Вестник Омского университета, 2003, №1, с. 28–30.
© Омский государственный университет
УДК 539.173

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ ДЕЛЯЩЕГОСЯ ЯДРА В МАКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ КОНЕЧНЫЙ РАДИУС ЯДЕРНЫХ СИЛ

Е.Г. Рябов, Г.Д. Адеев

Омский государственный университет, кафедра теоретической физики
644077, Омск пр.Мира 55А

Получена 15 декабря 2002 г.

Thermodynamic potentials of fissioning heated nuclei are calculated within a consistent model that taking into account a finite range of nuclear forces and diffuse distribution of nuclear density. The temperature dependence of the parameters of the employed model is obtained by fitting the results of former temperature dependent extented Thomas-Fermi calculations with a finite range mass formula. The results show a rather good quantative agreement the coordinate dependencies of level density parameter and Helmholz free energy with those suggested earlier by Ignatyuk and coworkers.

Хорошо известно [1, 3, 4], что при описании динамики деления возбужденных ядер для определения консервативных сил необходимо использовать вместо потенциальной энергии соответствующий термодинамический потенциал: либо свободную энергию [3], либо энтропию [4]. Выбор того или иного термодинамического потенциала, естественно, определяется вкусом и удобством при проведении вычислений.

Термодинамический потенциал свободной энергии Гельмгольца определяется как $F(\mathbf{q},T) = E(\mathbf{q},T) - TS$ либо (для ядра)

$$F(\mathbf{q},T) = V(\mathbf{q}) - a(\mathbf{q})T^2, \qquad (1)$$

где $V(\mathbf{q})$ — потенциальная энергия ядра при температуре $T = 0$, $a(\mathbf{q})$ — параметр плотности уровней возбужденного ядра. Здесь и далее $\mathbf{q}$ — набор коллективных координат, описывающих форму делящегося ядра. Микроскопические расчеты, проведенные в рамках расширенного температурно зависимого метода Томаса-Ферми [5], показали, что уравнение (1) для свободной энергии F является достаточно точным приближением для $T \leq 4$МэВ. Консервативная сила, действующая на ядро, задается производной свободной энергии по коллективной координате при постоянной температуре.

Таким образом, консервативная сила для нагретой системы состоит из обычной консервативной силы, определяемой градиентом потенциальной энергии, плюс слагаемое, определяемое термодинамическими свойствами системы и входящее в выражение для консервативной силы через параметр плотности уровней $a(\mathbf{q})$.

В последних работах по динамическому моделированию деления, выполненных в стохастическом подходе [6–8], свободная энергия рассчитывалась по уравнению (1), но потенциальная энергия определялась в макроскопической модели, учитывающей конечный радиус действия ядерных сил и диффузное распределение ядерной плотности [9], а параметр плотности уровней, входящий во второе слагаемое, — в модели жидкой капли с резким краем [10].

Координатная зависимость параметра плотности уровней представляется в виде [1, 2]

$$a(\mathbf{q}) = a_v A + a_s A^{2/3} B_s(\mathbf{q}). \qquad (2)$$

В этом уравнении A — массовое число делящегося ядра, безразмерный множитель $B_s(\mathbf{q})$ определяет площадь поверхности деформированного ядра в еденицах поверхности равновеликой сферы. Среди множества наборов параметров a_v и a_s для параметризации зависимости (2) наиболее часто используются два: предложенный Игнатюком с соавторами [2] $a_v = 0.073\text{МэВ}^{-1}$ и $a_s = 0.095\text{МэВ}^{-1}$ и рекомендованный Теке и Святецким [11] $a_v = 0.0685\text{МэВ}^{-1}$ и $a_s = 4a_v$.

Параметризация [2] соответствует минимальному значению $a(\mathbf{q})$ и наиболее слабой его координатной зависимости. Напротив, набор параметров [11] приводит к максимальному значению

$a(\mathbf{q})$ и наиболее сильной его координатной зависимости. Проведенные расчеты в ланжевеновской динамике деления ядер [4, 6–8] показали, что параметры Игнатюка, по-видимому, приводят к лучшему согласию с экспериментальными данными относительно многих наблюдаемых величин, чем набор Теке и Святецкого.

Расчет слагаемых в формуле для свободной энергии (1) в разных макроскопических моделях [9, 10] не обеспечивает один и тот же порядок точности. Поэтому желательно рассчитывать свободную энергию и соответственно консервативную силу в согласованном подходе обеспечивающем один и тот же порядок точности. Это и стало основной целью настоящей работы.

В статье [3] проведено обобщение формулы для масс ядер, учитывающей короткодействие ядерных сил на случай нагретых ядер ($T > 0$) на основании известной зависимости свободной энергии Гиббса (G) от температуры [5].

$$G = G_{vol} + G_{asy} + G_{surf}\, B_s + \\ + G_{curv}\, B'_{curv} + a_0 + G_{Coul}, \qquad (3)$$

где $G_{vol} = a'_v A,\ G_{asy} = JAI^2,\ G_{curv} = a'_c A^{1/3},$

$$G_{surf} = a'_s A^{2/3} - JAI^2 k(1+k)^{-1}, \qquad (4)$$

$$G_{Coul} = c'_1 B_{Coul} Z^2/A^{1/3} + c'_2 Z^2/A, \qquad (5)$$

а $k = 9J/(4QA^{1/3})$.

