А.Л.Кивокурцев

Семейство экономичных алгоритмов для авиационной бесплатформенной инерциальной навигационной системы

В последние годы в авиационном приборостроении находят все более широкое применение инерциальные навигационные системы (ИНС) в бесплатформенном исполнении. Возможность построения реальных конструкций БИНС обусловлена современным уровнем развития цифровой вычислительной техники, поскольку для реализации в реальном масштабе времени сложных и точных алгоритмов функционирования требуются высокопроизводительные ЦВМ с хорошим быстродействием [1,2].

Бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) характеризуются жестким закреплением чувствительных элементов на борту ЛА. Это приводит к необходимости аналитического построения расчетной системы координат (СК) на основе информации первичных датчиков. Математические расчеты по реализации аналитической расчетной СК проводятся в бортовой ЦВМ или специализированных вычислителях. Блок гироскопов необходим для решения задач ориентации, а блок акселерометров – как для ориентации так и навигации.

Исследования, проводимые отечественными и зарубежными специалистами показали, что 80% погрешностей БИНС обусловлены погрешностью аналитического построения расчетной СК, т.е. системы ориентации [1-4]. Поэтому особую важность и актуальность приобретает проблема разработки экономичных алгоритмов вычисления параметров ориентации, предъявляющих наиболее "жёсткие" требования к характеристикам БЦВМ.

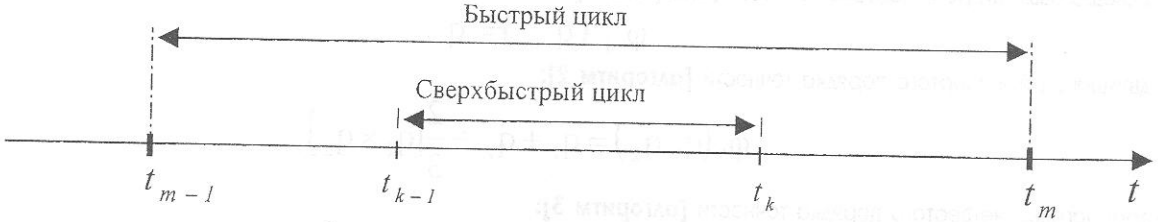
Синтез экономичных алгоритмов ориентации. Одним из путей вычисления параметров ориентации связанного базис маневренного объекта является интегрирование кинематических дифференциальных уравнений известными классическими численными методами – Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса, но этот способ приемлем для БИНС на гироскопах, измеряющих угловую скорость. Современные же БИНС используют датчики на новых физических принципах (лазерные и твёрдотельные волновые гироскопы), которые являются интегрирующими датчиками, измеряющими в момент времени t_k интегралы от проекций абсолютных угловых скоростей на соответствующие оси чувствительности (квазикоординаты):

$$\overline{q}(t_k) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \overline{\omega}(t)\,dt, \qquad (1)$$

где t_{k-1}, t_k – предыдущий и текущий моменты времени выдачи сигнала датчиком; $\overline{\omega}(t) = \begin{bmatrix}\omega_x & \omega_y & \omega_z\end{bmatrix}^T$ – проекции вектора абсолютной угловой скорости вращения связанной СК на соответствующие оси чувствительности.

Дифференцирование выходного сигнала (1) гироскопического блока по времени с последующим решением кинематических уравнений для параметров ориентации приводит к быстрому накоплению погрешностей ориентации, счисляемой в БИНС. Эта проблема привела к необходимости разработки специализированных алгоритмов ориентации БИНС, использующих в качестве сигналов первичной инерциальной информации квазикоординаты.

Наиболее эффективным решением задачи определения ориентации является разбиение процесса вычислений на циклы (сверхбыстрые) с решением в каждом из них кинематического уравнения для промежуточного параметра (рис.). В качестве таковых необходимо выбрать параметры, полностью или частично удовлетворяющие следующим требованиям [2, 3, 4]: невырождаемость при малых значениях; наименьшее число кинематических дифференциальных уравнений, требующих решения в реальном времени; наиболее простая связь с матрицей направляющих косинусов.



Циклы вычислений алгоритмов ориентации

Для уменьшения методических погрешностей следует продолжительность сверхбыстрого цикла вычисления промежуточного параметра принять равной величине дискретности снятия сигнала с блока гироскопов, поскольку за этот промежуток времени угловая скорость и ориентация изменятся незначительно.

Частота съема информации у современных гироскопических датчиков составляет 100-200 Гц. Это позволяет предположить, что за период дискретности τ угол поворота связанной СК не превысит значения π. В этом случае в качестве промежуточных параметров можно применять векторы ориентации, не опасаясь их вырождения. Снижение количества дифференциальных уравнений до трех вместо шести для матрицы направляющих косинусов позволит снизить вычислительные нагрузки БЦВМ. Переход к матрице направляющих косинусов можно осуществлять с меньшей частотой (быстрый цикл), которая, однако, также должна быть достаточной для требуемой точности решения задач ориентации и навигации[2,3].

