УДК 539

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛЬНОЙ СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКИ С ПРИСОЕДИНЕННЫМ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИМ ДИСКОМ

А. В. Шатов

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31
E-mail: Shatov100@gmail.com

Решена задача определения основной частоты колебаний консольной сетчатой цилиндрической оболочки, к свободному краю которой прикреплен абсолютно жесткий диск. Получена формула, позволяющая найти основную частоту колебаний консольной сетчатой цилиндрической оболочки с абсолютно жестким диском на свободном краю.

Ключевые слова: частотный анализ, сетчатая цилиндрическая оболочка, силовая конструкция космического аппарата.

FUNDAMENTAL FREQUENCY OF THE CANTILEVER COMPOSITE LATTICE CYLINDRICAL SHELL WITH THE RIGID DISK

A. V. Shatov

Reshetnev Siberian State Aerospace University
31, Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation
E-mail: Shatov100@gmail.com

Free vibrations of a cantilever composite lattice cylindrical shell with the rigid disk attached to its free end are considered in the paper. The free vibration problem formulated based on these equations is reduced to a transcendental equation.

Keywords: frequency analysis, lattice cylindrical shell, load-bearing unit of spacecraft.

Сетчатые цилиндрические оболочки, используемые как корпуса космических аппаратов [1], подвергаются значительным динамическим нагрузкам, возникающим при полете ракетного носителя. Поэтому определение частот и форм колебаний сетчатых оболочек должно быть важной частью анализа таких конструкций.

При проектировании космического аппарата для определения основной частоты колебаний сетчатого корпуса с прикрепленным к нему оборудованием используется упрощенная расчетная модель. Такой моделью является консольная сетчатая цилиндрическая оболочка, на свободном краю которой находится абсолютно жесткий диск. Масса этого диска такова, что создаваемый ею относительно закрепленного края оболочки момент инерции, равен моменту инерции оборудования космического аппарата относительно этого же края.

В работе получено решение задачи об определении основной частоты колебаний консольной сетчатой цилиндрической оболочки с присоединенным абсолютно жестким диском. Сетчатая структура оболочки, состоящая из спиральных и кольцевых ребер, была заменена сплошной структурой с осредненными жесткостными параметрами. Полубезмоментная теория ортотропных цилиндрических оболочек была использована для формирования уравнений движения оболочки. Получена формула (1), позволяющая найти основную частоту колебаний консольной сетчатой цилиндрической оболочки с абсолютно жестким диском на свободном краю, масса которого заметно превышает массу сетчатой оболочки. Используя метод конечных элементов была выполнена успешная верификация результатов, полученных с помощью предложенного способа вычисления основной частоты колебаний рассматриваемой оболочки.

$$\omega = \sqrt{\frac{B_{33}}{m}\frac{R}{l}\frac{\pi}{1+\frac{1}{3}\frac{l^2}{R^2}\frac{B_{33}}{\overline{B_{11}}}}}. \qquad (1)$$

Здесь ω – круговая частота колебаний.

Таким образом, определение основной частоты колебаний рассматриваемой оболочки сводится к непосредственному расчету с помощью формулы (1).

Основная частота колебаний оболочки ω зависят от ее размеров R и l, массы диска m и мембранных жесткостей B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{33}. Приведем формулы, позволяющие вычислить мембранные жесткости для сетчатой структуры, состоящей из двух симметричных систем спиральных ребер и системы кольцевых ребер. Спиральные ребра расположены под углами $\pm\phi$ к продольной оси. Кольцевые ребра проходят через середины сегментов спиральных ребер, расположенных между точками их пересечения. Число спиральных ребер одного направления равно n_s. Спиральные и кольцевые ребра сетчатой структуры имеют одинаковую высоту h (рис. 1). Ширина спиральных ребер и кольцевых ребер равна δ_s и δ_r соответственно (рис. 1). Материал спиральных ребер обладает модулем упругости E_s. Модуль упругости материала кольцевых ребер равен E_r. Мембранная жесткость $\overline{B_{11}}$ определяется формулой $\overline{B_{11}} = B_{11} - \frac{B_{12}^2}{B_{22}}$. Входящие в нее осредненные жесткости B_{11}, B_{12} и B_{22}, вычисляются с помощью следующих выражений [2; 3]:

$$B_{11} = 2\frac{B_S}{a_S}\cos^4\phi, \qquad B_{12} = 2\frac{B_S}{a_S}\cos^2\phi\sin^2\phi, \qquad B_{22} = 2\frac{B_S}{a_S}\sin^4\phi + \frac{B_r}{a_r}. \qquad (2)$$

