ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

УДК 621.313.001.63

Математическая модель несимметричных режимов силовых трансформаторов с использованием понятия комплексной магнитной проницаемости

В.А. Мартынов, И.С. Снитько
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: martynov934@gmail.com, irant-kin@yandex.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса. При анализе симметричных трехфазных цепей синусоидального тока уравнение связи между комплексными фазными напряжением и током в обмотках трансформатора представляется в виде закона Ома, при этом значение комплексного сопротивления всех фаз номинального режима можно определить по паспортным данным трансформатора. При нарушении симметрии напряжения и токи ветвей трансформатора будут связаны матричными уравнениями. При этом определение элементов матрицы комплексных сопротивлений ветвей трансформатора становится проблематичным и может быть произведено только с учетом параметров магнитной системы. Это является одной из причин применения метода симметричных составляющих для расчета несимметричных режимов цепей с силовыми трансформаторами. Однако этот метод применим только для линейных систем. В связи с этим поиск теоретических подходов к определению элементов матрицы комплексных сопротивлений трансформаторов в любых несимметричных режимах с учетом насыщения магнитной цепи, потерь в стали на гистерезис и вихревые токи и несимметрии обмоток является актуальным направлением исследования.
Материалы и методы. В основу исследований положен символический метод анализа разветвленных электрических и нелинейных магнитных цепей с использованием понятия комплексной магнитной проницаемости и матричных методов, основанных на полных трехфазных схемах замещения сетевых объектов.
Результаты. Разработана математическая модель анализа нелинейных цепей, содержащих силовые трансформаторы, с учетом изменения их параметров в несимметричных режимах работы.
Выводы. Предложенная модель позволяет рассчитывать несимметричные режимы работы трансформаторов с учетом дискретности и несимметрии структуры обмоток, насыщения магнитной цепи и потерь в стали на гистерезис и вихревые токи, а также с учетом влияния технологических факторов при симметричных и несимметричных режимах работы без использования метода симметричных составляющих. Предложенные алгоритмы могут применяться для моделирования несимметричных и аварийных режимов работы энергосистем, содержащих большое количество трансформаторов, что необходимо для разработки интеллектуальных электроэнергетических сетей с активно-адаптивными связями.

Ключевые слова: символический метод, силовой трансформатор, несимметричный режим, анализ цепей, магнитная цепь, комплексная магнитная проницаемость

Mathematical model of asymmetric modes of power transformers using the concept of complex magnetic permeability

V.A. Martynov, I.S. Snitko
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: martynov934@gmail.com, irant-kin@yandex.ru

Abstract

Background. When analyzing symmetrical three-phase circuits of sinusoidal current, the equation of the connection between complex phase voltages and current in the transformer windings is represented as Ohm's law, while the value of the complex impedance of all phases of the nominal mode can be determined from the transformer nameplate data. In

© ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

the case of symmetry breaking, the voltages and currents of transformer branches will be connected by matrix equations. In this case, the determination of the complex impedance matrix elements of transformer branches becomes problematic and can only be performed if the magnetic system parameters are taken into account. This is one of the reasons for applying the method of symmetrical components to calculating the asymmetric modes of circuits with power transformers. However, this method is only applicable to linear systems, which makes it scientifically relevant to find theoretical approaches to the determination of complex impedance matrix elements of transformers in any asymmetric modes, taking into account magnetic circuit saturation, hysteresis and eddy current losses in steel, and windings asymmetry.

Materials and methods. The research is founded on the symbolic method of analysis of branched electric and nonlinear magnetic circuits using the concept of complex magnetic permeability and matrix methods based on complete three-phase equivalent circuits of network objects.

Results. A mathematical model has been developed for analyzing nonlinear circuits with power transformers taking into account changes in their parameters in asymmetric operating modes.

Conclusion. The proposed model allows calculating transformer asymmetric operation modes accounting for the discreteness and asymmetry of the winding structure, magnetic circuit saturation, and hysteresis and eddy current losses in steel, as well as the influence of technological factors in symmetrical and asymmetrical operation modes without using the method of symmetrical components. The proposed algorithms can be used to simulate asymmetric and emergency operation modes of power systems containing a large number of transformers, which is a prerequisite for the development of intelligent power networks with active-adaptive connections.

Key words: symbolic method, power transformer, asymmetric mode, circuit analysis, magnetic circuit, complex magnetic permeability

DOI: 10.17588/2072-2672.2018.6.024-031

Введение. В насыщенных силовых трехфазных трансформаторах при синусоидальных источниках электрической энергии вследствие нелинейности кривых намагничивания сталей и явления гистерезиса токи и (или) потокосцепления ветвей в общем случае несинусоидальны. В большинстве случаев это искажение не слишком велико, поэтому при расчетах кривые часто заменяют эквивалентными синусоидами. Такой подход позволяет значительно упростить вычисления и дает достаточную точность при расчете статических характеристик трансформаторов. Ниже рассматривается символический метод анализа разветвленных магнитных цепей силовых трансформаторов с синусоидальными токами и потокосцеплениями ветвей, позволяющий рассчитывать их статические характеристики с учетом дискретности и несимметрии структуры обмоток, насыщения магнитной цепи и потерь в стали на гистерезис и вихревые токи.

