

Маяцкая Ирина Александровна

Mayatskaya Irina A.

Ростовский государственный строительный университет

Rostov State University of civil engenering

Доцент / Associate Professor

Кандидат технических наук

E –mail: irina.mayatskaya@mail.ru

Демченко Борис Михайлович

Demchenko Boris M.

Ростовский государственный строительный университет

Rostov State University of civil engenering

Профессор/Professor

Кандидат технических наук

E –mail: sopromat@rgsu.ru

05.23.17 – Строительная механика

Математическое моделирование растительных объектов с помощью многоугольников Безвиконной

Mathematical modeling of vegetable objects by means of polygons Bezvikonna

Аннотация: В данном исследовании рассматриваются модели плодов вишен, яблок, груш и сливы. При построении объемных моделей использовались следующие функции: криволинейные многоугольники, синусоида, деформированная синусоида, кардиоида, улитка Паскаля.

The Abstract: In this research models of fruits of cherries, apples, pears and plums are considered. At creation of volume models the following functions were used: curvilinear polygons, the sinusoid, the deformed sinusoid, cardioid, Pascal's snail.

Ключевые слова: Модель, растительный объект, математические методы.

Keywords: The model plant object, mathematical methods.

Математическое моделирование является одним из способов познания и технического проектирования. Разработка теории и методов расчетов рабочих органов и реализуемых ими технологических процессов требует изучения геометрических параметров растительных объектов, а именно плодов [1] – [9].

Для построения объемных моделей плодов яблок, груш, сливы и вишни использовались такие кривые как криволинейные многоугольники, синусоида, деформированная синусоида, улитка Паскаля. Для описания геометрии растительного объекта необходимо получить базовый контур в плоскости OXY, а затем в аналитическую структуру включить такую функцию, которая позволит учитывать особенности формы этого объекта (плода).

В качестве базового контура используется семейство правильных криволинейных многоугольников Безвиконной при $n = 1,2$, которое описывается функцией

$$\rho = r \left(1 + \lambda \left| \sin \left(\frac{n}{2} \varphi \right) \right| \right), \quad (1)$$

где r, λ - параметры семейства; $n = 1$ – для плодов вишни, черешни и яблок, форма которых близка к шарообразной; $n = 2$ – для груш, слив и яблок ненешарообразной формы.

Различные методы определения параметра λ даны в /1/. Для плодов вишни $\lambda = 0,8; 0,9; 1,0$; для плодов груш и слив $\lambda = -0,2; -0,3; -0,4$; для плодов яблок $\lambda = 0,2; 0,4; 0,6$.

Для построения моделей можно использовать следующие функции:

$$1). \text{для плодов вишни} - \rho = r \left(1 + \lambda \left| \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right| \right),$$

2).для плодов яблок, имеющих шарообразную или удлиненную форму -

$$\rho = r(1 + \lambda|\sin(\varphi)|) \text{ или } \rho = \frac{b\eta}{2\sqrt{\sin^2 \varphi + \eta^2 \cos^2 \varphi}} (1 + \lambda|\sin(\varphi)|), \text{ где } \eta = \frac{a}{b}, \eta = 0,7, \dots, 0,8;$$

a - ширина объекта и b - его длина; $\rho = (c + d \cos \varphi)(1 + \lambda|\sin \varphi|)$, и $d = 0,5c$.

$$3). \text{для плодов сливы} - \rho = a \sin^{\frac{1}{m}} \left(\pi \left(\frac{y}{l} + 0,5 \right) \right) \quad \rho = r(1 + \lambda|\sin(\varphi)|)^{\frac{1}{m}}, m = 1,2;$$

$$4). \text{для плодов груш} - \rho = (d \cos \varphi + c)^{\frac{1}{m}} (1 + \lambda|\sin \varphi|), \rho = a \sin^{\frac{1}{m}} \left(\pi \left(\frac{y + l_k}{l} \right)^k \right), m = 3,4;$$

$$l_k = (0,25 - 0,4)l; \text{ где параметр } k \text{ определяется соотношением } k = \frac{\lg 0,5}{\lg \left(\frac{l_k}{l} \right)}. \quad (2)$$

Формирование объемных моделей этих объектов осуществляется вращением данных контуров вокруг оси ОХ. С учетом $\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$, $\varphi = \arctg \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{x}$ получаем уравнения объемных моделей, например:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= r^2 \left[1 + \lambda \left| \sin \left(\frac{1}{2} \arctg \left(\frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{y} \right) \right) \right| \right]^2, \\ x^2 + y^2 + z^2 &= r^2 \left[1 + \lambda \left| \sin \left(\arctg \left(\frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{y} \right) \right) \right| \right]^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 &= \left(c + d \cos \left(\arctg \left(\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{x} \right) \right) \right)^2 \left[1 + \lambda \left| \sin \left(\arctg \left(\frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{y} \right) \right) \right| \right]^2, \\ x^2 + y^2 &= \frac{b^2}{4} \sin^{\frac{2}{m}} \left(\pi \left(\frac{y}{l} + 0,5 \right) \right), \quad x^2 + y^2 = \frac{b^2}{4} \sin^{\frac{2}{m}} \left(\pi \left(\frac{y + l_k}{l} \right)^k \right), \\ x^2 + y^2 + z^2 &= \left(c + d \cos \left(\arctg \left(\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{x} \right) \right) \right)^{\frac{2}{m}} \left[1 + \lambda \left| \sin \left(\arctg \left(\frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{y} \right) \right) \right| \right]^2. \quad (3) \end{aligned}$$

Зная уравнения поверхности объемных моделей, можно вычислить такие характеристики как объем модели, площадь ее поверхности и осевые моменты инерции, а также определить координаты центра тяжести.