B_{Curv}, B_s и B_{Coul} — функционалы энергии кривизны, поверхностной и кулоновской энергии ядра для распределения зарядовой плотности ядра с резкой поверхностью соответственно. Явные выражения для них приведены в работе [3].

Было показано [5], что температурная зависимость восьми коэффициентов $a'_v, a'_s, a'_c, c'_1, c'_2, a'_0, J, Q$ в диапазоне температур $T \le 4$МэВ может быть представлена в виде

$$a_i(T) = a_i(0)(1 - x_i T^2). \qquad (6)$$

Расчет соответствующих значений a_i и x_i на основании расширенного температурно-зависимого метода Томаса-Ферми был проделан в [12], там же представлены значения полученных коэффициентов.

В работе [3] жидкокапельный член в формуле для масс ядер задан в виде

$$E_{ld} = -a_v(1 - k_v I^2)A + a_s(1 - k_s I^2)B_1 A^{2/3} + \\ + c_0 A^0 + c_1 \frac{Z^2}{A^{1/3}} B_3 - c_4 \frac{Z^{4/3}}{A^{1/3}}. \qquad (7)$$

Только он зависит от деформации ядра и определяет потенциальную энергию деформации ядра при $T = 0$. Здесь B_1, B_3 – функционалы ядерной и кулоновской энергии с учетом конечного радиуса ядерных сил и диффузного распределения ядерной плотности. Выражения для них приведены также в работе [3].

Учет температурной зависимости коэффициентов и ядерных констант, входящих в формулу (7), сделан по аналогии с таковым для констант, входящих в формулу (3), то есть с использованием соотношения (6).

Энтропия системы определяется через термодинамические потенциалы:

$$S = -(\partial F/\partial T)_V, \text{ или } S' = -(\partial G/\partial T)_P. \qquad (8)$$

Здесь F — свободная энергия Гельмгольца системы. Применив модель ферми газа к ядру, автор [3] приходит к следующему определению параметра плотности уровней ядра:

$$S = -\partial E_{ld}/\partial T,\ a_F = S/2T,\ a'_F = S'/2T. \qquad (9)$$

Три значения x_i для констант a_i в формуле (7) были установлены [3] на основе сопоставления отдельных членов формул (3) и (7). Оставшиеся четыре – определены из минимизации квадратичного отклонения $(S - S')^2$ вдоль наиболее важных кривых в плоскости A, Z: вдоль линии β стабильных ядер; вдоль различных цепочек изотопов, в том числе и тяжелых, в состоянии с элипсоидальной формой, с соотношением полуосей 1:2.

Ниже мы приводим значения всех коэффициентов уравнения (6), определенные в работе [3], которые использовались нами для расчета энтропии, параметра плотности уровней и свободной энергии делящегося ядра.

$$r_0(0) = 1.16 \text{ фм}, a(0) = 0.68 \text{ фм}, \\ a_d(0) = 0.7 \text{ фм}, a_v(0) = 16.0 \text{ МэВ}, \qquad (10) \\ k_v(0) = 1.911, k_s(0) = 2.3, a_s(0) = 21.13 \text{ МэВ}.$$

$$x_{r_0} = -0.736 \times 10^{-3}, x_a = -7.37 \times 10^{-3}, \\ x_{a_d} = -7.37 \times 10^{-3}, x_{a_v} = -3.22 \times 10^{-3}, \qquad (11) \\ x_{k_v} = 5.61 \times 10^{-3}, x_{k_s} = -14.79 \times 10^{-3}, \\ x_{a_s} = 4.81 \times 10^{-3}.$$

Коэффициенты, определяемые соотношениями (11), имеют размерность МэВ$^{-2}$.

Расчет параметра плотности уровней $a(\mathbf{q})$ и свободной энергии $F(\mathbf{q},\mathbf{T})$ для ряда ядер показал, что и для легких (^{186}Os), средних (^{200}Pb) и тяжелых (^{244}Cm) ядер можно сделать одинаковые выводы, поэтому здесь рассмотрим лишь результаты наших расчетов для ядра ^{200}Pb как типичные.