Методы исследования. В силовом трехфазном трансформаторе можно выделить магнитную цепь, в которой при наличии МДС образуются магнитные потоки и вдоль которой замыкаются линии магнитной индукции. Магнитная цепь состоит из элементарных объемов, представляющих собой трубки магнитного потока, ограниченные линиями скалярного магнитного потенциала с одной стороны и силовыми линиями поля с другой. Внутри элементарных объемов вектор индукции $\vec{B}$ и вектор напряженности $\vec{H}$ магнитного поля принимают усредненные значения. В общем случае магнитная цепь состоит из ферромагнитных тел, немагнитных областей, заполненных проводниками с током, и немагнитных областей без проводников. Источниками МДС являются проводники с токами и (или) постоянные магниты.

При переменных полях зависимость $B(H)$ определяется динамической петлей, которая представляет собой нечто промежуточ-

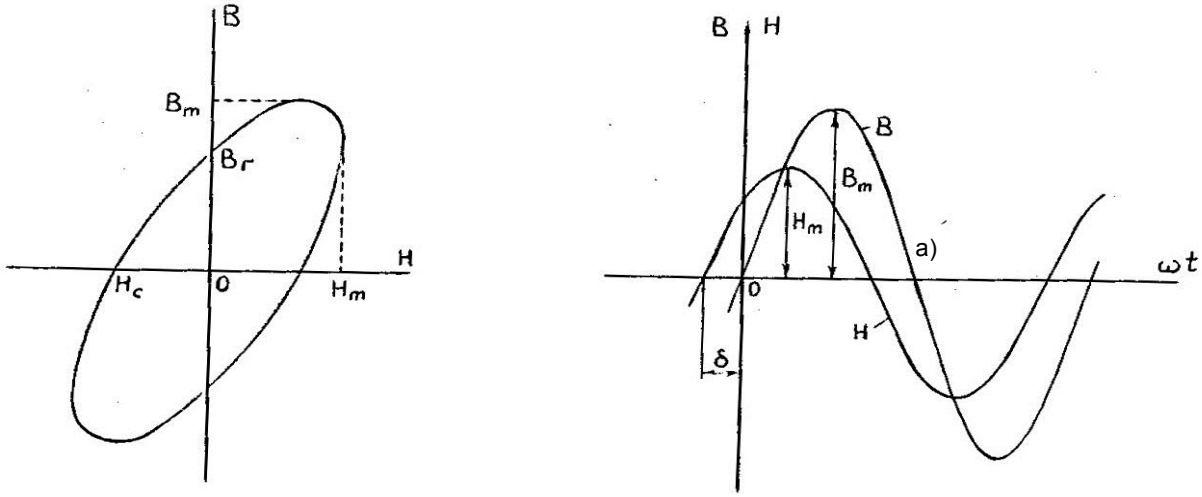


Рис. 1. Динамическая петля $B(H)$ (а) и эквивалентные синусоиды (б)

© ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

ное между эллипсом и гистерезисной петлей. При этом форма $B(H)$ меняется с изменением частоты, приближаясь при уменьшении частоты к петле гистерезиса, а при увеличении частоты – к эллипсу, вследствие развития вихревых токов [3].

Как показано в [2, 3], токи и потокосцепления ветвей трансформаторов, содержащих ферромагнитные сердечники, будут синусоидальными, если реальную динамическую петлю $B(H)$ заменить эллипсом (рис. 1). При этом площадь эллипса, равная потерям энергии в единице объема ферромагнетика за один период перемагничивания, берется одинаковой с площадью истинной кривой $B(H)$.

Мощность потерь в стали в единице объема в этом случае будет составлять [3]

$$P_0 = 0{,}5\omega H_m B_m \sin\delta, \qquad (1)$$

где H_m, B_m – амплитуды эквивалентных синусоидальных кривых напряженности и индукции магнитного поля.

Замена реальных кривых $H(t)$ и $B(t)$ эквивалентными синусоидальными позволяет представить их комплексными амплитудами $\underline{H}_m$ и $\underline{B}_m$, которые связаны соотношением

$$\underline{B}_m = \mu_0 \underline{\mu}_r \underline{H}_m, \qquad (2)$$

где $\underline{\mu}_r = \mu_r e^{-j\delta}$ – комплексная относительная магнитная проницаемость.

