

# РАСЧЕТ ИЗГИБНЫХ И КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С НЕСИММЕТРИЧНЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А.В. Антонов, Г.А. Гладышев

Научный руководитель – д.т.н., профессор Б.П. Тимофеев

Основным методом расчета зубчатых передач на контактную прочность является метод, приведенный в ГОСТ 21354-87. В работе методом конечных элементов произведен расчет действующих изгибных и контактных напряжений для зубчатых передач с несимметричным профилем зуба в зависимости от параметров этих передач, таких как угол профиля зуба рейки  $\alpha$  и угол наклона линии зуба  $\beta$ . Также проведено сравнение результатов по контактным напряжениям, полученных аналитическим методом по ГОСТ 21354-87 с результатами, полученными методом конечных элементов.

## Введение

Использование эвольвентных зубчатых колес с несимметричным зубом позволяет повысить несущую способность зубчатых передач по контактной и изгибной прочности в основном (рабочем) направлении вращения [1, 2]. Применение таких колес выгодно в реверсивных передачах, в которых крутящий момент в основном направлении гораздо более продолжителен по времени, чем в обратном.

В работе начато исследование контактной и изгибной прочности зубчатых колес с несимметричным профилем зуба численным методом. Результаты, полученные при использовании численного метода по контактной прочности, были сравнены и проанализированы с результатами, полученными при использовании аналитического метода.

Расчет аналитическим методом производился на основе существующего ГОСТ 21354-87 «Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность» [3].

В основе численного метода расчета напряжений лежит метод конечных элементов (МКЭ). Метод конечных элементов в последние десятилетия получил очень широкое распространение и стал одним из основных методов расчета конструкций. Это обусловлено универсальностью подхода, лежащего в основе МКЭ, заключающегося в представлении геометрии любого деформируемого тела в виде совокупности элементов простейшей формы: треугольной, четырехугольной и др. Элементы бывают одномерными, плоскими и пространственными, с прямолинейными или криволинейными сторонами. Вдоль каждой из них может быть два или более узлов, что обуславливает необходимую степень точности расчетов [4, 5].

## Методика расчета

Для расчета контактных и изгибных напряжений методом конечных элементов был использован программный пакет CosmosWorks системы SolidWorks 2007. Данный программный продукт позволяет рассчитывать действующие напряжения в трехмерной модели исследуемого объекта.

Для получения точного эвольвентного профиля зубчатые колеса генерировались с помощью программы SHAFT 2D в системе КОМПАС-3D V9. Обмен с системой SolidWorks 2007 осуществлен через стандартный формат обмена графической информацией IGES. Далее в системе SolidWorks 2007 с использованием импортированных зубчатых колес с эвольвентным профилем зубьев создавались модели исследуемых передач. Для упрощения процесса вычисления напряжений вследствие ограниченности ресурсов используемого ПК исследуемые модели рассматривались как модели зацепления конических зубьев.

Для того чтобы CosmosWorks смог рассчитать действующие напряжения, необходимо задать исходные данные. Так, в прочностном анализе учитываются модуль упругости (модуль Юнга), коэффициент теплового расширения при заданной температуре, коэффициент Пуассона, плотность, коэффициент трения, модуль сдвига, коэффициент внутреннего трения. Необходимые параметры материалов содержатся в соответствующих библиотеках. Свойства могут быть постоянными, нелинейными или зависимыми от температуры. Списки существующих материалов в базе данных могут быть дополнены новыми материалами.

Далее необходимо правильно задать так называемую среду нагружения. Она состоит из нагрузок и ограничений. Для статического структурного анализа доступны следующие виды нагрузок: сила (к поверхности, к линии, к точке), момент (к поверхности, к линии, к точке), давление (к поверхности, к линии, к точке) и «гравитация», т.е. прикладывание к телу силы тяжести. Возможные ограничения: фиксация, ограничение перемещения вдоль каких-либо осей и поворот вокруг них, смещение и так называемая «симметрия». Последнее ограничение запрещает перемещение по нормали к поверхности либо говорит о том, что представленная геометрическая модель является симметричной половиной некоего объекта. Например, применение симметричного ограничения к цилиндрическому отверстию фиксирует ось этого отверстия и не допускает деформацию отверстия, т.е. разрешает только вращение вокруг собственной оси.

