{(1)} &= -\lambda_T^0 \beta (k_l^2 - \kappa_1^2) \kappa_1^z, \\
 c_{33}^{(1)} &= \lambda_T^0 \beta (k_l^2 - \kappa_2^2) \kappa_2^z, & c_{34}^{(1)} &= -\lambda_T^0 \beta (k_l^2 - \kappa_2^2) \kappa_2^z, & c_{35}^{(1)} &= c_{36}^{(1)} = 0, \\
 d_{11}^{(1)} &= d_{12}^{(1)} = 0, & d_{21}^{(1)} &= d_{22}^{(1)} = -i\omega \rho_1, & d_{31}^{(1)} &= \lambda_1^T \xi_{11} k_{11}^z, & d_{32}^{(1)} &= \lambda_1^T \xi_{12} k_{12}^z, \\
 a_{11}^{(2)} &= ik_{21}^x e^{-i\kappa_1^z H}, & a_{12}^{(2)} &= ik_{21}^x e^{i\kappa_1^z H}, & a_{13}^{(2)} &= ik_{21}^x e^{-i\kappa_2^z H}, & a_{14}^{(2)} &= ik_{21}^x e^{i\kappa_2^z H}, \\
 a_{15}^{(2)} &= -i\kappa_3^z e^{-i\kappa_3^z H}, & a_{16}^{(2)} &= i\kappa_3^z e^{i\kappa_3^z H}, \\
 a_{21}^{(2)} &= i\kappa_1^z e^{-i\kappa_1^z H}, & a_{22}^{(2)} &= -i\kappa_1^z e^{i\kappa_1^z H}, & a_{23}^{(2)} &= i\kappa_2^z e^{-i\kappa_2^z H}, & a_{24}^{(2)} &= -i\kappa_2^z e^{i\kappa_2^z H}, \\
 a_{25}^{(2)} &= ik_{21}^x e^{-i\kappa_3^z H}, & a_{26}^{(2)} &= ik_{21}^x e^{i\kappa_3^z H}, \\
 a_{31}^{(2)} &= -2\mu^0 k_{21}^x \kappa_1^z e^{-i\kappa_1^z H}, & a_{32}^{(2)} &= 2\mu^0 k_{21}^x \kappa_1^z e^{i\kappa_1^z H}, & a_{33}^{(2)} &= -2\mu^0 k_{21}^x \kappa_2^z e^{-i\kappa_2^z H}, \\
 a_{34}^{(2)} &= 2\mu^0 k_{21}^x \kappa_2^z e^{i\kappa_2^z H}, \\
 a_{35}^{(2)} &= \mu^0 \left(\kappa_3^z{}^2 - k_{21}^x{}^2 \right) e^{-i\kappa_3^z H}, & a_{36}^{(2)} &= \mu^0 \left(\kappa_3^z{}^2 - k_{21}^x{}^2 \right) e^{i\kappa_3^z H}, \\
 a_{41}^{(2)} &= \left(\alpha_1 - 2\mu^0 \kappa_1^z{}^2 \right) e^{-i\kappa_1^z H}, & a_{42}^{(2)} &= \left(\alpha_1 - 2\mu^0 \kappa_1^z{}^2 \right) e^{i\kappa_1^z H}, \\
