

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ГРАДИЕНТНОГО ВОЛОКОННОГО СВЕТОВОДА МНОГОСЛОЙНЫМ

Андросик Андрей Борисович

канд. техн. наук, доцент МГОУ, г. Москва

Воробьев Сергей Андреевич

канд. техн. наук, профессор МГОУ, г. Москва

Мировицкая Светлана Дмитриевна

канд. техн. наук, доцент МГОУ, г. Москва

E-mail: scotchwood@yandex.ru

METHOD OF MODELLING OF GRADIENT OPTICAL FIBER BY MULTI FIBERS

Andrey Androsik

candidate of Technical Sciences, Associate Professor of MSOU, Moscow

Sergei Vorobev

candidate of Technical Sciences, Professor of MSOU, Moscow

Svetlana Mirovitskaya

candidate of Technical Sciences, Associate Professor of MSOU, Moscow

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены особенности моделирования волоконных световодов с градиентным распределением показателя преломления многослойными с постоянной величиной показателя преломления внутри слоя.

ABSTRACT

Considered are the peculiarities of simulation of optical fibers with a gradient distribution of the refractive index layer and multi-layer with constant refractive index within the layer.

Ключевые слова: рефракция, моделирование, волоконный световод, градиентный профиль показателя преломления.

Keywords: refraction, modeling, fiber light guide, gradient profile of the refractive index.

Работа посвящена вопросу исследования одного из наиболее практически удобных методов измерения геометрооптических характеристик волоконных световодов (ВС) — рефракционному и установлению основных

закономерностей прохождения узкого зондирующего пучка через ВС различных типов [1, с. 96, 2, с. 51, 3, с. 38].

Результаты исследования методов контроля геометрооптических параметров световодов показывают, что нахождение профиля показателя преломления ВС путем вычисления интеграла представляет собой сложную и занимающую много машинного времени проблему. Поэтому ниже рассмотрена возможность замены градиентного профиля на многослойный с показателем преломления, не изменяющимся по слою и скачком переходящим на другое значение на следующем слое. При решении задачи математического моделирования в процессе замены градиентного ВС многослойным необходимо рассмотреть два основных направления:

- установление критерия достоверности, а именно, по заданному распределению показателя преломления, исходя из требуемой точности, выбирается максимально допустимый скачок Δn и из выбранного Δn определяется количество N слоев разбиения градиентного ВС на слоистый;
- выбор оптимального способа разбиения.

Таким образом, осуществляется переход от аналогового закона (плавное изменение $n(r)$) к дискретному — цифровому (скачкообразно-ступенчатое изменение), т. е. решается типовая задача вычислительной техники — построение аналого-цифрового преобразователя. Кроме того, возникает необходимость установления степени идентичности планиметрической задачи — ступенчатого разбиения и объемной — рассеяния, т. е. введение переходных критериев, а также рассмотрение вероятных на практике типов градиентных ВС: монотонных с экстремумами (перегибами), периодических и др. В заключении, необходимо выбрать тип разбиения распределения показателя преломления:

- с равным шагом по оси радиусов $\Delta r_j = \Delta r_j + 1$; это дает $\Delta n_j \neq \Delta n_j + 1$;
- с равным шагом по оси показателей преломления $\Delta n_j = \Delta n_{j+1}$, при $\Delta r_j \neq \Delta r_j + 1$.

При разбиении на равные отрезки по оси радиусов возникает два случая измерения показателя преломления — в центре отрезка и в конце отрезка. При анализе проводится моделирование ВС с градиентным показателем преломления, который определяется по формуле:

$$n(r) = n^* - (n^* - n(r_1)) (r/r_1)$$

где: n^* — значение показателя преломления в центре ВС,

$n(r_1)$ — его значение на границе неоднородной сердцевины. График зависимости $n = f(r)$ при разбиении по сердцевине отрезка радиусов показан на рис. 1, а по концу — на рис. 2, а, б при разном числе N слоев разбиения.