Далее необходимо определить набор соприкасающихся поверхностей для установления глобального контакта моделей и четкого определения грани источника и грани цели.

Определив все параметры, необходимо разбить модель на конечные элементы путем создания сеточной модели – совокупности узлов и элементов. Конечно-элементная сетка является основной составляющей расчета методом конечных элементов, так как именно в узлах этой сетки и определяются действующие напряжения.

На подготовительном этапе важно так сформулировать задачу анализа, чтобы, с одной стороны, получить правильное решение, а с другой – чтобы не потребовалось много ресурсов и времени. Поэтому сначала можно попытаться создать крупную сетку, так как в этом случае преимущество заключается в том, что потребуется меньше времени для решения задачи. Однако работа с крупной сеткой может привести к потере значимых физических явлений. В данном исследовании улучшение произведено рядом с точкой контакта. При улучшении используются различные алгоритмы сглаживания сетки, изменение атрибутов узлов и элементов, измельчения и улучшения формы элементов и др. Программа может выполнять контроль соответствия элементов расчетной и сеточной моделей, вводить, удалять и изменять положение конечных элементов, обеспечивая тем самым формирование сетки высокого качества.

## Результаты расчета

Расчет действующих контактных и изгибных напряжений был произведен на примере зубчатой передачи верхнего силового привода буровой установки. Как уже говорилось ранее, с помощью среды твердотельного моделирования КОМПАС-3D V9 были смоделированы зубчатые передачи – прямозубая и косозубая:

- $m=7, z_1=13, z_2=22, \alpha=20^\circ, \alpha=20^\circ, \beta=0;$
- $m=7, z_1=13, z_2=22, \alpha=20^\circ, \alpha=20^\circ, \beta=5.$

Далее были проварьированы:

- в прямозубой передаче – угол  $\alpha$  от  $15^\circ$  до  $35^\circ$ ;
- в косозубой передаче – угол  $\alpha$  от  $15^\circ$  до  $35^\circ$ , угол  $\beta$  от  $5^\circ$  до  $35^\circ$ .

В процессе расчета изменялись:

- прилагаемый крутящий момент;

- положение линии контакта на рабочей поверхности зуба;
- распределение нагрузки вдоль контактной линии.

Результаты, полученные в процессе расчета в пакете программ SolidWorks 2007, сведены в соответствующие графические зависимости: зависимость контактных (рис. 1) и изгибных (рис. 2) напряжений от угла  $\alpha$  для прямозубых колес, а также зависимость контактных (рис. 3) и изгибных (рис. 4) напряжений от угла  $\alpha$  и угла  $\beta$  для косозубых колес.

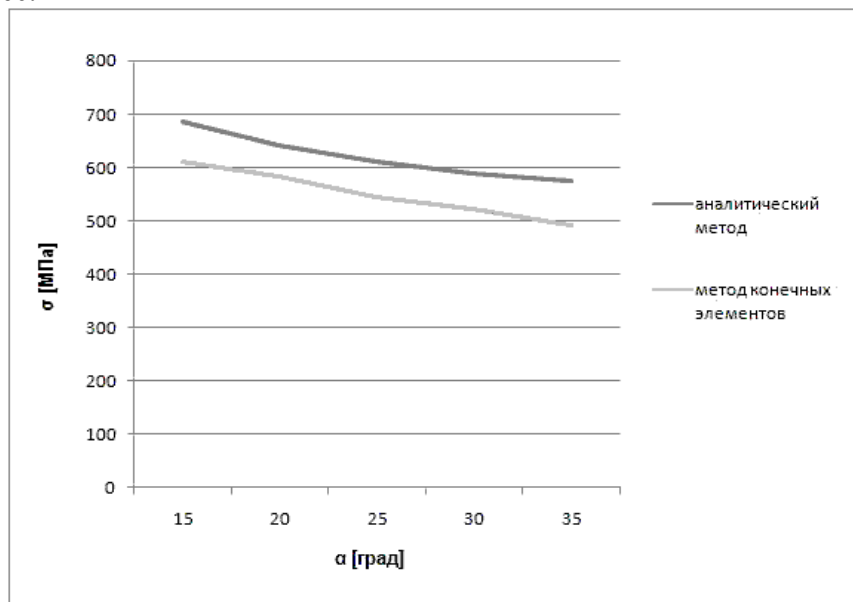


Рис. 1. График зависимости контактных напряжений от угла профиля зуба рейки  $\alpha$