Величина $\underline{\mu}_r$ зависит от амплитуды индукции магнитного поля и может быть определена по формуле [3]

$$\underline{\mu}_r = \frac{\pi f B_m^2}{\mu_0 (Q_0 + jP_0) d_c}, \qquad (3)$$

где Q_0 – удельная намагничивающая мощность; P_0 – удельные потери в стали, обусловленные вихревыми токами и гистерезисом; d_c – плотность стали (отношение массы стали к ее объему).

Значения Q_0 и P_0 зависят от марки стали, способа ее намагничивания и максимального значения индукции B_m. Кривые $Q_0(B_m)$ и $P_0(B_m)$ определяются экспериментально обычно в режиме синусоидальной индукции. В качестве примера на рис. 2 приведены зависимости $Q_0(B_m)$ и $P_0(B_m)$ для стали 3411 толщиной 0,35 мм при частоте f = 50 Гц.

Так как величины B и H для магнитной цепи трансформатора принимаются синусоидальными, то тем самым для их мгновенных значений цепь предполагается линейной. Но между комплексными амплитудами $\underline{H}_m$ и $\underline{B}_m$ зависимость будет нелинейной. При этом значения этих величин в различных частях магнитопровода трансформатора заранее не известны и зависят от режима работы устройства. Как показывает анализ, с ростом индукции B_m модуль μ_r и аргумент δ комплексной магнитной проницаемости электротехнических сталей плавно уменьшаются.

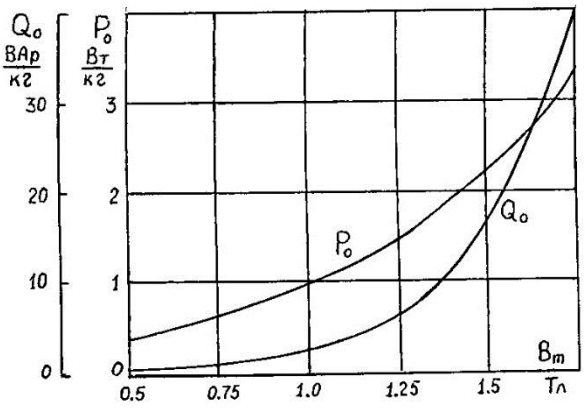


Рис. 2. Зависимости $Q_0(B_m)$ и $P_0(B_m)$ для стали 3411

При наличии в трансформаторе проводников с токами, как показано в [4], их можно представить в виде токовых нитей. При этом витки, образованные этими токовыми нитями, можно заменить поверхностями с магнитными диполями – магнитными оболочками [3, 4]. Каждый k-й виток с током i_k образует магнитную оболочку, которая опирается на этот виток. Плотность двойного слоя магнитных зарядов оболочки постоянна и определяется током контура i_k. Форма магнитной оболочки не влияет на результат расчета поля. При пересечении поверхности k-й магнитной оболочки скалярный магнитный потенциал φ претерпевает скачок, равный i_k.

Наложение магнитных оболочек, соответствующих проводникам с токами, на схему замещения магнитной цепи трансформатора будет соответствовать появлению источников МДС в тех ветвях схемы замещения, которые пересекут магнитные оболочки [4]. При этом МДС k-й ветви будет равна алгебраической сумме магнитных потенциалов всех оболочек, пересекающих эту ветвь. Так как формы магнитных оболочек могут быть выбраны произвольными, то и расположение источников МДС в ветвях схемы замещения может быть самым различным.

В любом трансформаторе могут быть выделены области, информация о распределении поля внутри которых несущественна при определении потокосцеплений обмоток. Это относится, главным образом, к ферромагнитным телам, обладающим свойством «собирать» магнитные потоки. Как показывают исследования [4], размеры элементарных объемов ферротел могут быть выбраны достаточно большими, при этом точность определения потокосцеплений ветвей электрических цепей трансформаторов изменится незначительно.

Заменим плавно изменяющиеся при изменении B_m значения μ_r и δ отрезками прямых. То есть будем считать, что при изменении B_m в пределах k-го отрезка $B_{mk} < B_m \le B_{mk+1}$ комплексная относительная магнитная проницае-

мость $\underline{\mu}_r$ остается неизменной, принимая некоторое усредненное значение. Тогда для комплексных амплитуд $\underline{B}_m$ и $\underline{H}_m$ уравнение (2) примет вид

$$\underline{B}_m = \mu_0 \underline{\mu}_r(\sigma_k)\underline{H}_m, \quad (4)$$

где $\underline{\mu}_r(\sigma_k)$ – комплексная относительная магнитная проницаемость, значение которой определяется номером отрезка σ_k.

Комплексные амплитуды магнитного потока $\underline{\Phi}_{mk}$ и магнитного напряжения $\underline{U}_{mk}$ k-й ветви в общем случае с учетом (4) связаны соотношением [5]

$$\underline{\Phi}_{mk} = \Lambda_k(\sigma_k)\underline{U}_{mk} + \Lambda_k(\sigma_k)\underline{F}_{mk}, \quad (5)$$

где $\underline{F}_{mk}$ – комплексная амплитуда МДС k-й ветви магнитной цепи трансформатора; $\Lambda_k(\sigma_k)$ – комплексная магнитная проводимость k-й ветви магнитной цепи.