Эти геометрические характеристики могут быть использованы для более точных расчетов технологических процессов, а также при компьютерном моделировании этих процессов. Определение этих характеристик с помощью современных ЭВМ не вызывает особых трудностей.

Исследования в области моделирования растительных объектов показали, что необходимо построение математических моделей этих объектов, участвующих в технологических процессах уборки и переработки сельскохозяйственной продукции. Данные модели позволяют учитывать морфологические особенности плодов, выбрать степень приближенности к реальному объекту и вводить в уравнения поверхности необходимую информацию о геометрических параметрах.

Практическое приложение объемных моделей можно рассмотреть и в автоматизации технологических процессов уборки и переработки плодов, где одним из важных этапов является распознавание геометрической формы объекта.

Предлагается методика определения теневого контура как огибающей семейства плоских кривых, получаемых при пересечении поверхности распознаваемого объекта с плоскостями, перпендикулярными сканирующему пучку системы с оптико-электронными датчиками. Уравнение поверхности модели в подвижной системе координат определяется функцией $f(x, y, z) = 0$ и неподвижной системе координат - $f(X, Y, Z) = 0$ и координаты системы $OXYZ$ зависят от координат системы $Oxyz$:

$$\begin{aligned}x &= \alpha_{11}X + \alpha_{21}Y + \alpha_{31}Z; \\y &= \alpha_{12}X + \alpha_{22}Y + \alpha_{32}Z; \\z &= \alpha_{13}X + \alpha_{23}Y + \alpha_{33}Z, \text{ где } \alpha_{ij} - \text{направляющие косинусы.}\end{aligned}\quad (4)$$

Ось направлена параллельно сканирующему пучку системы с оптико-электронными датчиками и пространственная кривая, получаемая при пересечении поверхности $f(X, Y, Z) = 0$ с плоскостями, перпендикулярными этой оси, определяется системой уравнений: $f(X, Y, Z) = 0$ и $Z = H$. В результате получаем семейство плоских кривых $f(X, Y, H) = 0$ и уравнение огибающей получаем, исключая параметр из следующей системы: $f(X, Y, H) = 0$ и $f'_H(X, Y, H) = 0$.

Решая эти уравнения, получаем уравнение теневого контура. Отметим, что для всех растительных объектов теневой контур представляет собой замкнутую кривую. Можно учесть, что объект движется в пространстве и это искажает теневой контур.

Использование объемных моделей при автоматизации технологических процессов раскрывают возможности создания более совершенных и принципиально новых процессов при разработке автоматических средств и технологических линий уборки и переработки плодов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1.Раздорский В.Ф. Архитектоника растений[Текст]: Монография /. – М.: Советская наука, 1955.
- 2.Математическое моделирование./ Дж. Эндрюс, Р. Мак – Лоун. – М.: Мир, 1979.
- 3.Владимирский Б.М., Горстко А. Б., Ерусалимский Я. М. Математика. Общий курс [Текст]: Монография /. – СПб.: Лань, 2002.
- 4.Порев В.Н. Компьютерная графика[Текст]: Монография /. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002.
- 5.Фомин В.И. Криволинейные многоугольники и возможность их приложения к моделированию растительных объектов. [Текст] //Научные труды РИАТМа, вып.1, Ростов-на-Дону,1994. – с.63– 73
- 6.Маяцкая И.А.Разработка механико-математических моделей семян сельскохозяйственных культур, убираемых зернокомбайнами. [Текст] : автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук: 05.20.01 / И. А. Маяцкая. – Ростов н/Дону, 2000. – 22 с. :
- 7.Маяцкая И.А. Основные типы поверхностей моделей семян сельско-хозяйственных культур, убираемых зернокомбайнами. //Моделирование сельскохозяйственных объектов: Материалы Всерос. науч.-техн. семинара, 22-24 сент.- Ростов-на-Дону,1999. - с. 32-34
8. Maass P. Timmer J. Mathematical Methods in Time Series Analysis and Digital Image Processing [Текст]: Монография / Maass P. Timmer J. ,2008. – 308c.
- 9.Vossler D.L. — Exploring Analytic Geometry with Mathematica. [Текст]: Монография / Vossler D.L., 2000. – 865 c.

Рецензент: Языев Батыр Меретович, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный строительный университет, заведующий кафедрой "Сопротивление материалов".