 a_{43}^{(2)} &= \left(\alpha_2 - 2\mu^0 \kappa_2^z{}^2 \right) e^{-i\kappa_2^z H}, & a_{44}^{(2)} &= \left(\alpha_2 - 2\mu^0 \kappa_2^z{}^2 \right) e^{i\kappa_2^z H}, \\
 a_{45}^{(2)} &= -2\mu^0 k_{21}^x \kappa_3^z e^{-i\kappa_3^z H}, & a_{46}^{(2)} &= 2\mu^0 k_{21}^x \kappa_3^z e^{i\kappa_3^z H}, \\
 b_{11}^{(2)} &= b_{12}^{(2)} = b_{13}^{(2)} = b_{21}^{(2)} = b_{22}^{(2)} = b_{23}^{(2)} = b_{32}^{(2)} = b_{33}^{(2)} = \\
 &= b_{41}^{(2)} = b_{43}^{(2)} = b_{51}^{(2)} = b_{52}^{(2)} = b_{53}^{(2)} = b_{61}^{(2)} = b_{62}^{(2)} = 0, \\
 b_{31}^{(2)} &= \mu, & b_{42}^{(2)} &= \lambda + 2\mu, & b_{63}^{(2)} &= \lambda_T, \\
 c_{11}^{(2)} &= c_{22}^{(2)} = c_{53}^{(2)} = 1, & c_{12}^{(2)} &= c_{13}^{(2)} = c_{21}^{(2)} = c_{23}^{(2)} = c_{31}^{(2)} = c_{33}^{(2)} = \\
 &= c_{42}^{(2)} = c_{51}^{(2)} = c_{52}^{(2)} = c_{61}^{(2)} = c_{62}^{(2)} = c_{63}^{(2)} = 0, \\
 c_{32}^{(2)} &= ik_{21}^x \mu, & c_{41}^{(2)} &= ik_{21}^x \lambda, & c_{43}^{(2)} &= -(3\lambda + 2\mu)\alpha_T, \\
 a_{11}^{(3)} &= k_{21}^z, & a_{12}^{(3)} &= k_{22}^z, & a_{21}^{(3)} &= \xi_{21}, & a_{22}^{(3)} &= \xi_{22}, \\
 b_{11}^{(3)} &= b_{13}^{(3)} = b_{21}^{(3)} = b_{22}^{(3)} = 0, & b_{12}^{(3)} &= \omega, & b_{23}^{(3)} &= 1,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{11}^{(3)} &= d_{13}^{(3)} = d_{22}^{(3)} = d_{31}^{(3)} = d_{32}^{(3)} = d_{33}^{(3)} = 0, \\
 d_{12}^{(3)} &= ik_{21}^x \mu, \quad d_{21}^{(3)} = ik_{21}^x \lambda, \quad d_{23}^{(3)} = -(3\lambda + 2\mu)\alpha_T, \\
 e_{11}^{(3)} &= e_{12}^{(3)} = 0, \quad e_{21}^{(3)} = e_{22}^{(3)} = -i\omega\rho_2, \\
 e_{31}^{(3)} &= -i\lambda_2^T \xi_{21} k_{21}^z, \quad e_{32}^{(3)} = -i\lambda_2^T \xi_{22} k_{22}^z, \\
 \beta &= \frac{\lambda^0 + 2\mu^0}{(3\lambda^0 + 2\mu^0)\alpha_T^0},
 \end{aligned}$$

