

УДК 621.833

КОЭФФИЦИЕНТ ФОРМЫ ЗУБА ПРИ РАСЧЁТЕ НА ИЗЛОМНУЮ ПРОЧНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС, РАБОТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ ЛОКАЛЬНОГО КОНТАКТА

© 2009 г. В.И. Короткин, Е.М. Колосова, Д.Ю. Сухов

Научно-исследовательский институт механики и прикладной математики им. Воровича И.И. Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный Федеральный Университет»

Research Institute of Mechanics and Applied Mathematics of the Federal state educational establishment of the maximum vocational training «Southern Federal University»

Определены изгибающие напряжения в основании зубьев цилиндрических эвольвентных колёс, находящихся под действием сосредоточенной силы. Это первый шаг к определению изгибной прочности эвольвентных зубьев с продольной модификацией поверхностей (ПМП-зубьев), работающих в условиях теоретически точечного, а практически локального контакта подобно зубьям передач Новикова. Исследования проведены с помощью разработанной конечноэлементной модели в среде ANSYS. С учётом эффективных напряжений, отвечающих за разрушение материала зубьев, разработаны графики и аппроксимационные зависимости для определения приведенного объёмного коэффициента формы ПМП-зубьев в широком диапазоне геометрических параметров. При этом показана возможность использования известных нормальных допускаемых изгибных напряжений, установленных для обычных (немодифицированных) зубьев эвольвентных передач с теоретически линейным контактом.

Ключевые слова: изгибная прочность; моделирование; конечные элементы; коэффициент формы зуба; эффективное напряжение; нагрузочная способность.

This paper dedicated to bending stresses determination in the base region of cylindrical involute gearing tooth with point force load applied. This is a first step to bending stresses determination of longitudinal surface modified involute teeth (LSM-teeth) that work under conditions of theoretically pointed but practically localized contact as could be seen in Novikov gearing. The study was conducted in ANSYS analysis environment with FEM model constructed. A graphics and approximating dependences were made taking into account von Mises (equivalent) stresses that are responsible of tooth material destruction. The graphics and dependences presented are suited for determination of normalized volumetric form coefficient of teeth with longitudinal modification in a wide geometric parameters' range. Additionally, the possibility of utilization of known normal allowable bending stresses determined for usual (unmodified) involute gearing teeth with presence of theoretically linear contact is shown.

Keywords: bending strength; modeling; finite elements; tooth shape coefficient; effective stress; load-carrying capacity.

Известно, что цилиндрические эвольвентные передачи, обладающие малой чувствительностью к радиальным технологическим погрешностям (отклонениям фактического межосевого расстояния от номинального и т. д.), в то же время весьма чувствительны к погрешностям углового типа – таким, как непараллельность и перекос осей колёс передачи, погрешность направления линии зуба и др. Данный недостаток эвольвентных передач является следствием теоретически линейного контакта сопряжённых зубьев колёс, ограничивающего число степеней свободы зубчатого механизма в сравнении с теми случаями, когда контакт парных зубьев носит теоретически точечный (а практически локальный) характер. Упомянутые погрешности вызывают кромочный контакт, приводящий у торцов зубчатого венца к значительному «всплеску» напряжений как контактных в области самой контактной площадки, так и изгибных в основании зубьев, в результате чего существенно снижает-

ся нагрузочная способность передачи. Это обстоятельство заставляет в стандартных расчётах эвольвентных передач вводить расчётный коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий, который может достигать значительной величины (до двух и более) [1].

С целью ослабления или полного исключения кромочного контакта на практике иногда используют продольную (по длине) модификацию рабочих поверхностей зубьев (чаще одного из колёс пары), придавая им, например, слегка бочкообразную форму [2]. Следует иметь в виду, однако, что в этом случае по сравнению с идеально линейным контактом: а) возникает начальная концентрация контактных напряжений, обусловленная продольной кривизной активной поверхности зубьев; б) увеличивается изгибное напряжение у основания зубьев, что связано с переходом от плоского напряжённо-деформированного состояния к объёмному.