Итак, сечение круглой формы разбивается на концентрические окружности с радиусами $r_1, r_2, r_3 \dots$ и проводится измерение показателей преломления $n_1, n_2, n_3 \dots$ на концах соответствующих радиусов. Затем осуществляется повторное измерение $n_1, n_2, n_3 \dots$, но уже в точках $r_1/2, r_1 + (r_2 - r_1)/2, r_2 + (r_3 - r_2)/2 \dots$. Полученные результаты запоминаются, причем $n_i = f(r_i)$ и $n(r_{i-1} + (r_i - r_{i-1})/2) = f(r_i)$, где $i=1, 2, 3 \dots, k$, а k — число концентрических окружностей. Величина k зависит от точности аппроксимации выражения $n(r)$. С увеличением точности k возрастает. Поскольку точность аппроксимации выражения $n(r) \sim 10^{-4}$, а требуемая величина k заранее не может быть предсказана, то измерения проводятся с запасом, т.е. $k \approx 50$.

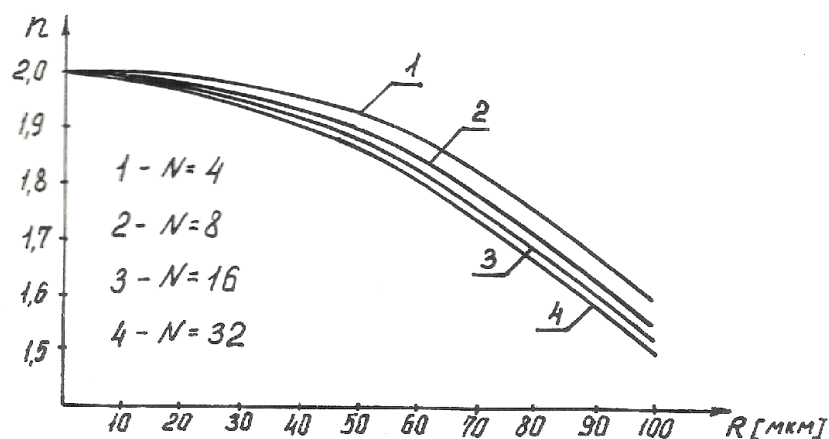


Рисунок 1. График зависимости $n(r)$ при разбиении по середине отрезка радиусов

Для решения поставленной задачи необходимо решить два вопроса:

- что представляет собой аппроксимирующая линия;
- как оценить достаточно точно совпадение аппроксимирующей линии с кривой $n(r)$.

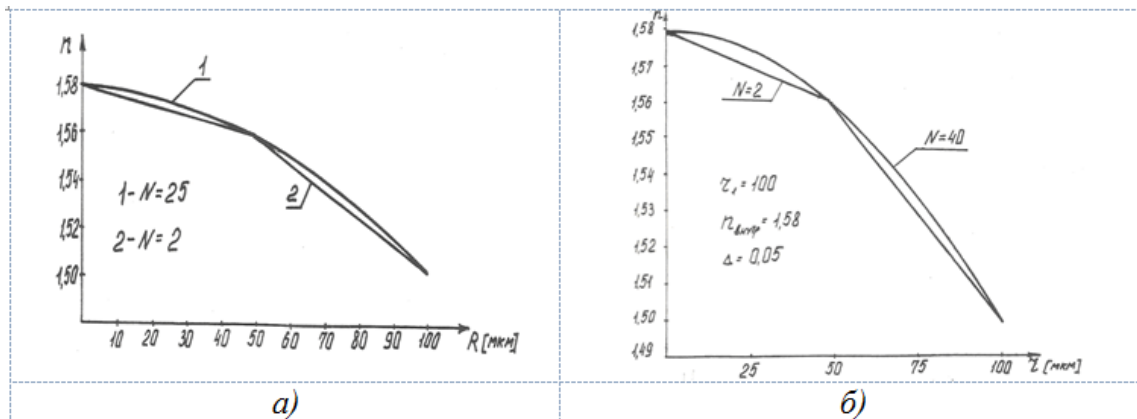


Рисунок 2. Графики зависимости $n(r)$ при разбиении по концу отрезка

Из выражения $n(r)$ получают две совокупности $\hat{n}_i - x$, $\hat{n}_i$, соответствующие значениям радиусов: r_1, r_2, r_3 и r_4 и $\hat{n}_i$, соответствующие радиусам: $r_1/2$, $r_1 + (r_2 - r_1)/2$, $r_2 + (r_3 - r_2)/2$.