$$\xi_{rs} = \frac{i}{\alpha_r^T} \left(\frac{\omega\gamma_r}{c_r^2} - \frac{k_{rs}^2}{\omega} \right), \quad \alpha_s = 2\mu^0 \kappa_s^2 - (\lambda^0 + 2\mu^0) k_l^2; \quad r, s = 1, 2.$$

Решив краевую задачу (10) – (12) каким либо методом (см., например, [24]) и вычислив по формуле (13) значение коэффициента V_1 , получим возможность исследовать отраженное пластиной с покрытием акустическое поле.

2. Постановка и решение обратной задачи. На основе решения прямой задачи, определим такие законы неоднородности материала покрытия, для которых будем иметь наименьшее усредненное значение интенсивности звукоотражения в заданном диапазоне частот $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$ при фиксированном угле падения волны θ , равном θ_* , а также в заданном секторе углов падения $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$ при фиксированной частоте ω_* .

Будем считать, что функции $\rho(z)$, $\lambda(z)$, $\mu(z)$, $\alpha_T(z)$, $\lambda_T(z)$, $c_\varepsilon(z)$ аппроксимированы многочленами второй степени относительно переменной z , то есть будем рассматривать следующие параболические законы неоднородности термоупругого материала покрытия:

$$\begin{aligned}
 \rho(z) &= \rho^1 \rho^*(z), \quad \lambda(z) = \lambda^1 \lambda^*(z), \quad \mu(z) = \mu^1 \mu^*(z), \\
 \alpha_T(z) &= \alpha_T^1 \alpha_T^*(z), \quad \lambda_T(z) = \lambda_T^1 \lambda_T^*(z), \quad c_\varepsilon(z) = c_\varepsilon^1 c_\varepsilon^*(z),
 \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned}
 \rho^*(z) &= \rho^{(0)} + \rho^{(1)}z + \rho^{(2)}z^2, \quad \lambda^*(z) = \lambda^{(0)} + \lambda^{(1)}z + \lambda^{(2)}z^2, \\
 \mu^*(z) &= \mu^{(0)} + \mu^{(1)}z + \mu^{(2)}z^2, \quad \alpha_T^*(z) = \alpha_T^{(0)} + \alpha_T^{(1)}z + \alpha_T^{(2)}z^2, \\
 \lambda_T^*(z) &= \lambda_T^{(0)} + \lambda_T^{(1)}z + \lambda_T^{(2)}z^2, \quad c_\varepsilon^*(z) = c_\varepsilon^{(0)} + c_\varepsilon^{(1)}z + c_\varepsilon^{(2)}z^2,
 \end{aligned} \tag{15}$$

ρ^1 , λ^1 , μ^1 , α_T^1 , λ_T^1 , c_ε^1 – характерные величины физико-механических свойств материала покрытия.

Построим функционалы F_1 и F_2 вида

$$F_1[\rho, \lambda, \mu, \alpha_T, \lambda_T, c_\varepsilon] = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{V_1(\omega, \theta_*)}{A_0} \right|^2 d\omega, \tag{16}$$

$$F_2[\rho, \lambda, \mu, \alpha_T, \lambda_T, c_\varepsilon] = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left| \frac{V_1(\omega^*, \theta)}{A_0} \right|^2 d\theta, \quad (17)$$

определенные на классе параболических функций $\rho(z)$, $\lambda(z)$, $\mu(z)$, $\alpha_T(z)$, $\lambda_T(z)$, $c_\varepsilon(z)$ и выражающие усредненные интенсивности отражения звука в заданных диапазоне частот и секторе углов падения соответственно.

Для каждого функционала найдем такие значения коэффициентов $\rho^{(k)}$, $\lambda^{(k)}$, $\mu^{(k)}$, $\alpha_T^{(k)}$, $\lambda_T^{(k)}$, $c_\varepsilon^{(k)}$ ($k=0,1,2$) функций (14), при которых он достигает минимального значения.

Для функций (15), определенных на отрезке $[-(H+h), -H]$, введем ограничения

$$\begin{aligned} \zeta_1^0 \leq \rho^*(z) \leq \zeta_1^1, \quad \zeta_2^0 \leq \lambda^*(z) \leq \zeta_2^1, \quad \zeta_3^0 \leq \mu^*(z) \leq \zeta_3^1, \\ \zeta_4^0 \leq \alpha_T^*(z) \leq \zeta_4^1, \quad \zeta_5^0 \leq \lambda_T^*(z) \leq \zeta_5^1, \quad \zeta_6^0 \leq c_\varepsilon^*(z) \leq \zeta_6^1, \end{aligned} \quad (18)$$

где ζ_r^j ($j=0,1; r=1,2,\dots,6$) – некоторые положительные константы.

Геометрически каждое из неравенств (18) вида $b^0 \leq f(z) \leq b^1$, где

$$f(z) = a^{(0)} + a^{(1)}z + a^{(2)}z^2, \quad (19)$$

задает в прямоугольной системе координат с осью абсцисс z и осью ординат f бесконечное множество кривых, лежащих в прямоугольной области

$$\Omega(a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)}) = \{(z, f) : -(H+h) \leq z \leq -H, b^0 \leq f \leq b^1\},$$

показанной на рис. 2. Здесь под тройкой коэффициентов $(a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)})$ подразумеваем каждую из троек $(\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)})$, $(\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)})$, $(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)})$, $(\alpha_T^{(0)}, \alpha_T^{(1)}, \alpha_T^{(2)})$, $(\lambda_T^{(0)}, \lambda_T^{(1)}, \lambda_T^{(2)})$, $(c_\varepsilon^{(0)}, c_\varepsilon^{(1)}, c_\varepsilon^{(2)})$, а под b^0 и b^1 – соответствующие границы.