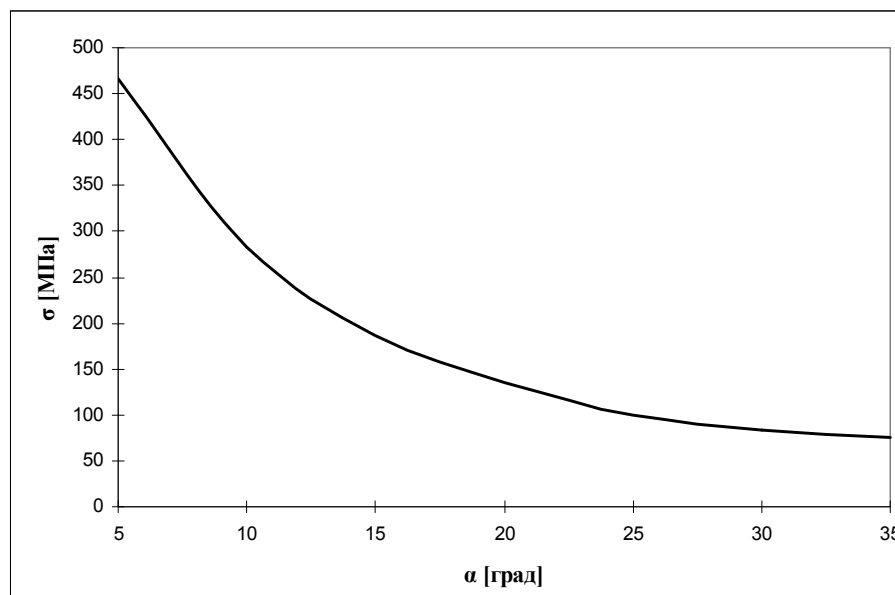


Рис. 2. График зависимости изгибных напряжений от угла профиля зуба рейки  $\alpha$

Полученные результаты показывают, что увеличение угла профиля зуба рейки  $\alpha$  ведет к увеличению как контактной, так и изгибной прочности, т.е. к уменьшению действующих контактных и изгибных напряжений.

Полученные результаты показывают очевидную зависимость изгибных напряжений от угла наклона линии зуба  $\beta$ , т.е. при увеличении угла  $\beta$  действующие контактные и изгибные напряжения уменьшаются. Так же результаты показывают, что при разных

углах  $\beta$  минимальные контактные и изгибные напряжения действуют при различных углах  $\alpha$ .

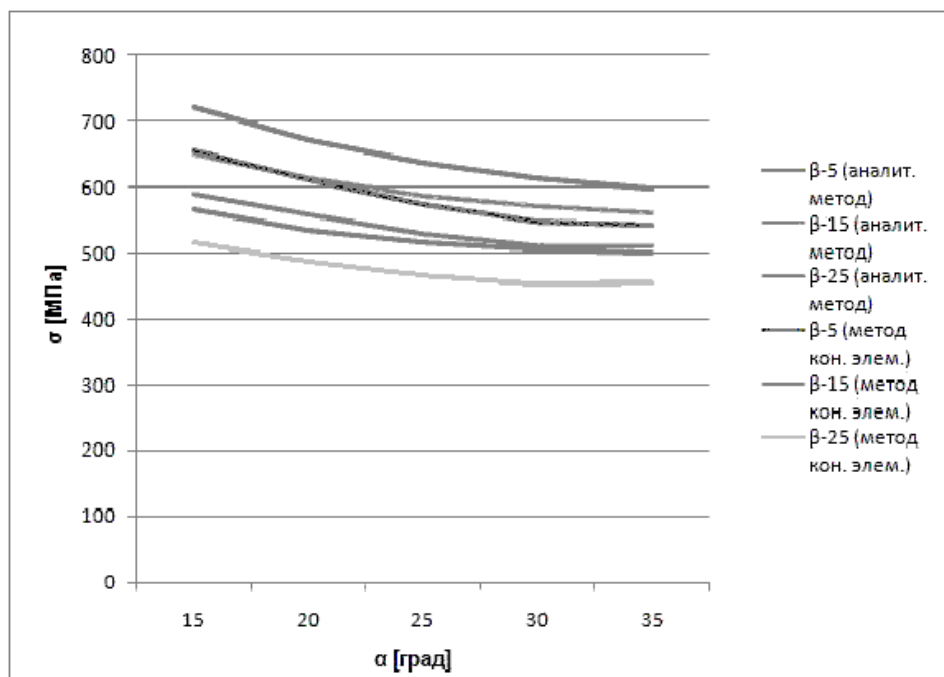


Рис. 3. График зависимости контактных напряжений от угла профиля зуба рейки  $\alpha$  и угла наклона линии зубьев  $\beta$