Модифицированные в продольном направлении (в том числе бочкообразного типа) зубья будем в общем случае называть ПМП-зубьями, т.е. зубьями с продольной модификацией поверхностей. При наличии угловых технологических погрешностей в передачах с ПМП-зубьями происходит перекачивание поверхностей зубьев в продольном направлении, а контактная площадка, имеющая в соответствии с передаваемой нагрузкой определённые продольные размеры, перемещается в сторону одного из торцов зубчатого венца. Желательно при этом, чтобы эта площадка не выходила за пределы длины зуба.

Сказанное заставляет при использовании эвольвентных передач с ПМП-зубьями решать компромиссную задачу, учитывающую взаимоисключающие факторы, а именно – назначать параметры модификации таким образом, чтобы продольная кривизна поверхностей зубьев была, с одной стороны, достаточной для предотвращения выхода площадки контакта за пределы длины зуба, с другой стороны, не слишком большой, иначе упомянутые выше начальная концентрация контактных и увеличение изгибных напряжений могут превысить те, которые возникают в обычных зубьях, работающих в условиях технологических погрешностей, в связи с чем продольная модификация теряет смысл. Иными словами, при назначении параметров модификации требуется оптимальное решение, учитывающее как компенсацию технологических погрешностей, так и необходимость обеспечения требуемой нагрузочной способности передачи.

Поставленная задача может быть выполнена только при наличии сведений о контактной и изгибной прочности ПМП-зубьев.

В этой связи следует отметить, что хотя, как говорилось выше, продольная (в частности, бочкообразная) модификация поверхностей зубьев эвольвентных передач и применяется на практике, тем не менее в литературе не приводятся научно обоснованные параметры данной модификации (величины отвода поверхностей сопряжённых зубьев, радиусов продольной кривизны и т. д.), отвечающие вышеуказанным критериям. В основном описываются те или иные технологические способы нарезания бочкообразных зубьев, сами же параметры такой модификации назначаются практически вслепую, «на-глазок», что является нерациональным, а иногда недопустимым.

Ниже рассматривается вопрос об изгибной прочности ПМП-зубьев.

Учитывая, что ПМП-зубья работают в условиях локального контакта (случай пространственной задачи), структура рабочей формулы их расчёта на изгибную прочность (опуская некоторые специфические для эвольвентных передач коэффициенты [1], не имеющие непосредственного отношения к рассматриваемому исследованию) может быть принята аналогичной структуре соответствующей формулы для зубчатых передач Новикова, также работающих в условиях локального контакта, а именно [3, 4]:

$$\sigma_F = T Y_n / (m^3 z) \leq \sigma_{FP}, \quad (1)$$

где σ_F, σ_{FP} – соответственно действующее и допускаемое напряжение; T – передаваемый вращающий момент на зубчатом колесе пары; m – модуль зацепления; z – число зубьев колеса; Y_n – коэффициент излома зуба, который, в свою очередь, выражается произведением

$$Y_n = Y_V Y_a. \quad (2)$$

Сомножитель Y_V в формуле (2) – безразмерный коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений в объёмном случае (в дальнейшем для краткости называемый коэффициентом формы зуба), представляющий собой максимальное местное напряжение в основании зуба, вызываемое единичной окружной сосредоточенной силой, приложенной к вершине бесконечно длинного зуба с модулем, равным 1 мм; Y_a – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки вдоль длины зуба, т.е. продольную протяжённость площадки контакта.

Данная статья посвящена определению коэффициента формы модифицированного эвольвентного зуба, выполненного на основе стандартного исходного контура по ГОСТ 13755-81, имеющего следующие геометрические параметры: профильный угол $\alpha = 20^\circ$, делительная головка зуба $h_a^* = 1$, радиальный зазор в паре исходных реек $c^* = 0,25$, радиус выкружки в основании зуба $\rho_f^* = 0,38$. (Здесь и далее звёздочкой помечены параметры, относящиеся к единичному модулю).

Для решения поставленной задачи разработана конечноэлементная модель в среде ANSYS.