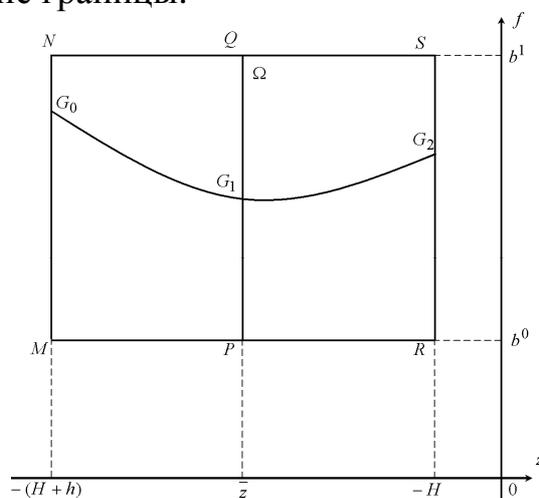


Рис. 2. Область Ω

В области Ω каждая парабола $f(z)$ единственным образом определяется тремя точками $G_0(-H-h, f_0)$, $G_1(\bar{z}, f_1)$, $G_2(-H, f_2)$, где $\bar{z} = -(H+h/2)$, $f_q \in [b^0, b^1]$ ($q=0,1,2$).

Подставляя координаты точек G_0 , G_1 , G_2 в выражение (19), приходим к системе трех линейных уравнений. Решая полученную систему относительно коэффициентов $a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)}$, находим

$$\mathbf{a} = R^{-1}\mathbf{f}, \quad (20)$$

где

$$\mathbf{a} = (a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)})^T, \quad \mathbf{f} = (f_0, f_1, f_2)^T, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & -(H+h) & (H+h)^2 \\ 1 & \bar{z} & \bar{z}^2 \\ 1 & -H & H^2 \end{pmatrix}.$$

Выбирая из отрезка $[b^0, b^1]$ значения для ординат f_0, f_1, f_2 и вычисляя с помощью соотношений (20) значения коэффициентов $a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)}$, получаем параболические (линейные при $a^{(2)} = 0$) законы неоднородности материала покрытия. При этом не все параболические законы подлежат рассмотрению. Если выполняется условие

$$-(H+h) \leq -\frac{a^{(1)}}{2a^{(2)}} \leq -H, \quad (21)$$

то это означает, что абсцисса вершины параболы принадлежит отрезку $[-(H+h), -H]$. В этом случае параболу следует рассматривать только тогда, когда ордината ее вершины принадлежит отрезку $[b^0, b^1]$, то есть когда выполняется условие

$$b^0 \leq a^{(0)} - \frac{a^{(1)^2}{4a^{(2)}} \leq b^1. \quad (22)$$

Нахождение значений неизвестных параметров $\rho^{(k)}$, $\lambda^{(k)}$, $\mu^{(k)}$, $\alpha_T^{(k)}$, $\lambda_T^{(k)}$, $c_\varepsilon^{(k)}$ ($k=0,1,2$) функций (15), удовлетворяющих условиям (18) и минимизирующих функцию восемнадцати переменных

$$F_m(\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}, \lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \mu^{(0)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \alpha_T^{(0)}, \alpha_T^{(1)}, \alpha_T^{(2)}, \lambda_T^{(0)}, \lambda_T^{(1)}, \lambda_T^{(2)}, c_\varepsilon^{(0)}, c_\varepsilon^{(1)}, c_\varepsilon^{(2)}) \rightarrow \min (m=1,2), \quad (23)$$

осуществим с помощью следующего алгоритма.

Разобьем отрезки MN , PQ и RS в области Ω соответственно на n_0 , n_1 и n_2 равных частей, то есть на отрезке $[b^0, b^1]$ построим три равномерные сетки с узлами

$$f_q^{(l_q)} = b^0 + l_q h_q \quad (q = 0, 1, 2). \quad (24)$$

Здесь $l_q = 0, 1, \dots, n_q$ – номер узла, $h_q = (b^1 - b^0) / n_q$ – шаг q -ой сетки.

Используя выражения (20) и условия (21), (22), рассчитаем тройки коэффициентов $a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)}$, которые определяют зависимости (19) для законов неоднородности материала покрытия.