При этом

$$\Lambda_k(\sigma_k) = \mu_0 \underline{\mu}_r(\sigma_k)\frac{S_k}{l_k}, \quad (6)$$

где l_k – длина; S_k – площадь элементарных объемов, из которых состоит магнитная цепь и в которых векторы индукции $\vec{B}$ и напряженности $\vec{H}$ магнитного поля принимают усредненные значения.

Обозначим через n число ветвей схемы замещения магнитной цепи трансформатора и введем следующие обозначения:

- $[\Phi_m]$ – матрица-столбец комплексных амплитуд магнитных потоков всех ветвей:

$$[\Phi_m] = [\Phi_{m1}\ \Phi_{m2} \ldots \Phi_{mk} \ldots \Phi_{mn}]^t;$$

- $[U_m]$ – матрица-столбец комплексных амплитуд магнитных напряжений на ветвях магнитной цепи:

$$[U_m] = [U_{m1}\ U_{m2} \ldots U_{mk} \ldots U_{mn}]^t;$$

- $[F_m]$ – матрица-столбец комплексных амплитуд источников МДС всех ветвей:

$$[F_m] = [F_{m1}\ F_{m2} \ldots F_{mk} \ldots F_{mn}]^t.$$

С учетом принятых обозначений уравнение (5) можно записать для всех ветвей в матричной форме:

$$[\Phi_m] = [\Lambda(\sigma)][U_m] + [\Lambda(\sigma)][F_m], \quad (7)$$

где $[\Lambda(\sigma)]$ – диагональная матрица комплексных магнитных проводимостей ветвей магнитной цепи, элементы которой, соответствующие k-й нелинейной ветви, определяются номером отрезка σ_k:

$$[\Lambda(\sigma)] = diag[\Lambda_1(\sigma_1) \ldots \Lambda_k(\sigma_k) \ldots \Lambda_n(\sigma_n)].$$

Комплексные амплитуды МДС ветвей схемы замещения магнитной цепи трансформатора $[F_m]$, обусловленные комплексными токами (комплексами действующих значений) ветвей электрической цепи трансформатора $[I]$, могут быть выражены через значения этих токов с помощью сингулярной матрицы преобразования $[C]$ [4]:

$$[F_m] = \sqrt{2}[C][I]. \quad (8)$$

Как известно из [1], структура матрицы $[C]$ связана с электрической и магнитной схемами замещения трансформатора: число столбцов равно числу ветвей электрической цепи, число строк равно числу ветвей схемы замещения магнитной цепи трансформатора. Элементом этой матрицы, расположенным в k-й строке и j-м столбце, является число w_k, равное количеству витков с током j-й ветви электрической цепи I_j, охватывающих k-ю ветвь схемы замещения магнитной цепи. При этом если МДС в k-й ветви, создаваемые числом витков с током I_j, совпадают с выбранным положительным направлением магнитного потока, то w_k берется со знаком «плюс». В противном случае число w_k берется со знаком «минус» [9].

В качестве примера на рис. 3,а изображена магнитная цепь трехфазного трехстержневого трансформатора, а на рис. 3,б – схема замещения его магнитной цепи, содержащая всего четыре ветви, причем ветвь с линейным элементом соответствует магнитному потоку симметричных составляющих нулевой последовательности. На рис. 3,б не показаны цепи магнитных потоков рассеяния, так как они слабо влияют на распределение магнитных потоков в стальном сердечнике и насыщение участков магнитопровода.

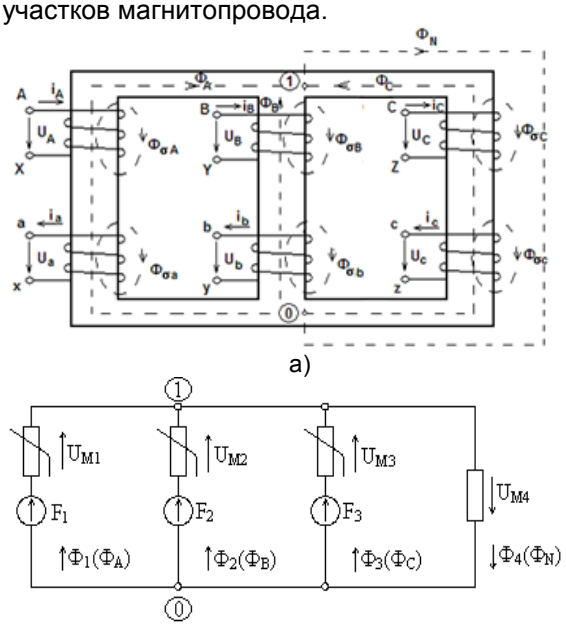


Рис. 3. Магнитная цепь трехфазного трансформатора (а) и схема замещения его магнитной цепи (б)