При моделировании прежде всего необходимо было решить вопросы, связанные с параметрами и типом заделки основания упругого зуба, компенсирующими влияние отброшенной части обода зубчатого колеса, а также с рациональным количеством элементов сетки по контуру зуба. С этой целью в качестве тестовой привлечена плоская задача изгиба зуба, результаты решения которой, полученные в [5] методом конформного отображения и подтверждённые экспериментально, вошли в стандарт [1] и широко используются в расчётной практике эвольвентных передач с теоретически линейным контактом.

В результате решения плоской задачи в работе [5] получены безразмерные коэффициенты Y_{FS} формы зуба, представляющие собой максимальное местное напряжение в основании зуба, вызываемое единичной окружной погонной нагрузкой, приложенной к вершине зуба с модулем, равным 1 мм. При использовании программы ANSYS параметры заделки зуба и разбиения сетки на элементы подбирались таким образом, чтобы получаемые значения коэффициента Y_{FS} имели минимальные отличия от представленных в работе [5] в широком диапазоне геометрии зубчатых колёс, а графики распределения напряжений вдоль выкружки основания зуба имели монотонный характер, без «пиков» и резких переломов кривых.

На рис. 1 в выбранной системе координат xOy показано торцовое сечение зуба, состоящего из двух участков: эвольвентного участка 1 от точки a до точки b и сопряженного с ним участка выкружки 2 от точки b до точки c . Жёсткая заделка 3 осуществлена по линии AB длиной $3,85m$ и имеет высоту $3m$. Количество элементов сетки вдоль участка 1 принято равным 15, вдоль участка 2 – равным 30.

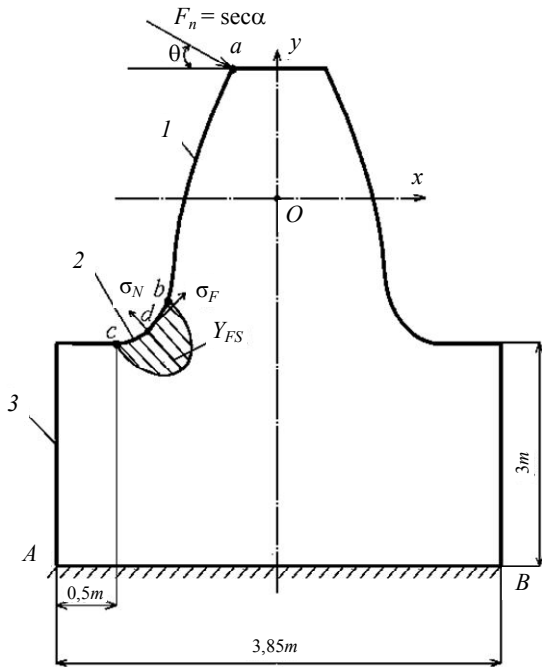


Рис. 1. Расчётная схема к решению плоской задачи изгиба эвольвентного зуба

На основании кинематического метода [6] теории зацеплений получены в параметрическом виде и использованы при моделировании уравнения эвольвенты (3) и выкружки (4):

$$\begin{cases} x_3 = A_3 \sin \varphi_3 - B_3 \cos \varphi_3; \\ y_3 = A_3 \cos \varphi_3 + B_3 \sin \varphi_3 - r, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x_B = A_B \sin \varphi_B - B_B \cos \varphi_B; \\ y_B = A_B \cos \varphi_B + B_B \sin \varphi_B - r, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$A_3 = mx^* - k + U \cos \alpha + r,$$

$$B_3 = (mx^* - k + U \cos \alpha) \operatorname{ctg} \alpha,$$

$$\varphi_3 = [U / \sin \alpha - \pi m / 4 -$$

$$-k(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) + mx^* \operatorname{ctg} \alpha] / r,$$

$$A_B = m[x^* - k^* + \rho_f^* (\sin \alpha - \sin \nu) + 0,5z_v],$$

$$B_B = m[x^* - k^* + \rho_f^* (\sin \alpha - \sin \nu)] \operatorname{ctg} \nu,$$

$$\varphi_B = -m[\pi / 4 + k^* \operatorname{tg} \alpha + \rho_f^* \cos \alpha -$$

$$-(x^* - k^* + \rho_f^* \sin \alpha) \operatorname{ctg} \nu] / r,$$

$$k = m[h_a^* + c^* - \rho_f^* (1 - \sin \alpha)].$$

Здесь делительный радиус эквивалентного прямо-зубого колеса $r = 0,5mz_v$, приведенное число зубьев эквивалентного прямозубого колеса $z_v = z / \cos^3 \beta$ (β – угол наклона зуба косозубого колеса), x^* – коэффициент смещения исходной рейки при нарезании зубьев.