Введем сетки (24) для каждой из шести областей

$$\Omega(\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}), \Omega(\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}), \Omega(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}), \Omega(\alpha_T^{(0)}, \alpha_T^{(1)}, \alpha_T^{(2)}), \\ \Omega(\lambda_T^{(0)}, \lambda_T^{(1)}, \lambda_T^{(2)}), \Omega(c_\varepsilon^{(0)}, c_\varepsilon^{(1)}, c_\varepsilon^{(2)}).$$

На этих сетках получаем наборы значений коэффициентов

$$(\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}), (\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}), (\mu^{(0)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}), (\alpha_T^{(0)}, \alpha_T^{(1)}, \alpha_T^{(2)}), \\ (\lambda_T^{(0)}, \lambda_T^{(1)}, \lambda_T^{(2)}), (c_\varepsilon^{(0)}, c_\varepsilon^{(1)}, c_\varepsilon^{(2)}).$$

Нахождение оптимального набора параметров $\rho^{(k)}, \lambda^{(k)}, \mu^{(k)}, \alpha_T^{(k)}, \lambda_T^{(k)}, c_\varepsilon^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2$), доставляющих минимум функции многих переменных (23), осуществляется методом перебора. При этом перебирались не сами параметры $\rho^{(k)}, \lambda^{(k)}, \mu^{(k)}, \alpha_T^{(k)}, \lambda_T^{(k)}, c_\varepsilon^{(k)}$, а соответствующие им упорядоченные наборы величин f_0, f_1, f_2 , присутствующих в выражениях (20). Каждый такой набор представляет собой совокупность восемнадцати значений

$$\mathbf{f}^0 = (f_{0\rho}, f_{1\rho}, f_{2\rho}, f_{0\lambda}, f_{1\lambda}, f_{2\lambda}, f_{0\mu}, f_{1\mu}, f_{2\mu}, \\ f_{0\alpha_T}, f_{1\alpha_T}, f_{2\alpha_T}, f_{0\lambda_T}, f_{1\lambda_T}, f_{2\lambda_T}, f_{0c_\varepsilon}, f_{1c_\varepsilon}, f_{2c_\varepsilon})$$

из множества допустимых дискретных сочетаний на введенной сетке. Здесь дополнительный индекс указывает на принадлежность величин f_0, f_1, f_2 к соответствующему параметру. Интегралы (16) и (17) вычисляются численно. По окончании процедуры перебора получаем значение минимума функции F_m и соответствующий набор \mathbf{f}^0 , по которому с помощью формул (20) вычисляются искомые материальные параметры $\rho^{(k)}, \lambda^{(k)}, \mu^{(k)}, \alpha_T^{(k)}, \lambda_T^{(k)}, c_\varepsilon^{(k)}$. Заметим, что поскольку в

общем случае функция F_m не является унимодальной, то наборов материальных параметров, соответствующих ее минимальному значению может быть найдено несколько. Кроме того, получаемое таким образом оптимальное решение является приближенным, точность которого зависит от выбора шага сетки h_q .

3. Результаты расчетов. Были проведены расчеты параметров законов неоднородности покрытия термоупругой пластины, обеспечивающих наименьшее звукоотражение в частотном диапазоне, который определялся изменением волнового размера пластины в интервале $5 \leq k_{21}H \leq 10$. Полагали, что плоская звуковая волна единичной амплитуды падает под углом $\theta_* = 25^\circ$. Пластина с покрытием находится в воде ($\rho_1 = \rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $c_1 = c_2 = 1485 \text{ м/с}$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.006$, $\chi_1^T = \chi_2^T = 1.43 \times 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $\alpha_1^T = \alpha_2^T = 2.1 \times 10^{-4} \text{ 1/К}$, $\lambda_1^T = \lambda_2^T = 0.59 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $T_0 = 293 \text{ К}$). Рассматривалась однородная алюминиевая пластина толщиной $H = 0.05 \text{ м}$ с неоднородным покрытием толщиной $h = 0.005 \text{ м}$ из материала с характерными физико-механическими характеристиками полимера (поливинилбутираль). Значения материальных констант пластины и покрытия приведены в табл. 1.

Таблица 1

Материальные константы

Материал	ρ^j , кг/м ³	λ^j , Н/м ²	μ^j , Н/м ²	α_T^j , 1/К	λ_T^j , Вт/(м·К)	c_ε^j , Дж/(м ³ ·К)
Алюминий ($j = 0$)	2700	5.3×10^{10}	2.6×10^{10}	25.5×10^{-6}	236	2.3×10^6
Полимер ($j = 1$)	1070	3.9×10^9	9.8×10^8	2.3×10^{-4}	0.2	1.2×10^6

При расчетах полагали, что $\zeta_r^0 = 0.5$, $\zeta_r^1 = 1.5$ ($r = 1, 2, \dots, 6$). Такие значения границ неравенств (18) обеспечивают достаточно широкий диапазон изменения функций $\rho(z)$, $\lambda(z)$, $\mu(z)$, $\alpha_T(z)$, $\lambda_T(z)$, $c_\varepsilon(z)$, когда максимально возможные значения функций больше минимально допустимых значений в три раза.