Для схемы замещения магнитной цепи трансформатора, приведенной на рис. 3, б, матрицы $[\Phi_m]$, $[C]$ и $[I]$ будут иметь следующую структуру:

$$[\Phi_m]=\begin{bmatrix}\Phi_{mA}\\ \Phi_{mB}\\ \Phi_{mC}\\ \Phi_{mN}\end{bmatrix};$$

$$[I]=\begin{bmatrix}\underline{I}_A & \underline{I}_B & \underline{I}_C & \underline{I}_a & \underline{I}_b & \underline{I}_c\end{bmatrix}^T;$$

$$[C]=\begin{bmatrix}w_A & 0 & 0 & -w_a & 0 & 0\\ 0 & w_B & 0 & 0 & -w_b & \\ 0 & 0 & w_C & 0 & 0 & -w_c\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

Здесь w_A – число витков фазы «А» обмотки высшего напряжения трансформатора; w_a – число витков фазы «А» обмотки низшего напряжения

Представляя магнитную цепь трансформатора дискретными линейными и нелинейными комплексными проводимостями и источниками МДС, можем перейти от значений векторов напряженности и индукции магнитного поля к скалярным значениям потока и магнитного напряжения участков магнитной цепи. Следовательно, можно использовать методы теории нелинейных и линейных цепей синусоидального тока при анализе поля в активной зоне трансформатора.

Комплексные амплитуды потокосцеплений ветвей трансформатора $[\Psi_m]$ могут быть выражены через потоки ветвей схемы замещения магнитной цепи следующим соотношением [4]:

$$[\Psi_m]=[C]^T[\Phi_m]+[L_\sigma][I], \quad (9)$$

где элементы матрицы $[L_\sigma]$ – линейные само- и взаимоиндуктивности рассеяния ветвей трансформатора, которые не входят в схему замещения магнитной цепи.

Необходимо отметить, что если в схеме замещения магнитной цепи отсутствуют ветви, соответствующие полям рассеяния, то присутствие в формуле (9) матрицы $[L_\sigma]$ является обязательным, так как при ее отсутствии коэффициент магнитной связи между катушками будет равен единице, что противоречит физическому смыслу. В качестве примера можно привести схему рис. 3, б.

С учетом (7), (8) выражение (9) можно записать в виде

$$[\Psi_m]=[C]^T[\Lambda(\sigma)][U_m]+\sqrt{2}\left([C]^T\times\right.$$
$$\left.\times[\Lambda(\sigma)][C]+[L_\sigma]\right)[I]=\sqrt{2}[L(\sigma)][I]+ \quad (10)$$
$$+[C]^T[\Lambda(\sigma)][U_m],$$

где

$$[L(\sigma)]=\left([C]^T[\Lambda(\sigma)][C]+[L_\sigma]\right). \quad (11)$$

Комплексные напряжения ветвей трансформатора $[U_E]$, обусловленные ЭДС само- и взаимоиндукции как главного поля, так и полей рассеяния, могут быть выражены через комплексные амплитуды потокосцеплений $[\Psi_m]$ [4]:

$$[U_E]=\frac{j\omega}{\sqrt{2}}[\Psi_m]=j\omega[L(\sigma)][I]+\frac{j\omega}{\sqrt{2}}[C]^T\times \quad (12)$$
$$\times[\Lambda(\sigma)][U_m],$$

где $\omega = 2\pi f$ – угловая частота электрической цепи.

Выразим в уравнении (12) комплексные амплитуды магнитных напряжений на ветвях магнитной цепи $[U_m]$ через комплексные токи ветвей электрической цепи $[I]$. Для этого составим уравнения по первому закону Кирхгофа для схемы замещения магнитной цепи:

$$[A][\Phi_m]=0, \quad (13)$$

где $[A]$ – редуцированная матрица инциденций схемы замещения магнитной цепи [4].

Комплексные амплитуды магнитных напряжений на ветвях магнитной цепи $[U_m]$ связаны с комплексными амплитудами магнитных потенциалов узлов магнитной цепи $[\varphi_m]$ соотношением [4]

$$[U_m]=[A]^t[\varphi_m]. \quad (14)$$

Подставляя в (13) выражения (14), (7) и (8), получим

$$[A][\Lambda(\sigma)][A]^t[\varphi_m]+[A][\Lambda(\sigma)]\sqrt{2}[C][I]=0. \quad (15)$$