Параметр U в уравнении (3) изменяется от $U_{\min} = 0$ (в точке b) до $U_{\max} = nt \operatorname{tg} \alpha + (k - mx^*) / \cos \alpha$ (в точке a приложения силы).

Параметр ν в уравнении (4) изменяется от $\nu_{\min} = \alpha$ (в точке b) до $\nu_{\max} = \pi / 2$ (в точке c).

Приложенная в точке a нормальная погонная нагрузка равна $F_n = F_t / \cos \alpha$, где F_t – погонная окружная сила; при $F_t = 1$ имеем $F_n = \sec \alpha$.

Сила F_n наклонена к оси x на угол $\theta = \alpha + \kappa$, где $\kappa = l / r$; $l = q - t$; $q = n / \cos \alpha$; $t = m(\pi / 4 + x^* \operatorname{tg} \alpha)$; $n = r \sin \mu / \sin \gamma$; $\mu = \pi / 2 - (\alpha + \gamma)$; $\gamma = \arcsin x \times [r \sin(\pi / 2 + \alpha) / r_a]$, радиус выступов зубьев $r_a = m(0,5z_v + x^* + h_a^*)$.

Тогда проекции нормальной силы на оси x и y будут:

$$\begin{cases} F_x = F_n \cos \theta; \\ F_y = -F_n \sin \theta. \end{cases}$$

Максимальное растягивающее напряжение σ_F в некоторой точке d в направлении касательной к линии выкружки (рис. 1) определялось, исходя из известного [7] инварианта напряжений на взаимно перпендикулярных площадках в заданной точке. В частности, при плоскодеформированном состоянии имеем

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_F + \sigma_N + \sigma_z, \quad (5)$$

где $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) = \nu(\sigma_F + \sigma_N)$; ν – коэффициент Пуассона.

Поскольку на свободном контуре напряжение в направлении нормали к линии выкружки $\sigma_N = 0$ (рис. 1), то в результате получаем требуемое напряжение

$$\sigma_F = \sigma_x + \sigma_y, \quad (6)$$

которое при единичной окружной погонной нагрузке и единичном модуле равно искомому безразмерному коэффициенту Y_{FS} формы зуба.

Расчёты проведены нами в диапазоне $-0,6 \leq x^* \leq 1,2$, $12 \leq z_v \leq 200$ при исключении вариантов, при которых возникало подрезание ножки зуба или недопустимое уменьшение его толщины по вершине.

Результаты расчётов Y_{FS} , выполненные при модуле упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа и $\nu = 0,3$ для вариантов, взятых из работы [5], приведены в таблице.