В табл.2 представлены результаты расчетов искомых параметров. При этом в каждой из шести областей

$$\Omega(\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}), \Omega(\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}), \Omega(\mu^{(0)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}), \\ \Omega(\alpha_T^{(0)}, \alpha_T^{(1)}, \alpha_T^{(2)}), \Omega(\lambda_T^{(0)}, \lambda_T^{(1)}, \lambda_T^{(2)}), \Omega(c_\varepsilon^{(0)}, c_\varepsilon^{(1)}, c_\varepsilon^{(2)})$$

введены сетки (24) с одинаковыми шагами $h_0 = h_1 = h_2 = 0.5$. Рассчитанные на этих сетках тройки коэффициентов определяют в каждой из областей все допустимые функции (15) для законов неоднородности материала покрытия, показанные на рис. 3. Из этих законов выбирались те, которым соответствует минимальное значение F_1 . Минимальному значению F_1 , равному 0.698, соответствует покрытие со следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \rho(z) &= 1.5, \lambda(z) = -9.5 - 200z, \mu(z) = -219.5 - 8400z - 80000z^2, \\ \alpha_T(z) &= -219.5 - 8400z - 80000z^2, \lambda_T(z) = 11.5 + 200z, \\ c_\varepsilon(z) &= 116.5 + 4300z + 40000z^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Таблица 2

Значения оптимальных параметров

$\rho^{(0)}$	$\rho^{(1)}$	$\rho^{(2)}$	$\lambda^{(0)}$	$\lambda^{(1)}$	$\lambda^{(2)}$
1.5	0	0	-9.5	-200	0
$\mu^{(0)}$	$\mu^{(1)}$	$\mu^{(2)}$	$\alpha_T^{(0)}$	$\alpha_T^{(1)}$	$\alpha_T^{(2)}$
-219.5	-8400	-80000	-219.5	-8400	-80000
$\lambda_T^{(0)}$	$\lambda_T^{(1)}$	$\lambda_T^{(2)}$	$c_\varepsilon^{(0)}$	$c_\varepsilon^{(1)}$	$c_\varepsilon^{(2)}$
11.5	200	0	116.5	4300	40000

Для сравнения было рассчитано значение величины F_1 для термоупругой пластины без покрытия, которое оказалось равным 0,854. В заданном диапазоне частот неоднородное термоупругое покрытие с оптимальными свойствами (25) уменьшает среднее значение интенсивности звукоотражения на 18 %.

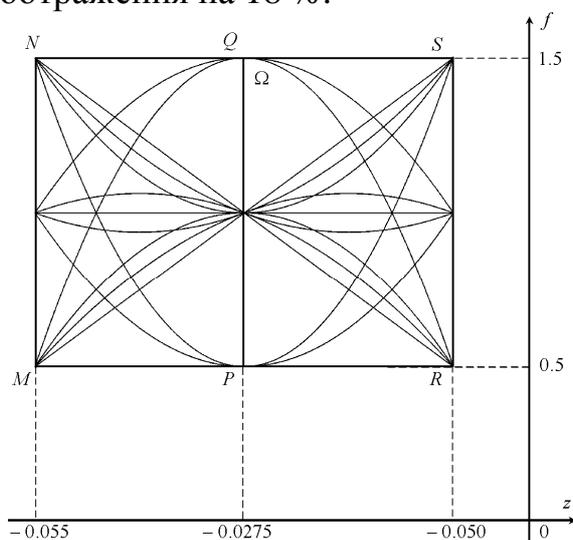


Рис. 3. Допустимые зависимости $f(z)$

Для оценки влияния на отражающую способность термоупругой пластины ее неоднородного покрытия в каждой точке рассматриваемого частотного диапазона на рис. 4 представлены результаты компьютерных расчетов величины $|V_1/A_0|^2$ в зависимости от волнового числа при $5 \leq k_{21}H \leq 10$. Сплошная линия соответствует термоупругой пластине без покрытия, штриховая – термоупругой пластине, оснащенной покрытием со свойствами (25). Для сравнения штрихпунктирной и пунктирной линиями соответственно для пластины с оптимальным покрытием и для непокрытой пластины нанесены кривые, рассчитанные при изотермическом процессе [7].