Введем обозначение

$$[Y(\sigma)]=[A][\Lambda(\sigma)][A]^t. \quad (16)$$

Тогда из (15) с учетом (16) комплексные амплитуды магнитных потенциалов узлов магнитной цепи $[\varphi_m]$ можно выразить через комплексные токи ветвей:

$$[\varphi_m]=-[Y(\sigma)]^{-1}[A][\Lambda(\sigma)]\sqrt{2}[C][I]. \quad (17)$$

Подставляя в (12) выражение (14), с учетом (17) получим

$$[U_E]=\frac{j\omega}{\sqrt{2}}[\Psi_m]=j\omega[L(\sigma)][I]-\frac{j\omega}{\sqrt{2}}[C]^T\times$$
$$\times[\Lambda(\sigma)][A]^t[Y(\sigma)]^{-1}[A][\Lambda(\sigma)]\sqrt{2}\times \quad (18)$$
$$\times[C][I]=[Z_\mu(\sigma)][I],$$

где $[Z_\mu(\sigma)]=j\omega\left([L(\sigma)]-[C]^T[\Lambda(\sigma)][A]^t\times\right.$
$\left.\times[Y(\sigma)]^{-1}[A][\Lambda(\sigma)][C]\right)$ – квадратная матрица комплексных сопротивлений ветвей трансформатора, обусловленных переменным магнитным полем и потерями в стали.

Необходимо отметить, что элементы матрицы $[Z_\mu(\sigma)]$, как и матриц $[\Lambda(\sigma)]$, $[L(\sigma)]$ и $[Y(\sigma)]$, соответствующие k-й нелинейной ветви магнитной цепи, определяются номером отрезка σ_k аппроксимированной характеристики $\underline{\mu}_r(B_m)$ или с учетом (5), (6) $\Lambda_k(\Phi_{mk})$. Для всех m нелинейных ветвей схемы замещения

магнитной цепи будем иметь комбинацию отрезков [4]. Обозначим через [σ] одну из таких комбинаций:

$$[\sigma]=\{\sigma_1\ \sigma_2\ldots\sigma_k\ldots\sigma_m\},$$

т. е. [σ] − такой набор отрезков, когда σ_k (k = 1,…,m) берется для k-й нелинейной ветви магнитной цепи.

Если активные сопротивления всех ветвей трансформатора свести в диагональную матрицу [R], то уравнение связи между комплексными напряжениями [U] и токами ветвей [I] трансформатора примет вид

$$[U]=\left([R]+\left[Z_{\mu}(\sigma)\right]\right)[I]=\left[Z(\sigma)\right][I], \qquad (19)$$

где $\left[Z(\sigma)\right]=[R]+\left[Z_{\mu}(\sigma)\right]$ − матрица комплексных сопротивлений ветвей трансформатора, элементы которых определяются комбинацией отрезков [σ].

Если комбинация отрезков [σ] задана, то можно считать известными все элементы матрицы $\left[Z(\sigma)\right]$. Естественно, что комбинация отрезков [σ] зависит от амплитуд индукций (потоков) схемы замещения магнитной цепи и до их определения является неизвестной.

При известных значениях комплексных напряжений [U], приложенных к ветвям трансформатора, перепишем уравнение (19) в другой форме:

$$f[I]=\left[Z(\sigma)\right][I]-[U]=0,$$

и решим его кусочно-линейным методом Ньютона-Рафсона [4, 5].

Возьмем в качестве начального приближения значения комплексных токов ветвей трансформатора [$I^{(0)}$]. Этим токам будут соответствовать начальные значения амплитуд магнитных потоков [$\Phi_m^{(0)}$], начальная комбинация отрезков $\left[\sigma^{(0)}\right]$ и начальное значение матрицы $Z\left(\sigma^{(0)}\right)$. Первая итерация по методу Ньютона-Рафсона запишется в виде

$$\left[I^{(1)}\right]=\left[I^{(0)}\right]-\left[Z\left(\sigma^{(0)}\right)\right]^{-1}\left[Z\left(\sigma^{(0)}\right)\right]\left[I^{(0)}\right]+ \qquad (20)$$
$$+\left[Z\left(\sigma^{(0)}\right)\right]^{-1}[U].$$

Первые два члена в правой части равенства (20) взаимно уничтожаются. В результате получаем простую формулу:

$$\left[I^{(1)}\right]=\left[Z\left(\sigma^{(0)}\right)\right]^{-1}[U]. \qquad (21)$$

Определив токи [$I^{(1)}$], можно с учетом (7), (8), (14) и (17) определить комплексные амплитуды магнитных потоков [$\Phi_m^{(1)}$], соответствующие этим токам:

$$\left[\Phi_m^{(1)}\right]=\sqrt{2}\left[\Lambda\left(\sigma^{(0)}\right)\right]\left([1]-[A]^t\left[Y\left(\sigma^{(0)}\right)\right]^{-1}[A]\times\right.$$
$$\left.\times\left[\Lambda\left(\sigma^{(0)}\right)\right]\right)[C]\left[I^{(1)}\right],$$

где [1] – единичная матрица размерностью $n\times n$.