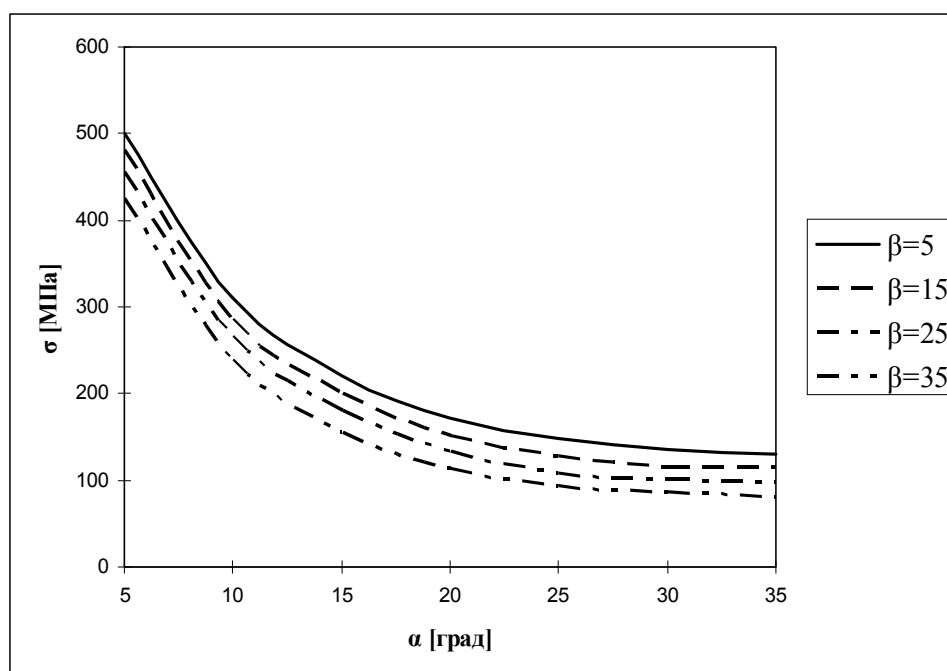


Рис. 4. График зависимости изгибных напряжений от угла профиля зуба рейки  $\alpha$  и угла наклона линии зубьев  $\beta$

На следующих графиках представлены: зависимость контактных (рис. 5) и изгибных (рис. 6) напряжений в косозубой передаче от положения контактной линии на рабочей по-

верхности зуба, а также зависимость контактных (рис. 7) и изгибных (рис. 8) напряжений от неравномерного распределения нагрузки вдоль линии контакта.