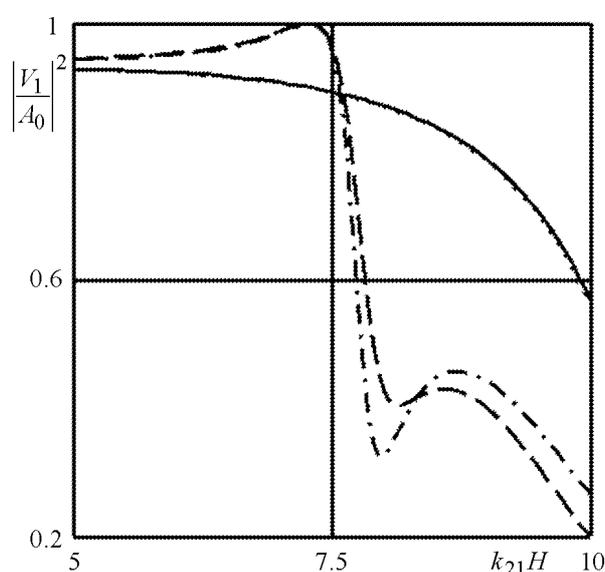


Рис. 4. Частотные зависимости

Видно, что во всей первой половине исследуемого интервала изменения безразмерной частоты наличие покрытия у пластины приводит к увеличению звукоотражения. Во второй половине этого интервала, за исключением его небольшого начального участка, с помощью покрытия удастся существенно снизить интенсивность звукоотражения пластины. Сравнение графиков для непокрытых пластин показывает слабое проявление термоупругости в металле. Учет термоупругости в металлической пластине с тонким полимерным покрытием приводит к уже заметному отличию звукоотражающей частотной характеристики от соответствующей характеристики, рассчитанной при изотермическом процессе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Тульской области (код проекта 16-41-710083) и Министерства образования и науки РФ (государственное задание № 1.1333.2014К).

Список литературы

1. Иванов В.П. Анализ поля дифракции на цилиндре с перфорированным покрытием // *Акустический журнал*. 2006. Т. 52. № 6. С. 791–798.
2. Бобровницкий Ю.И. Импедансная теория рассеяния звука: общие соотношения // *Акустический журнал*. 2006. Т. 52. № 5. С. 601–606.
3. Бобровницкий Ю.И. Импедансная теория поглощения звука: наилучший поглотитель и черное тело // *Акустический журнал*. 2006. Т. 52. № 6. С. 742–752.
4. Бобровницкий Ю.И. Теория новых поглощающих и нерассеивающих покрытий повышенной эффективности // *Акустический журнал*. 2007. Т. 53. № 5. С. 613–624.
5. Бобровницкий Ю.И. Нерассеивающее покрытие для цилиндра // *Акустический журнал*. 2008. Т. 54. № 6. С. 879–889.
6. Бобровницкий Ю.И., Морозов К.Д., Томилина Т.М. Периодическая поверхностная структура с экстремальными акустическими свойствами // *Акустический журнал*. 2010. Т. 56. № 2. С. 147–151.
7. Ларин Н.В., Скобельцын С.А., Толоконников Л.А. Моделирование неоднородного покрытия упругой пластины с оптимальными звукоотражающими свойствами // *Прикладная математика и механика*. 2016. Т. 80. Вып. 4. С. 480–488.
8. Романов А.Г., Толоконников Л.А. Рассеяние звуковых волн цилиндром с неоднородным упругим покрытием // *Прикладная математика и механика*. 2011. Т. 75. Вып. 5. С. 850–857.
9. Толоконников Л.А. Рассеяние наклонно падающей плоской звуковой волны упругим цилиндром с неоднородным покрытием // *Известия Тульского государственного университета. Естественные науки*. 2013. Вып. 2. Ч. 2. С. 265–274.
10. Толоконников Л.А. Дифракция цилиндрических звуковых волн на цилиндре с неоднородным упругим покрытием // *Известия Тульского государственного университета. Естественные науки*. 2013. Вып. 3. С. 202–208.
11. Иванов В.И., Скобельцын С.А. Влияние неоднородного покрытия на прохождение звука через упругую оболочку // *Известия Тульского государственного университета. Естественные науки*. 2013. Вып. 3. С. 179–192.
12. Ларин Н.В. Рассеяние звука упругой цилиндрической оболочкой с неоднородным покрытием и неконцентрической эллиптической полостью // *Известия Тульского государственного университета. Естественные науки*. 2014. Вып. 2. С. 146–163.