Исследования показывают, что расчетные значения показателей преломления $\hat{n}_i$ ближе всего располагаются к экспериментальным значениям n_i в точках r_1, r_2, r_3, r_4 для первого типа деления и для второго в точках:

$$r_1/2, r_1 + (r_2 - r_1)/2, r_2 + (r_3 - r_2)/2, r_3 + (r_4 - r_3)/2.$$

Однако эти значения показателей никогда не совпадают между собой и, следовательно, можно считать, что $\hat{n}_i - n_i \neq 0$ для всех r_i и при любом k .

Говорить об аппроксимации кривой $n(r)$ ломаной линией можно, если параметры, характеризующие точность аппроксимации, поддаются

количественной оценке и дают надежные результаты для всего диапазона изменения k . В качестве такого параметра можно взять разность между расчетными и экспериментальными значениями показателей преломления, т. е. разность вида $\hat{n}_i - n_i$.

Разность $\hat{n}_i - n_i$, вычисленная для одинаковых значений r_i , оценивает погрешность измерения, величина ее не зависит от параметра k . Поэтому, в таком виде она не может быть использована для оценки точности аппроксимации.

Внутри каждого участка аппроксимации величина показателя преломления остается постоянной. Так, например, на участке r_1 коэффициент преломления равен n_1 , на участке $(r_2 - r_1) - n_2$ и т. д. В то же время величина $\hat{n}_i$ внутри каждого интервала убывает в зависимости от возрастания g . Таким образом, разность $\hat{n}_i - n_i$ достигает своего максимального значения на левой границе каждого интервала. Сама величина разности $\hat{n}_i - n_i$ не представляет особого интереса, если содержательная часть этой разности не изменяется внутри каждого интервала при движении от r_i к r_{i-1} . Как было указано выше, значение $\hat{n}_i - n_i$, выровненное на правой границе интервала, характеризует точность измерительной установки, либо точность математической зависимости $n(r)$. Кроме того, $\hat{n}_i - n_i$, выровненное на левой границе интервала, характеризует погрешность аппроксимации ломаной линией зависимости $n(r)$ и величина этой разности зависит от k .

В случае монотонной функциональной зависимости $n(r)$ разность $\hat{n}_i - n_i$ для каждого интервала имеет одинаковый знак, что дает возможность в одинаковых условиях исследовать погрешность как для каждого интервала в отдельности, так и суммарное значение по всем интервалам. Однако, если монотонность функции будет соблюдаться во всех интервалах, то суммарная погрешность не даст правильной оценки аппроксимирующих свойств ломаной линии.

Во всех рассматриваемых ниже примерах предлагается единый алгоритм исследования зависимостей показателей преломления от изменения радиуса.

На первом этапе определяется возможное количество слоев разбиения k . Величина k зависит от значения показателей преломления n^* и n_1 ; n^* - величина показателя преломления при $r = 0$, а n_1 — при $r = 100$, т.е. в центре и на границе образца световода. Поскольку любая из рассматриваемых функций монотонна на отрезке $[0,100]$, то можно записать очевидное соотношение:

$$|n^* - n_1| = \sum_{i=1}^k \Delta n_i$$

где: K — число разбиения интервала $|n^* - n_1|$,

Δn_i — приращение показателя преломления на i -ом участке разбиения. Величина Δn_i выбирается, исходя из требуемого приближения, т. е. если в i -ом слое разбиения, находящемся на r_i расстоянии от центра образца ($r = 0$) показатель преломления равен n_i , то ширину слоя надо выбрать так, чтобы для любого r в интервале $r_i \leq r < r_{i+1}$ величина n_i менялась на величину Δn_i , определяемую заданной точностью E . Математически это условие можно записать как