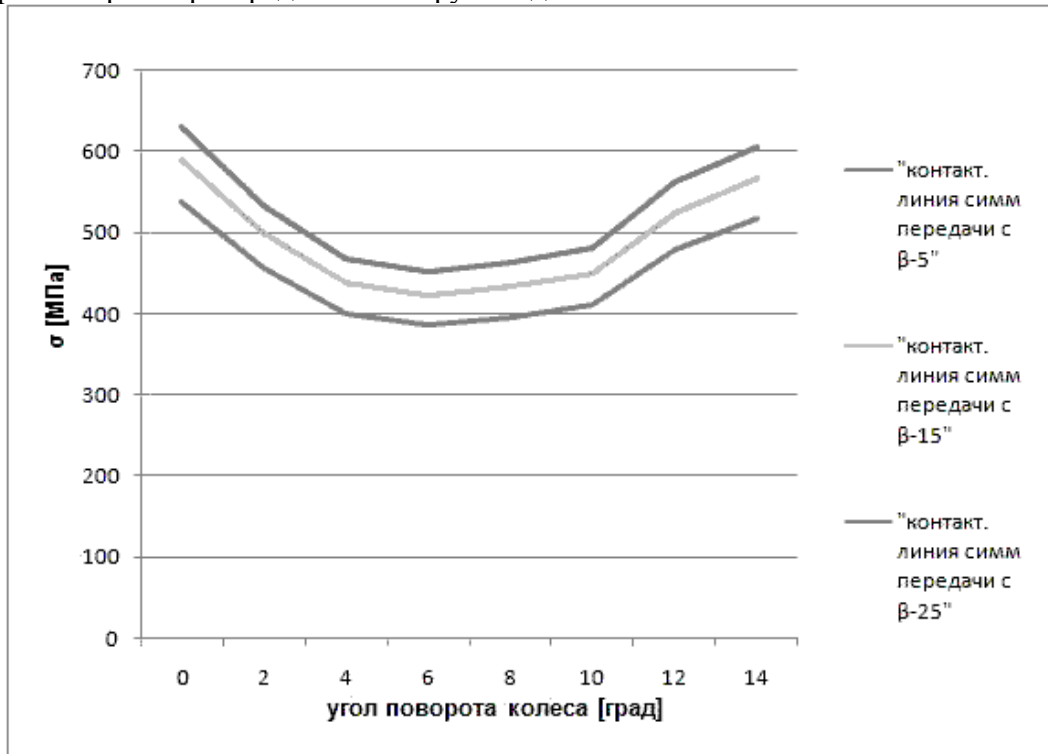


Рис. 5. График зависимости контактных напряжений от угла поворота колеса

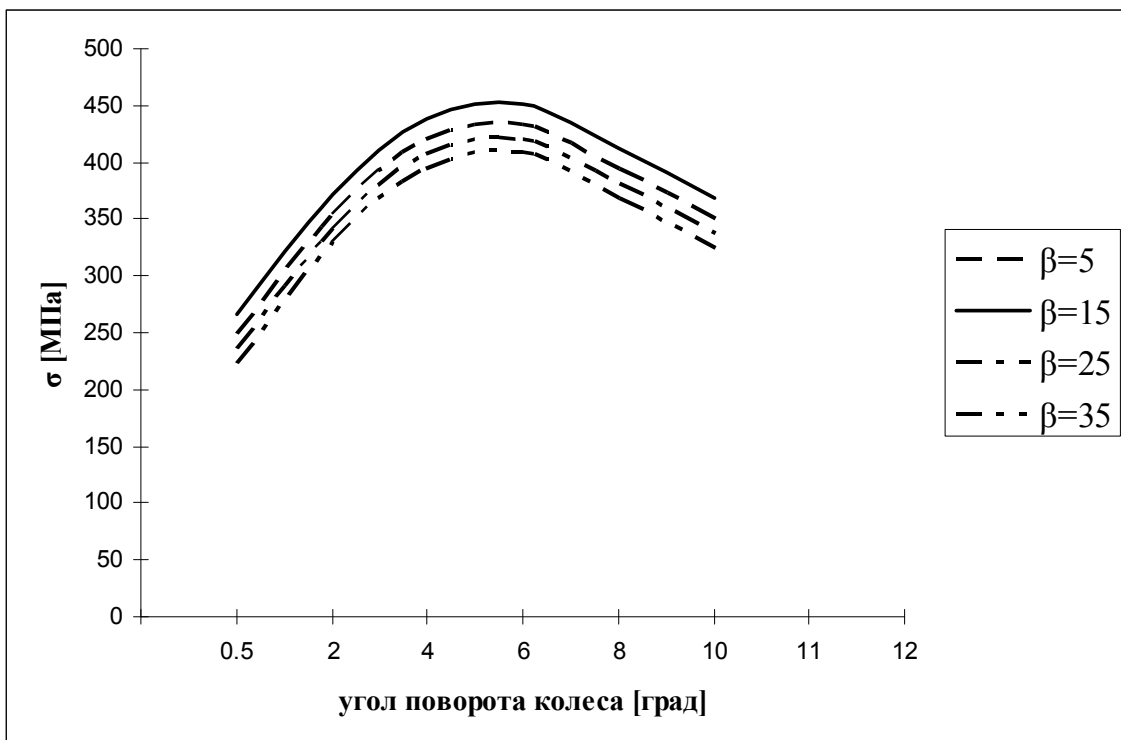


Рис. 6. График зависимости изгибных напряжений от угла поворота колеса

Полученные результаты показывают, что при углах, обозначающих начало и конец процесса зацепления в косозубой передаче, наблюдается увеличение контактных и уменьшение изгибных напряжений, связанное с тем, что в этот момент в зацепление