Формула для определения жесткости B_{33} имеет вид

$$B_{33} = 2\frac{B_S}{a_S}\cos^2\phi\sin^2\phi. \qquad (3)$$

Величины B_s и B_r, входящие в равенства (2) и (3) представляют собой осевые жесткости спиральных и кольцевых ребер. Эти жесткости определяются по следующим формулам

$$B_s = E_s h\delta_s, \qquad B_r = E_r h\delta_r. \qquad (4)$$

Величины a_s и a_r из равенств (2) и (3) являются расстояниями между спиральными и кольцевыми ребрами (рис. 1). Они вычисляются следующим образом

$$a_s = \frac{2\pi R}{n_S}\cos\phi. \qquad a_r = \frac{\pi R}{n_S \mathrm{tg}\phi}. \qquad (5)$$

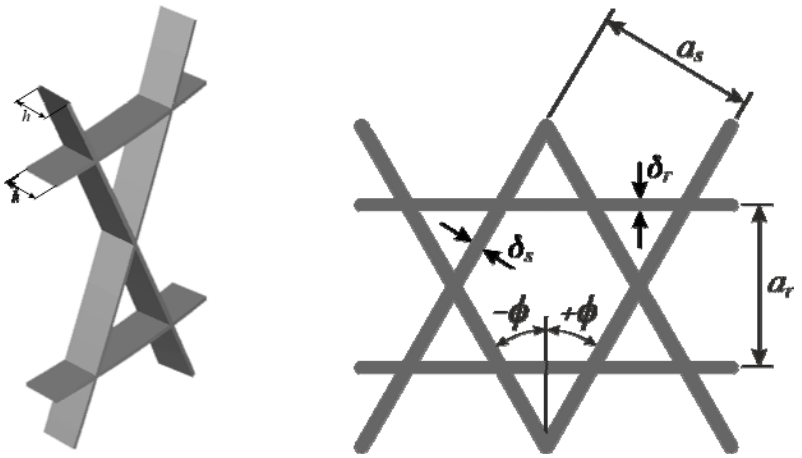


Рис. 1. Размеры сетчатой структуры

Характерные формы основного тона колебаний для оболочек с $\phi = 30^{o}$, $n_s = 60$ и $l = 2$ м, 3 м показаны на рис. 2. Максимальная относительная погрешность между значениями основной частоты колебаний, полученными с помощью формулы (1) и конечно-элементным решением не превышает 4 %. Выполненная верификация подтверждает эффективность предложенного способа определения основной частоты колебаний консольной сетчатой цилиндрической оболочки с прикрепленным абсолютно жестким диском. Конечно-элементный анализ проводился с использованием пакета MSC Nastran [4].

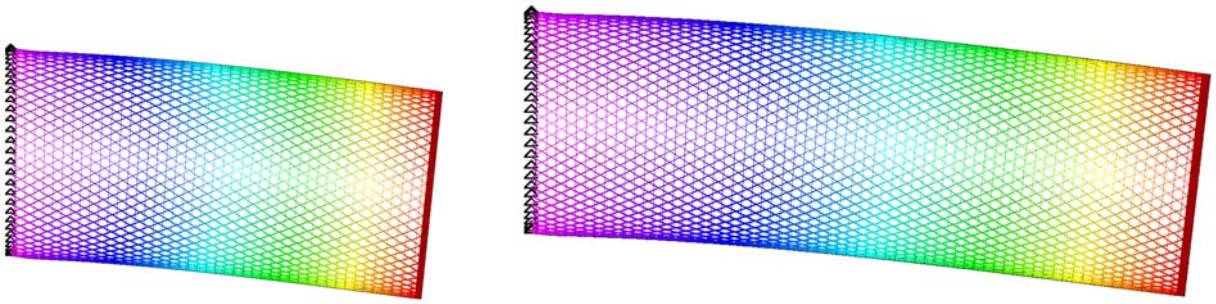


Рис. 2. Характерные формы основного тона колебаний
для оболочек с $\phi = 30^{o}$, $n_s = 60$ и $l = 2$ м, 3 м

Библиографические ссылки

1. Vasiliev V. V., Razin A. F. Anisogrid composite lattice structures for spacecraft and aircraft applications // Composite Structures. 2006. Vol. 76, p. 182–189.

2. Vasiliev V. V. Mechanics of composite structures. Washington: Taylor & Francis; 1993.

3. Vasiliev V. V., Morozov E. V. Advanced mechanics of composite materials and structural elements, 3rd ed. Amsterdam: Elsevier; 2013.

4. MSC Nastran. Quick reference guide.USA: MSC.Software Corporation; 2011.

© Шатов А. В., 2016