Модулям элементов матрицы [$\Phi_m^{(1)}$] будет соответствовать комбинация отрезков $\left[\sigma^{(1)}\right]$. Для k-й итерации, в соответствии с (21), комплексные токи ветвей определятся выражением

$$\left[I^{(k+1)}\right]=\left[Z\left(\sigma^{(k)}\right)\right]^{-1}[U]. \qquad (22)$$

При этом комбинация отрезков на (k+1)-й итерации $\left[\sigma^{(k+1)}\right]$ определится из значений амплитуд магнитных потоков, определенных по формуле

$$\left[\Phi_m^{(k+1)}\right]=\sqrt{2}\left[\Lambda\left(\sigma^{(k)}\right)\right]\left([1]-[A]^t\times\right. \qquad (23)$$
$$\left.\times\left[Y\left(\sigma^{(k)}\right)\right]^{-1}[A]\left[\Lambda\left(\sigma^{(k)}\right)\right]\right)[C]\left[I^{(k+1)}\right].$$

Итерационный процесс по (22) продолжается до тех пор, пока комбинация отрезков на (k+1)-й итерации $\left[\sigma^{(k+1)}\right]$ полностью не повторит комбинацию отрезков на итерации k, т. е. $\left[\sigma^{(k+1)}\right]=\left[\sigma^{(k)}\right]$. Таким образом, в отличие от обычного метода Ньютона-Рафсона, при использовании (22) отпадает необходимость вычисления матрицы Якоби, а точность решения зависит только от точности аппроксимации плавно изменяющихся при изменении B_m значений модуля μ_r и аргумента δ комплексной магнитной проницаемости отрезками прямых.

Как правило, расчетная схема электрической цепи содержит несколько трехфазных трансформаторов с различными схемами соединения обмоток, при этом значения комплексных напряжений [U], приложенных к ветвям трансформатора, являются неизвестными. В этом случае, очевидно, уравнения вида (19) нужно рассматривать как уравнения связи, подобно закону Ома в матричной форме для всех трансформаторов, входящих в расчетную схему. Поскольку на каждой итерации $\left[Z(\sigma)\right]$ каждого трансформатора являются известными, то анализ электрической цепи нетрудно провести одним из методов анализа цепей синусоидального тока, например методом узловых потенциалов с использованием топологических матриц. При этом токи каждого трансформатора на (k+1)-й итерации [$I^{(k+1)}$] будут определяться не по (22), а из расчета всей электрической цепи. Новые же комбинации для каждого трансформатора отрезков $\left[\sigma^{(k+1)}\right]$ на

(k+1)-й итерации определятся из значений магнитных потоков, определенных по выражению (23).

Результаты исследования. На основании данного метода была разработана математическая модель и был проведен анализ участка трехфазной сети, содержащий силовой трехфазный двухобмоточный трансформатор мощностью 1000 кВА, с номинальным напряжением обмоток 10,5/0,4 кВ при соединении обмоток звезда–звезда с нейтралью и треугольник–звезда с нейтралью в симметричном и несимметричном режимах работы.

Расчет проводился с использованием системы Mathcad. Результаты представлены в таблице.

Результаты расчета

		Токи по фазам, о.е.							
		Симметричный режим				Несимметричный режим			
		Метод симметричных составляющих		Символический метод		Метод симметричных составляющих		Символический метод	
		Д/Ун	У/Ун	Д/Ун	У/Ун	Д/Ун	У/Ун	Д/Ун	У/Ун
Обмотка ВН	A	0,999	0,998	0,985	0,9795	0,67	0,755	0,662	0,782
	B	0,999	0,998	0,984	0,9795	0,566	0,564	0,749	0,564
	C	0,999	0,998	0,984	0,9799	0,328	0,448	0,382	0,451
Обмотка НН	a	0,998	0,998	0,983	0,979	0,998	0,920	0,988	0,983
	b	0,998	0,998	0,983	0,979	0,5	0,559	0,498	0,496
	c	0,998	0,998	0,983	0,979	0,25	0,243	0,252	0,253

При использовании метода симметричных составляющих сопротивление нулевой последовательности трехстержневого трансформатора невозможно определить по паспортным данным, поэтому оно определялось приближенно [2] и принималось равным (7÷15)Z_k. Также необходимо отметить, что метод симметричных составляющих может быть использован только для линейных систем, тогда как трансформаторы являются нелинейными устройствами. Предложенный алгоритм исключает озвученные выше допущения и позволяет исключить неточности, вызванные ими.

Выводы. Предложенная модель позволяет рассчитывать несимметричные режимы работы трансформаторов с учетом дискретности и несимметрии структуры обмоток, насыщения магнитной цепи и потерь в стали на гистерезис и вихревые токи, а также влияние технологических факторов при симметричных и несимметричных режимах работы. Предложенные алгоритмы могут применяться для моделирования несимметричных и аварийных режимов работы энергосистем, содержащих большое количество трансформаторов, что необходимо для разработки интеллектуальных электроэнергетических сетей с активно-адаптивными связями.