На рис. 1 представлены рассчитанные параметры плотности уровней для ^{200}Pb в зависимости от параметров удлинения ядра c [6] и q

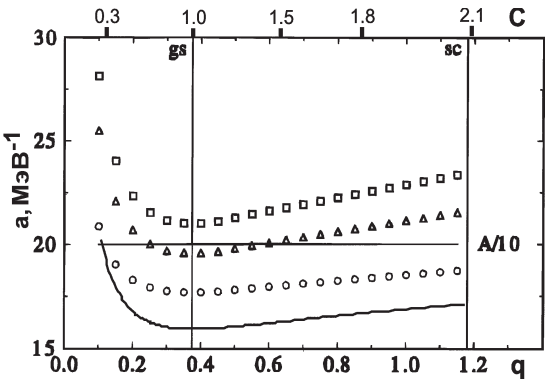


Рис. 1. Зависимость параметра плотности уровней от параметров удлинения ядра c и q. Символы gs относятся к основному состоянию ядра, sc — к точке разделения. Остальные обозначения описаны в тексте

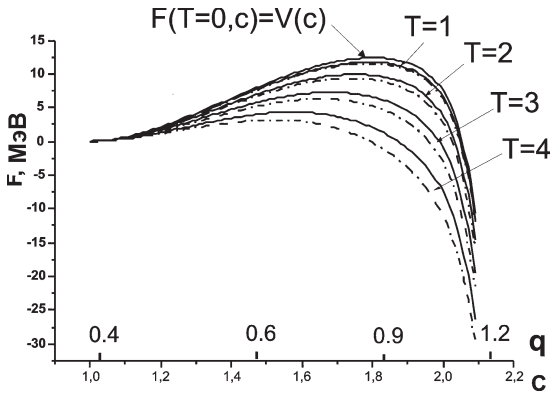


Рис. 2. Свободная энергия как функция удлинения ядра и температуры, расчитанная согласованным образом в модели, учитывающей конечный радиус ядерных сил и диффузное распределение ядерной плотности — штрихпунктирные кривые, сплошные — несогласованный расчет, использующий параметризацию Игнатюка. Значения температуры T даны в МэВ

— половины расстояния между центрами масс будущих осколков [4]. Сплошная кривая на рисунке — наши расчеты по согласованной модели Краппе. Открытыми квадратами здесь представлена зависимость параметра плотности уровней, рассчитываемая по формуле (2), но с параметрами Теке и Святецкого [11]. Открытые треугольники — параметр плотности уровней из [13], кружки — Игнатюк [1]. $A/10$ — одна из стандартных аппроксимаций параметра плотности уровней ядер.

На рис. 2 представлены результаты расчета свободной энергии F в двух моделях: в согласованной модели Краппе (7) и в несогласованной модели (1) с параметром плотности Игнатюка (2).

Анализ результатов позволяет констатировать качественное и количественное согласие в характере зависимости свободной энергии и параметра плотности уровней от деформации ядра. Имеется небольшое количественное расхождение в барьерах деления, которое увеличивается с ростом температуры, но не превышает $15-20\%$, для случая $T = 4$ МэВ. Так как при моделировании динамики деления нагретых ядер температуры составных ядер лежат, как правило, в диапазоне $1 \div 3$ МэВ, то можно сказать, что в интересующей нас области температур расчет свободной энергии в несогласованной модели, то есть с параметром плотности Игнатюка, не приводит к неверным результатам. Однако сделать однозначные выводы, каким будет влияние расчета свободной энергии в одной согласованной модели на наблюдаемые характеристики ядерных реакций, пока сложно. Ответ на этот вопрос могут дать дальнейшие исследования: динамические расчеты наблюдаемых характеристик деления нагретых ядер с использованием в качестве консервативной силы производной от свободной энергии, вычисленной в согласованной модели. Такие расчеты сейчас проводятся, и их результаты будут опубликованы.

Авторы благодарят А.В. Карпова и П.В. Надточего за полезные обсуждения и сотрудничество.

1. *Игнатюк А.В.*// Статистические свойства возбужденных атомных ядер. М.: Энергоатомиздат, (1983).
2. *Игнатюк А.В., Иткис М.Г., Околович В.Н. и др.*// ЯФ (1975). **21**. С. 1185.
3. *Krappe H.J.*// Phys. Rev. (1999). **C59**. P. 2640.
4. *Fröbrich P., Gontchar I.I.* // Phys. Rep. (1998). **V. 292**. P. 131.
5. *Brack M., Guet C., Håkansson H.*//Phys. Rep. (1985). **V. 123**. P. 275. P. 283.
6. *Karpov A.V., Nadtochy P. N., Vanin D. V., and Adeev G. D.* // Phys. Rev. (2001). **C63**. P. 1-15.
7. *Nadtochy P.N., Adeev G.D., Karpov A.V.*// Phys. Rev. (2002). **C65**. P. 1-13.
8. *Гончар И.И, Геттингер А.Э., Гурьян Л.В., Вагнер В.*// ЯФ (2000). **63**. С. 1778.
9. *Krappe H.J., Nix J.R., Sierk A.J.*// Phys. Rev. (1979). **V. C20**. P. 992.
10. *Bohr N., Wheeler J.A.*//Phys. Rev. (1939). **56**. P. 426.
11. *Töke J., Swiatecki W.J.*// Nucl. Phys. (1981). **A 372**. P. 141.
12. *Guet C., Strumberger E., Brack M.* // Phys. Lett. B. (1988). **V.205**. P. 427.
13. *Reisdorf W.*// Z. Phys. (1981). A **300**. P. 227.