входит следующий зуб колеса со следующим зубом шестерни. График представлен для косозубых передач с несимметричными профилями зубьев ( $\alpha=20^\circ$ ,  $\alpha=30^\circ$ ). При увеличении угла  $\alpha$  от  $5^\circ$  до  $35^\circ$  как контактные, так и изгибные напряжения соответственно уменьшаются, но характер зависимости напряжений от фазы угла зацепления сохраняется.

Вариантов распределения нагрузки вдоль контактной линии существует бесконечное множество. В данном расчете рассматривался вариант с параболической зависимостью  $x = ky$  (где  $k = 1, 2, 4$ ) с расположением начала координат на краю рабочей поверхности у одной из торцевых граней зуба таким образом, чтобы рабочей поверхности возле противоположной грани сообщалась максимальная нагрузка.

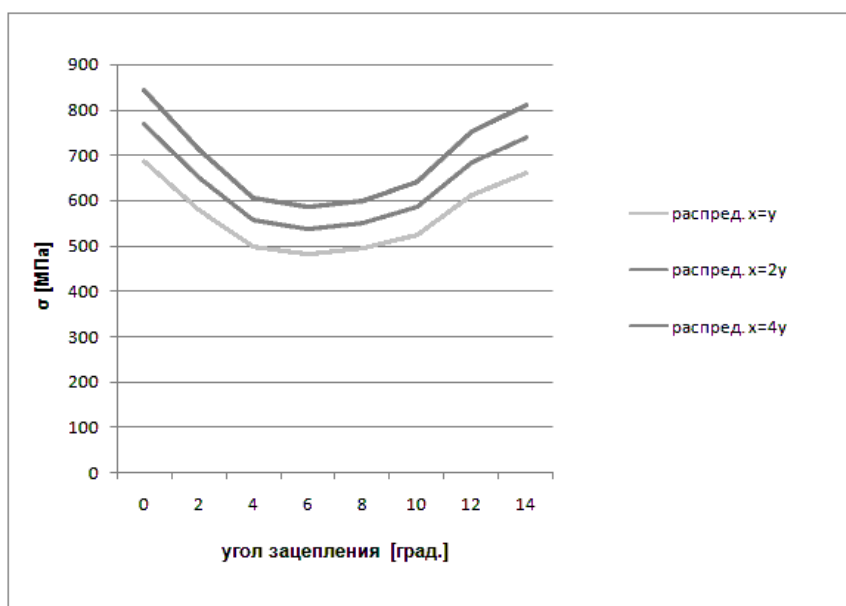


Рис. 7. Зависимость контактных напряжений при неравномерном распределении нагрузки вдоль контактной линии от угла зацепления

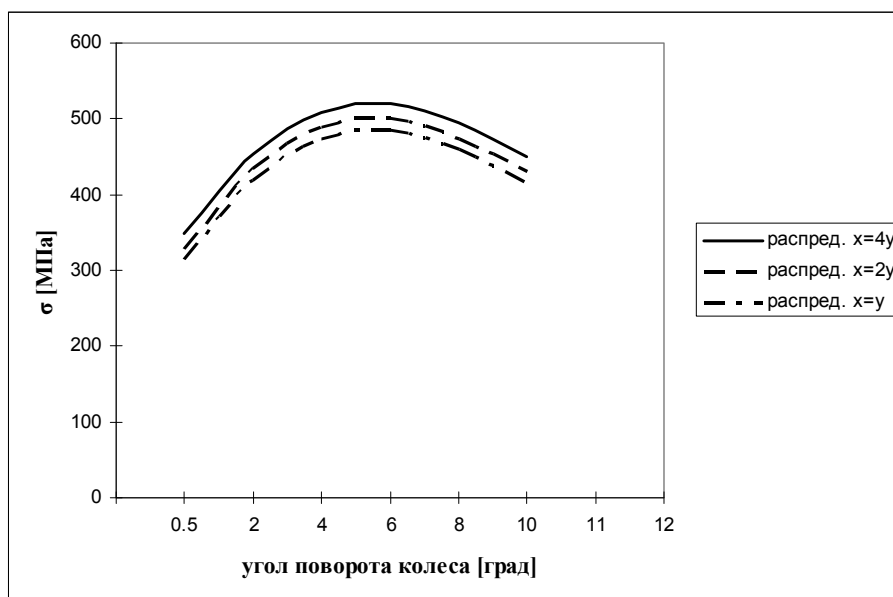


Рис. 8. Зависимость изгибных напряжений при неравномерном распределении нагрузки вдоль контактной линии от угла поворота колеса