Список литературы

1. **Крон Г.** Тензорный анализ сетей: пер. с англ. / под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. – М.: Сов. радио, 1978. – 720 с.

2. **Инкин А.И.** Электромагнитные поля и параметры электрических машин. – Новосибирск: ЮКЗА, 2002. – 462 с.

3. **Основы** теории цепей: учебник для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

4. **Мартынов В.А.** Современные модели и методы расчета нелинейных электромеханических устройств. – Иваново, 2000. – 140 с.

5. **Мартынов В.А., Голубев А.Н.** Матричные методы анализа электрических и магнитных цепей: учеб. пособие. – Иваново, 2017. – 148 с.

6. **Бравичев С.Н., Быковский В.В.** Применение понятия комплексной магнитной проницаемости при расчетах магнитных полей электрических машин // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2004. – № 2. – С. 190–193.

7. **Всережимный** моделирующий комплекс реального времени электроэнергетических систем / А.С. Гусев, Ю.В. Хрущев, С.В. Гурин и др. // Электричество. – 2009. – № 12. – С. 7–9.

8. **Peng Xiao, Yu D.C., Wei Yan**. A unified three-phase transformer model for distribution load flow calculations // IEEE Transactions on Power Systems. – March, 2006. – 21(1). – P. 153–159.

9. **Мартынов В.А., Голубев А.Н., Алейников А.В.** Применение метода переменных состояния к анализу стационарных и динамических режимов нелинейных электромагнитных устройств // Вестник ИГЭУ. – 2015. – Вып. 4. – С. 27–32.

References

1. Kron, G. *Tenzornyy analiz setey* [Tensor analysis of circuits]. Moscow: Sovetskoe radio, 1978. 720 p.

2. Inkin, A.I. *Elektromagnitnye polya i parametry elektricheskikh mashin* [Electromagnetic fields and electric machine parameters]. Novosibirsk: YuKZA, 2002. 462 p.

3. Zeveke, G.V., Ionkin, P.A., Netushil, A.V., Strakhov, S.V. *Osnovy teorii tsepey* [Fundamentals of circuit theory: a university textbook]. Moscow: Energoatomizdat, 1989. 528 p.

4. Martynov, V.A. *Sovremennye modeli i metody rascheta nelineynykh elektromekhanicheskikh ustroystv* [Modern models and methods of calculating nonlinear electromechanical devices]. Ivanovo, 2000. 140 p.

5. Martynov, V.A., Golubev, A.N. *Matrichnye metody analiza elektricheskikh i magnitnykh tsepey* [Matrix methods of analysis of electric and magnetic circuits: a study guide]. Ivanovo, 2017. 148 p.

6. Bravichev, S.N., Bykovskiy, V.V. Primenenie ponyatiya kompleksnoy magnitnoy pronitsaemosti pri raschetakh magnitnykh poley elektricheskikh mashin

© ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

[Application of the complex magnetic permeability concept to calculating of magnetic fields of electric machines]. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2004, no. 2, pp. 190–193.

7. Gusev, A.S., Khrushchev, Yu.V., Gurin, S.V., Svechkarev, S.V., Fruitchty, I.L. Vserezhimnyy modeliruyushchiy kompleks real'nogo vremeni elektroenergeticheskikh sistem [All-mode real-time simulation complex of power systems]. *Elektrichestvo*, 2009, no. 12.

8. Peng, Xiao, Yu, D.C., Wei, Yan. A unified three-phase transformer model for distribution load flow calculations. IEEE Transactions on Power Systems, March 2006, no. 21(1), pp. 153–159.

9. Martynov, V.A., Golubev, A.N., Aleynikov, A.V. Primenenie metoda peremennykh sostoyaniya k analizu statsionarnykh i dinamicheskikh rezhimov nelineynykh elektromagnitnykh ustroystv [Application of the state-variable method to the analysis of stationary and dynamic modes of nonlinear electromagnetic devices]. *Vestnik IGEU*, 2015, issue 4, pp. 27–32.

Мартынов Владимир Александрович,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологии,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 228б,
e-mail: martynov934@gmail.com
Martynov Vladimir Aleksandrovich,
Ivanovo State Power Engineering University,
Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor of the Department of Electrical Engineering and Electrotechnologies,
address: Ivanovo, Rabfakovskaya St., 34, building «V» (B), room 228b,
e-mail: martynov934@gmail.com

Снитько Ирина Сергеевна,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»,
старший преподаватель кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологии,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 221,
e-mail: irant-kin@yandex.ru
Snitko Irina Sergeyevna,
Ivanovo State Power Engineering University,
Senior Lecturer of the Department of Electrical Engineering and Electrotechnologies,
address: Ivanovo, Rabfakovskaya St., 34, building «V» (B), room 221,
e-mail: irant-kin@yandex.ru

© ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»