$$\Delta n_i \leq E \quad (1)$$

для всех $i=1,2,3,\dots, k$. Поскольку между n и r имеется функциональная связь $n = f(r)$ и эта функция непрерывна и монотонна, можно величины Δn_i , удовлетворяющие неравенству (1) подобрать так, что для всех i будет обеспечено

$$\Delta n_1 = \Delta n_2 = \dots = \Delta n_k = \Delta n.$$

Тогда

$$\kappa = |n^* - n_1| / E$$

откуда видно что, зная граничные значения показателей преломления и точность E , независимо от вида функции $n=f(r)$, всегда можно оценить количество слоев разбиения κ . После определения κ необходимо рассмотреть зависимость $n=f(r)$, откуда вычисляются радиусы r_1 и показатели преломления n_i , соответствующие всем κ слоям разбиения.

Ниже приводятся примеры вычисления r_1 и n_i для шести функций $n = f(r)$ конкретно вида.

1. Функция

$$n(r) = n^*(1 - 2\Delta(r/B)^m)^{1/2} \quad (2)$$

Показатель преломления в i точке

$$n_i = n^*(1 - 2\Delta(r_i/B)^m)^{1/2}$$

При переходе i -того слоя к $i+1$ показатель преломления получает приращение

$$n_{i+1} = n_i + \Delta n_i$$

а радиус $i+1$ слоя вычисляется по формуле:

$$r_{i+1} = B \sqrt[m]{\frac{1}{2\Delta} (1 - \sqrt{(1 - 2\Delta(r_i/B)^m + \frac{\Delta n_i}{n^*})^2})} \quad (3)$$

Учитывая, что функция (2) убывает с возрастанием r и область изменения показателя преломления $[n^*, n_1]$ разбивается на одинаковые интервалы Δn и то, что для каждого Δn_i должно выполняться неравенство (1), формула (3) преобразуется к виду

$$r_{i+1} = B \sqrt{\left(\frac{r_i}{B}\right)^m + \frac{E}{n^* \Delta} \sqrt{(1 - 2\Delta(r_i/B)^m)} - \frac{E^2}{2n^{*2} \Delta}}$$

2. Функция

$$n(r) = n^* - (n^* - n_1)(r/B)^2. \quad (4)$$

Радиус $i+1$ выражается формулой

$$r_{i+1} = \sqrt{r_i^2 - \frac{\Delta n_i B^2}{n^* - n_1}} \quad (5)$$

Учитывая, что для выражения (4) $\Delta n_i < 0$, а также $\Delta n \leq E$ формула (5) преобразуется к окончательному виду:

$$r_{i+1} = \sqrt{r_i^2 + \frac{EB^2}{n^* - n_1}}$$

3. Функция:

$$n(r) = n^* \left(1 - \frac{1}{2} Ar^2\right)$$

Радиус $i+1$ слоя для этого профиля показателя преломления:

$$r_{i+1} = \sqrt{\frac{rE}{n^*A} + r_i^2}.$$

4. Для функции:

$$n(r) = n^*(1 - (n^* - n_1)(\frac{r}{B})^2/n^*)$$

радиус $i+1$ слоя записывается как

$$r_{i+1} = \sqrt{\frac{B^2E}{n^* - n_1} + r_i^2}.$$

5. Для распределения показателя преломления

$$n(r) = n^*(1 - (1 - 2\Delta(\frac{r}{B})^\lambda))$$

радиус слоя имеет вид

$$r_{i+1} = \sqrt{\frac{B^\lambda E}{2\Delta n^*} + r_i^\lambda}$$

6. Для функции

$$n(r) = n_2^2 + A(B - r)^2 \quad (6)$$

получается

$$r_{i+1} = B - \sqrt{(B - r_i)^2 + \frac{\Delta n_i}{A}}. \quad (7)$$

Учитывая непрерывность функции (6) на отрезке $[0, B]$, всегда можно подобрать такие значения $i = 0, 1, 2, 3, \dots, k - 1$, при которых:

$$\Delta n_0 = \Delta n_1 = \Delta n_{k-1}$$

Геометрически это означает равномерное разбиение интервала изменения показателя преломления $[n_1, n^*]$ на равные участки k . Каждый i участок представляет собой концентрическое кольцо с внутренним радиусом r_i , внешним радиусом r_{i+1} и шириной $\Delta r_i = r_{i+1} - r_i$. В каждой точке интервала Δr_i показатель преломления остается постоянным и равным n_i с точностью менее E . Учитывая характер изменения зависимости (6), получается:

$$\Delta n_i = n_{i+1} - n_i < 0$$

т. е. второе слагаемое по корням в формуле (7) отрицательно. Если подставить в (7) значение E вместо Δn_i , можно получить окончательный вид расчетной формулы:

$$r_{i+1} = B - \sqrt{(B - r_i)^2 + \frac{E}{A}}$$

Для практической реализации описанных алгоритмов следует учесть чувствительность H шагового двигателя, величина которого не может быть менее 2 мкм. Каждый раз при определении двух смежных радиусов r_i и r_{i+1} находится ширина слоя разбиения DLR, величина которой делится на H нацело:

$$DL = \text{INT}(DLR/H).$$

Если $DL > 0$, то радиус очередного слоя подсчитывается как

$$RM = \sum_{i=1}^{DL} H_i$$

Если $DL < 0$, то берется более грубая точность $EPS = E.2$. Точность огрубляется до тех пор, пока вновь не получается неравенство $DL > 0$, затем процедура поиска радиуса очередного слоя продолжается. Этот процесс заканчивается, когда RM достигает наружного радиуса.

Модельные исследования показали следующее.

Функция 1. Для $n=1.467$, $v=100$ мкм, $\Delta=0,001$, $m=2-2\Delta$, $H=2$ мкм результаты расчетов позволяют выявить, что точность $E=10^{-4}$ достигается при всех значениях радиуса вплоть до $RM = 100$ мкм.

Функция 2. Для $n^*=1.457$, $v=100$ мкм, $H=2$ мкм результаты расчетов показали, что точность $E=10^{-4}$ выдерживается при сканировании с шагом 2 мкм до $RM = 62$ мкм, в дальнейшем до $RM = 100$ мкм точность не превышает $E=2 \cdot 10^{-4}$. При возможности сканирования с переменным шагом до $RM = 32$ мкм возможно прохождение участка за 5 шагов, а на оставшиеся 68 мкм необходимо затратить 34 шага.

Функция 3 вычислялась при $A = 4 \cdot 10^{-7}$, $n^*=1, 5$, $v=100$ мкм, $H=2$ мкм; результаты моделирования показали, что точность $E=10^{-4}$ придерживается при сканировании до $RM = 86$ мкм. Остальные участки могут быть пройдены с точностью $E=2 \cdot 10^{-4}$. При переменном шаге сканирования расстояние до $RM = 42$ мкм может быть пройдено за 6 шагов, а оставшиеся 58 мкм — за 29

шагов. С ростом n^* точность моделирования градиентного ВС многослойным падает.

Функция 4 вычислялась при $n^*=1,457$, $n_1=1,460$, $v=100$ мкм, $H=2$ мкм. В этом случае точность $E=10^{-4}$ выдерживается до $RM = 86$ мкм, а для остальных слоев она ухудшается до $2 \cdot 10^{-4}$. При сканировании с переменным шагом слои $RM = 42$ мкм могут быть пройдены за 6 шагов, а остальные 58 мкм – за 29 шагов.

Итак, выше рассмотрена возможность моделирования градиентных световодов различных типов многослойными и определены основные критерии точности такой замены.

Список литературы

1. Андросик А.Б., Воробьев С.А., Мировицкая С.Д. Рефракционный метод исследования волоконных световодов. Lambert Academic Publishing 2012 — 296 с.
2. Воробьев С.А., Андросик А.Б., Мировицкая С.Д. Вычислительная фотоника. Основы, задачи, методы анализа. Lambert Academic Publishing 2012 — 183 с.
3. Лазарев Л.П., Мировицкая С.Д. Контроль геометрических и оптических параметров волокон. М.: Радио и связь, 1988. — 280 с.