Таблица результатов

z_v	x^*	Y_{FS}		$\Delta Y_{FS}, \%$	S	$\Delta S, \%$	Y_V	$(\sigma_F)_e$	Φ_F
		по [5]	ANSYS						
30	-0,5	4,67	4,69	+0,4	4,591	-2,1	0,989	0,922	1,048
40		4,24	4,28	+0,9	4,224	-1,3	0,921	0,847	1,035
60		3,93	3,95	+0,5	3,890	-1,5	0,856	0,790	1,039
25	-0,2	4,39	4,34	-1,1	4,238	-2,4	0,891	0,832	1,051
30		4,14	4,16	+0,5	4,071	-2,1	0,868	0,806	1,046
40		3,90	3,95	+1,3	3,879	-1,8	0,837	0,779	1,047
60		3,82	3,77	-1,3	3,687	-2,2	0,811	0,754	1,047
17	0	4,30	4,39	+2,1	4,309	-1,8	0,864	0,787	1,024
20		4,12	4,21	+2,2	4,152	-1,4	0,851	0,777	1,028
25		3,96	4,03	+1,8	3,963	-1,7	0,833	0,772	1,042
30		3,86	3,92	+1,6	3,830	-2,3	0,814	0,761	1,052
40		3,75	3,78	+0,8	3,730	-1,3	0,803	0,745	1,044
60		3,73	3,69	-1,1	3,634	-1,5	0,791	0,728	1,035
14	+0,2	4,05	4,13	+2,0	4,047	-2,0	0,803	0,739	1,036
17		3,97	3,99	+0,5	3,916	-1,9	0,798	0,732	1,032
20		3,90	3,89	-0,3	3,832	-1,5	0,792	0,724	1,028
25		3,81	3,80	-0,3	3,712	-2,3	0,784	0,728	1,045
30		3,75	3,73	-0,5	3,658	-1,9	0,780	0,725	1,046
40		3,68	3,67	-0,3	3,609	-1,7	0,778	0,717	1,037
60		3,68	3,62	-1,6	3,539	-2,2	0,776	0,716	1,039
12	+0,5	3,55	3,65	+2,8	3,546	-2,8	0,728	0,679	1,049
17		3,59	3,56	-0,8	3,490	-2,0	0,734	0,682	1,046
20		3,58	3,54	-1,1	3,463	-2,2	0,739	0,686	1,044
25		3,60	3,52	-2,2	3,456	-1,8	0,744	0,690	1,043
30		3,61	3,52	-2,5	3,442	-2,2	0,745	0,689	1,040
40		3,62	3,51	-3,0	3,433	-2,2	0,753	0,693	1,035
60		3,63	3,52	-3,0	3,404	-3,3	0,755	0,703	1,047
12	+0,8	3,08	3,18	+3,2	3,111	-2,2	0,690	0,641	1,046
20		3,25	3,25	0	3,182	-2,1	0,709	0,657	1,041
25		3,33	3,28	-1,5	3,218	-1,9	0,717	0,655	1,027

Как следует из таблицы, разница ΔY_{FS} между значениями Y_{FS} , вычисленными по программе ANSYS и по [5], невелика, что позволило при определении объёмного коэффициента Y_V формы зуба сохранить параметры заделки и тем самым обеспечить возможность обоснованного сопоставления напряжённого состояния обычных (немодифицированных) и ПМП-зубьев.

На рис. 2 в выбранной системе координат показан прямой эвольвентный зуб с выкружкой, нагруженный достаточно удалённой от его торцов сосредоточенной нормальной силой.

При построении конечноэлементной модели использовано свойство симметрии задачи относительно плоскости xOy . Конечноэлементное разбиение сгу-

щалось вдоль выкружки, где экспериментально наблюдается пик растягивающих напряжений. Для модели был выбран квадратичный элемент SOLID 95. Разбиение торцевой поверхности транслировалось вдоль оси z тела регулярным образом.

Поскольку в заданной точке переход от напряжений σ_x, σ_y к напряжениям σ_F, σ_N осуществляется простым поворотом кубика напряжённости вокруг оси z и не приводит к изменению σ_z , то справедливо соотношение (6), которое при единичных окружной силе и модуле даёт искомый объёмный коэффициент Y_V формы зуба, результаты расчёта которого приведены в таблице.

Для дополнительной проверки правильности расчётов использовано доказанное в [8] утверждение о

том, что площадь S эпюры напряжений зуба вдоль оси z от сосредоточенной силы равна напряжению при плоском изгибе, т.е.:

$$Y_{FS} = S = \int_{-\infty}^{\infty} Y_{Vz} dz.$$

В таблице приведена разница ΔS между значениями S и Y_{FS} , вычисленными в программе ANSYS при продольной протяжённости половины контролируемой границы, равной пяти модулям. (Увеличение этой протяжённости до девяти модулей не приводило к заметному уточнению результатов). Как видим, эта разница достаточно мала, что является дополнительным подтверждением правильности расчётов.