13. Толоконников Л.А. Дифракция плоской звуковой волны на упругом шаре с неоднородным покрытием и произвольно расположенной сферической полостью // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2014. Вып. 2. С. 181–193.

14. Толоконников Л.А. Рассеяние плоской звуковой волны упругим шаром с неоднородным покрытием // Прикладная математика и механика. 2014. Т. 78. Вып. 4. С. 519–526.

15. Толоконников Л.А., Родионова Г.А. Дифракция сферической звуковой волны на упругом шаре с неоднородным покрытием // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2014. Вып. 3. С. 131–137.

16. Скобельцын С.А. Рассеяние звуковых волн конечной упругой криволинейной пластиной с неоднородным покрытием и полостью // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2014. Вып. 4. С. 93–101.

17. Толоконников Л.А., Юдачев В.В. Отражение и преломление плоской звуковой волны упругим плоским слоем с неоднородным покрытием // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2015. Вып. 3. С. 219–226.

18. Толоконников Л.А. Дифракция цилиндрических звуковых волн на упругой сфере с неоднородным покрытием // Прикладная математика и механика. 2015. Т. 79. Вып. 5. С. 663–673.

19. Ларин Н.В., Скобельцын С.А., Толоконников Л.А. Об определении линейных законов неоднородности цилиндрического упругого слоя, имеющего наименьшее отражение в заданном направлении при рассеянии звука // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2014. Вып. 4. С. 54–62.

20. Ларин Н.В., Скобельцын С.А., Толоконников Л.А. Определение законов неоднородности плоского упругого слоя с заданными звукоотражающими свойствами // Акустический журнал. 2015. Т. 61. № 5. С. 552–558.

21. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Рассеяние плоской звуковой волны упругим цилиндром с дискретно-слоистым покрытием // Прикладная математика и механика. 2015. Т. 79. Вып. 2. С. 242–250.

22. Ларин Н.В. Рассеяние звука твердым цилиндром с неоднородным термоупругим покрытием // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2015. Вып. 3. С. 154–164.

23. Ларин Н.В. Дифракция сферических звуковых волн на неоднородной термоупругой сферической оболочке // Известия ТулГУ. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2003. Т.9. Вып. 2. С. 115–128.

24. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Прохождение плоской звуковой волны через неоднородный термоупругий слой // Прикладная математика и механика. 2006. Т.70. № 4. С. 650–659.

25. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Дифракция плоской звуковой волны на неоднородном термоупругом цилиндрическом слое, граничащем с невязкими теплопроводными жидкостями // Прикладная математика и механика. 2009. Т.73. № 3. С. 474–483.

26. Ларин Н.В., Толоконников Л.А. Рассеяние звука неоднородным термоупругим сферическим слоем // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74. Вып. 4. С. 645–654.

27. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.

28. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев.: Наук. думка, 1970. 308 с.

29. Ларин Н.В. Прохождение звука через однородный термоупругий плоский слой // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2015. Вып. 3. С. 145–153.

30. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. М.: Наука, 1984. 368 с.

Ларин Николай Владимирович, канд. физ.-мат. наук, доц., Larinaelen@mail.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет

DETERMINATION OF THE INHOMOGENEITY LAWS FOR COATING OF THE THERMOELASTIC PLATE TO OBTAIN MINIMUM SOUND REFLECTION

N.V. Larin

The direct and inverse problems of plane acoustic wave diffraction by a uniform thermoelastic plate with a continuously inhomogeneous coating are solved.

Key words: reflection and transmission of sound waves, uniform thermoelastic plate, non-uniform thermoelastic plane layer, inverse problem of diffraction, inhomogeneity laws.

Larin Nikolay Vladimirovich, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Larinaelen@mail.ru, Russia, Tula, Tula State University