По результатам исследования можно сделать вывод, что при неравномерном распределении нагрузки характер распределения изгибных напряжений по фазам зацепления не изменился, но при углах, соотносящихся с серединой фазы зацепления, наблюдаются резкие возрастания изгибных и уменьшение контактных напряжений, пропорциональных коэффициенту  $k$  уравнения неравномерной нагрузки.

В качестве итога проведенного расчета изгибных напряжений на рис. 9 представлен график зависимости местоположения зоны с наибольшими изгибными напряжениями в подошве зуба от угла поворота колеса на примере косозубой передачи с симметричным профилем.

В зависимости от угла поворота колеса зона максимальных изгибных напряжений в подошве зуба косозубой передачи перемещается от одного торца зубчатого венца к другому, что позволяет сделать выводы о месте зарождения и дальнейшего развития усталостной трещины, приводящей к поломке зуба.



Рис. 9. График зависимости местоположения зоны с максимальными изгибными напряжениями от угла поворота колеса

### Заключение

Результаты расчетов изгибных и контактных напряжений, полученные методом конечных элементов позволяют сделать следующие выводы.

- Метод конечных элементов подтвердил результаты, полученные аналитическим методом расчета зубчатых передач ГОСТ 21354-87.
- Увеличение угла профиля зуба  $\alpha$  ведет к уменьшению контактных и изгибных напряжений в зубчатых передачах.
- Увеличение угла наклона линии зуба  $\beta$  также ведет к уменьшению контактных и изгибных напряжений. При этом для разных углов  $\beta$  минимальные контактные и изгибные напряжения действуют при различных углах  $\alpha$ . Таким образом, можно подобрать такие  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых контактные и изгибные напряжения будут минимальными. Для каждой зубчатой передачи эти  $\alpha$  и  $\beta$  разные.

Следовательно, если подобрать оптимальные параметры зубчатой передачи, такие как угол профиля зуба рейки  $\alpha$  и угол наклона линии зубьев  $\beta$ , можно уменьшить действующие контактные и изгибные напряжения, а, следовательно, повысить долговечность зубчатой передачи.

- При равномерном распределении нагрузки вдоль линии контакта в косозубой передаче при углах, обозначающих начало и конец процесса зацепления, наблюдаются

рост контактных и спад изгибных напряжений, связанный с тем, что в этот момент в зацепление входит следующий зуб колеса со следующим зубом шестерни.

▪ При неравномерном распределении нагрузки вдоль линии контакта характер распределения изгибных напряжений по фазам зацепления аналогичен распределению напряжений при равномерной нагрузке, но при углах, соотносящихся с серединой фазы зацепления, наблюдаются резкие возрастания изгибных и уменьшение контактных напряжений, пропорциональных коэффициенту  $k$  уравнения неравномерной нагрузки.

▪ В зависимости от угла поворота колеса зона максимальных изгибных напряжений в подошве зуба косозубой передачи перемещается от одного торца зубчатого венца к другому, что позволяет сделать предположение о точках возможного зарождения усталостных трещин и об их кинетике, которые в последствии приводят к поломке зуба.

### Литература

1. Вулгаков Э.Б., Капелевич А.Л. Возможности несимметричных зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1986. – №4. – С. 14–16.
2. Вулгаков Э.Б., Ривкин Г.В. Проектирование зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев // Машиноведение. – 1976. – №5. – С. 35–39.
3. ГОСТ 21354-87 Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт на прочность.
4. Сабоннадьер Ж.-К., Кулон Ж.-Л. Метод конечных элементов и САПР. – М.: Мир, 1989. – 190 с.
5. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. – М.: Мир. 1981. – 304 с.