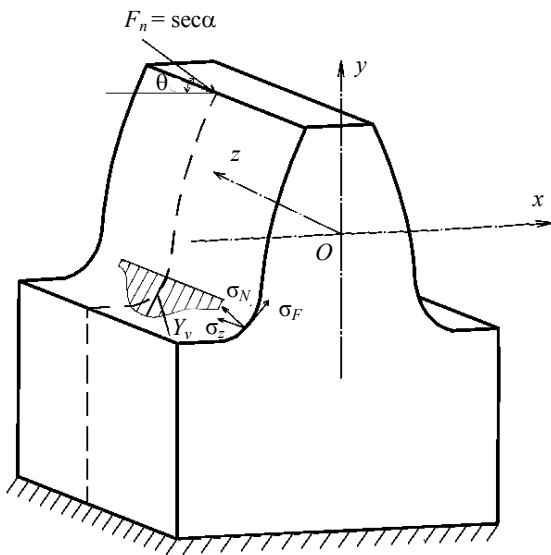


Рис. 2. Расчётная схема к решению пространственной задачи изгиба прямого эвольвентного зуба

На рис. 3, 4 представлены примеры компьютерных графиков распределения напряжения Y_V соответственно вдоль выкружки и его максимального значения вдоль длины зуба для варианта $z_v = 30$, $x^* = -0,2$.

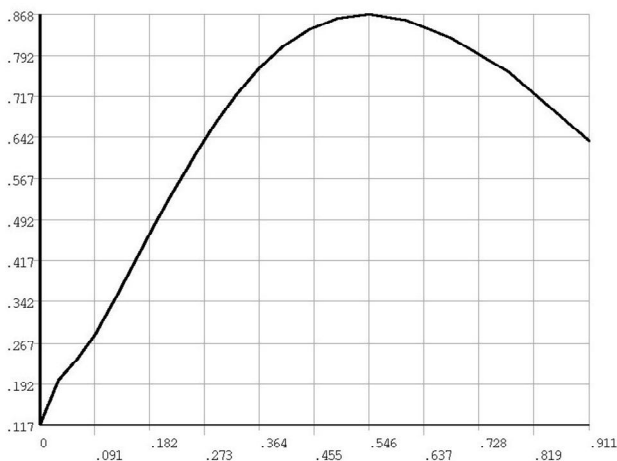


Рис. 3. Пример компьютерного графика распределения объёмного коэффициента Y_V формы зуба вдоль выкружки зуба для зубчатого колеса с $z_v = 30$, $x^* = -0,2$

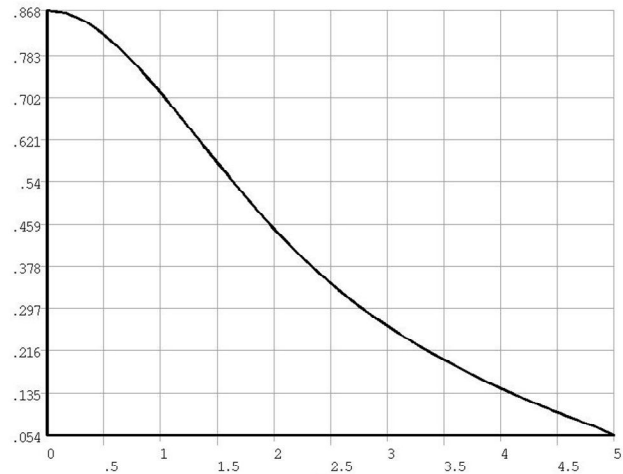


Рис. 4. Пример компьютерного графика распределения максимального объёмного коэффициента Y_V вдоль длины зуба для зубчатого колеса с $z_v = 30$, $x^* = -0,2$

Изложенное выше основывалось на рассмотрении растягивающих напряжений в выкружке зуба и определении соответствующего объёмного коэффициента Y_V формы зуба. В своё время было показано [9, 10], что в случае сложного напряжённого состояния критерием, определяющим опасность разрушения материала зуба, является эффективное (эквивалентное) напряжение, которое в соответствии с энергетической теорией прочности равно [7]

$$(\sigma_F)_e = \left[0,5 \left((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right) + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]^{0,5},$$

где символом τ обозначены соответствующие касательные напряжения по площадкам.

Тогда условие изгибной прочности зуба запишется в виде

$$(\sigma_F)_e \leq (\sigma_{FP})_e, \quad (7)$$

где $(\sigma_{FP})_e$ – допускаемое эффективное напряжение.

Из работы [1] известны величины допускаемых нормальных напряжений σ_{FP} , установленные для эвольвентных зубьев, работающих при теоретически линейном контакте, т.е. находящихся в условиях плоского напряжённо-деформированного состояния. Для того чтобы иметь возможность в инженерной практике расчёта ПМП-зубьев использовать известные нормальные допускаемые напряжения σ_{FP} , необходимо перевести их в эффективные, что, согласно [7], даст:

$$(\sigma_{FP})_e = \sigma_{FP} \sqrt{1 - \nu + \nu^2}. \quad (8)$$

Теперь на основании (1), (7) и (8) можно записать:

$$\sigma_F = T Y_{ue} / (m^3 z) \leq \sigma_{FP}, \quad (9)$$

где приведенный объёмный коэффициент Y_{ue} излома выражается через приведенный объёмный коэффициент Y_{Ve} формы зуба как

$$Y_{ue} = Y_{Ve} Y_a,$$

а последний равен

$$Y_{Ve} = (\sigma_F)_e / \sqrt{1 - v + v^2}.$$

Связь между приведенным Y_{Ve} и базовым Y_V объёмными коэффициентами формы зуба может быть выражена зависимостью

$$Y_{Ve} = Y_V \phi_F,$$

где множитель ϕ_F , как показали исследования, при сложном напряжённом состоянии зависит от отношения напряжения σ_z , действующего вдоль зуба, к напряжению σ_F .

Значения $(\sigma_F)_e$ и ϕ_F также приведены в таблице.

На рис. 5 представлен полученный инженерный график для определения расчётного коэффициента Y_{Ve} в зависимости от z_v и x^* .

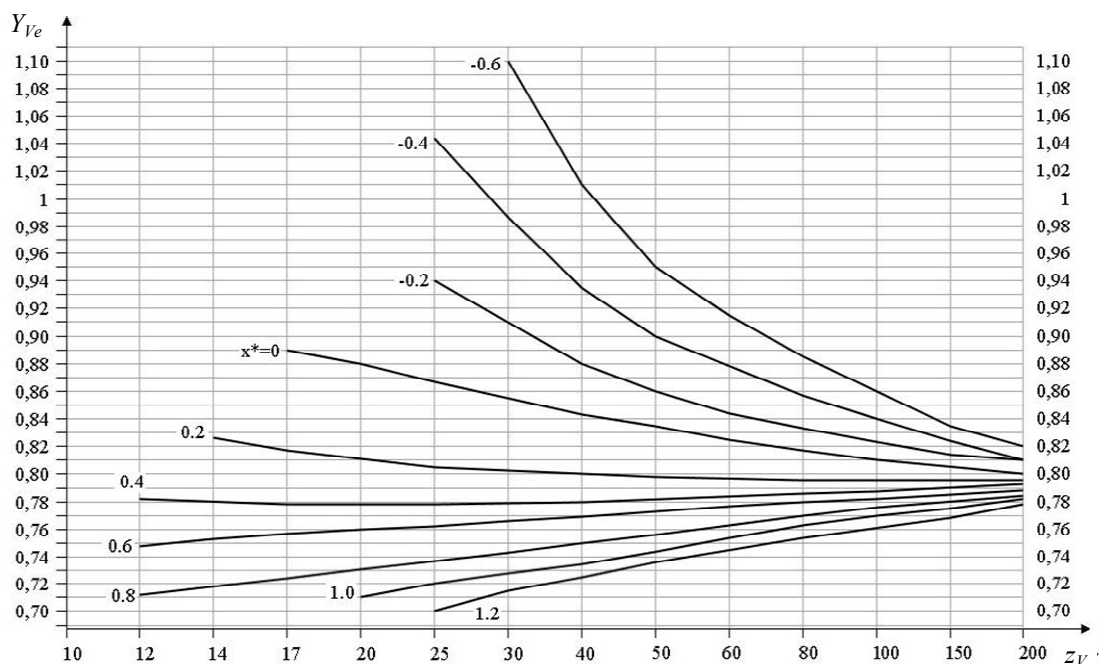


Рис. 5. Рабочий график для определения коэффициента Y_{Ve} в зависимости от параметров z_v и x^* зубчатого колеса

Наряду с графиком предложены соответствующие приближённые аппроксимационные формулы, обеспечивающие в широком диапазоне отклонение от данных графика в пределах 2 %:

— для области $-0,6 \leq x^* \leq 0$, т.е. отрицательных значений коэффициентов смещений исходной рейки

$$Y_{Ve} = 0,8 + \frac{1,53}{z_v} + \frac{160 |x^*|^{1,428}}{z_v^{1,675}}, \quad (10)$$

— для области $0 \leq x^* \leq 1,2$ т.е. положительных значений коэффициентов смещений исходной рейки

$$Y_{Ve} = 0,8 + \frac{1,53}{z_v} - \frac{1,6 \sqrt{\ln z} (x^*)^{0,613}}{z_v^{0,925}}. \quad (11)$$

Таким образом, находя коэффициент Y_{Ve} формы зуба по графику (рис. 5) или по формулам (10), (11) и подставляя его значение в формулу (9), получают расчётное напряжение изгиба ПМП-зубьев цилиндрических эвольвентных колёс, которое сравнивают с допускаемым напряжением для немодифицированных зубьев, взятым из ГОСТа [1] для соответствующих материала и термообработки.

В качестве продолжения данной работы предполагается численное (с помощью программы ANSYS) решение контактной задачи с целью определения входящего в (1) и (9) коэффициента Y_a , учитывающего распределение нагрузки вдоль длины зуба, т.е. продольную протяжённость площадки локального контакта.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ (грант 08-08-00873).

Литература

- ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. М., 1988. 125 с.
- Часовников Л.Д. Передачи зацеплением (зубчатые и червячные): 2-е изд., перераб. и доп. М., 1969. 486 с.
- Передачи зубчатые Новикова с твердостью поверхностей зубьев HB ≥ 350 . Расчет на прочность. Метод. рекомендации МР 221-86. М., 1987. 86 с.
- Короткин В.И., Онишков Н.П., Харитонов Ю.Д. Зубчатые передачи Новикова. Достижения и развитие. М., 2007. 384 с.
- Устиненко В.Л. Напряжённое состояние зубьев цилиндрических прямозубых колёс. М., 1972. 92 с.
- Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений: 2-е изд., перераб. и доп. М., 1968. 584 с.

7. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Т. 2. М., 1965. 480 с.
8. Яковлев А.С. К определению напряжений изгиба в зубьях цилиндрических передач методом граничных конечных элементов // Машиноведение. 1982. № 2. С. 89–94.
9. Ковальский Б.С. Расчет деталей на местное сжатие. Харьков, 1967. 233 с.
10. Яковлев А.С. К оценке напряжённости материала зубьев передач с зацеплением Новикова // Изв. вузов. Машиностроение. 1985. № 6. С. 13–16.

Поступила в редакцию

24 августа 2009 г.

Короткин Виктор Ильич – канд. техн. наук, доцент, заведующий лабораторией, Научно-исследовательский институт механики и прикладной математики им. Воровича И.И. Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный Федеральный Университет». Тел. (863)2227152. E-mail: korotkin@math.rsu.ru

Колосова Елена Михайловна – канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, Научно-исследовательский институт механики и прикладной математики им. Воровича И.И. Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный Федеральный Университет».

Сухов Дмитрий Юрьевич – младший научный сотрудник, Научно-исследовательский институт механики и прикладной математики им. Воровича И.И. Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный Федеральный Университет».

Korotkin Viktor Ilyich – Candidate of Technical Sciences, assistant professor, head of Laboratory, Research Institute of Mechanics and Applied Mathematics of the Federal state educational establishment of the maximum vocational training «Southern Federal University». Ph. (863)2227152. E-mail: korotkin@math.rsu.ru

Kolosova Elena Mihailovna – Candidate of Physico-Mathematical Sciences, research officer, Research Institute of Mechanics and Applied Mathematics of the Federal state educational establishment of the maximum vocational training «Southern Federal University».

Suhov Dmitry Jurjevich – junior scientist, Research Institute of Mechanics and Applied Mathematics of the Federal state educational establishment of the maximum vocational training «Southern Federal University».