Примем в качестве промежуточного параметра вектор ориентации Эйлера $\bar{\varphi} = \varphi \cdot \bar{e}$. Он представляет собой ось $\bar{e}$, вокруг которой необходимо совершить поворот на угол φ, чтобы связанная СК из положения в начальный момент переместилась в следующее положение. Этот процесс может быть описан матричным уравнением

$$U(t_m) = U(t_{m-1}) \cdot A(t_m), \tag{2}$$

где $A(t_m)$ - некоторый оператор вращения, переводящий связанную СК из начального положения $U(t_{m-1})$ в следующее, описываемое матрицей направляющих косинусов $U(t_m)$. Промежуток времени $t_m - t_{m-1}$ между двумя последовательными вычислениями матрицы направляющих косинусов называется *быстрым циклом*. Для вектора ориентации Эйлера оператор поворота $A(t_m)$ может быть получен по формуле

$$A(t_m) = E + \frac{sin(\varphi(t_m))}{\varphi(t_m)} \cdot \Phi(t_m) + \frac{1 - cos(\varphi(t_m))}{\varphi^2(t_m)} \cdot \Phi^2(t_m), \tag{3}$$

$$\Phi(t_m) = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_z(t_m) & \varphi_y(t_m) \\ \varphi_z(t_m) & 0 & -\varphi_x(t_m) \\ -\varphi_y(t_m) & \varphi_x(t_m) & 0 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

где $\varphi(t_m) = \sqrt{\varphi_x^2(t_m) + \varphi_y^2(t_m) + \varphi_z^2(t_m)}$ - угол поворота (модуль вектора ориентации); $\Phi(t_m)$ - кососимметрическая матрица, составленная из координат вектора ориентации.

Кинематическое дифференциальное уравнение для вектора Эйлера имеет вид

$$\dot{\bar{\varphi}}(t) = \bar{\omega}(t) + \frac{1}{2}\bar{\varphi}(t) \times \bar{\omega}(t) + \frac{1}{\varphi^2}\left(1 - \frac{\varphi \cdot sin\varphi}{2(1 - cos\varphi)}\right)\bar{\varphi}(t) \times \left(\bar{\varphi}(t) \times \bar{\omega}(t)\right), \tag{5}$$

где $\dot{\bar{\varphi}}(t)$ - локальная производная вектора ориентации.

Решение данного уравнения при интегральном характере выходных сигналов датчиков составляет основную трудность определения промежуточного параметра ориентации. В [2, 4] получено аналитическое решение уравнения (5), на основе которого предложены различные методики, позволяющие синтезировать алгоритмы различной структуры и степени точности. В них промежуточные параметры ориентации вычисляются по одношаговым и многошаговым алгоритмам. Можно получить семейство разнотипных алгоритмов, имеющих различную структуру (по организации вычислительного цикла, т.е. разгонные и без разгонные) и как следствие различное быстродействие и различную степень точности. Приведём примеры таких алгоритмов.

1) Безразгонные алгоритмы.

– одношаговый второго порядка точности **[алгоритм 1]:**

$$\varphi_1(q_1) = q_1, \tag{6}$$

– двухшаговый четвертого порядка точности **[алгоритм 2]:**

$$\varphi_2(q_1, q_2) = q_1 + q_2 + \frac{2}{3}[q_1 \times q_2], \tag{7}$$

– трехшаговые четвертого порядка точности **[алгоритм 3]:**

$$\varphi_{31}(q_1,q_2,q_3)=q_1+q_2+q_3+\frac{9}{8}[q_1\times q_3], \quad (8)$$

[алгоритм 3.1]:

$$\varphi_{32}(q_1,q_2,q_3)=q_1+q_2+q_3+\frac{9}{20}\left[(q_1-q_3)\times\left(q_3+\frac{3}{2}q_2\right)\right], \quad (9)$$

– четырехшаговый четвертого порядка точности **[алгоритм 4]:**

$$\varphi_4(q_1,q_2,q_3,q_4)=q_1+q_2+q_3+q_4+\frac{2}{3}[(q_1+q_2)\times(q_3+q_4)], \quad (10)$$

– четырехшаговый повышенной точности **[алгоритм 4+]:**

$$\varphi_{4+}(q_1,q_2,q_3,q_4)=q_2+q_2+q_3+q_3+\frac{4}{3}[(q_1\times q_3)+(q_2\times q_3)+(q_2\times q_4)], \quad (11)$$

– пятишаговый четвертого порядка точности **[алгоритм 5]:**

$$\varphi_5(q_1,q_2,q_3,q_4,q_5)=q_1+q_2+q_3+q_4+q_5-\frac{1375}{432}[q_2\times q_4]-$$
$$-\frac{1625}{864}[q_1\times q_5]+\frac{875}{216}([q_2\times q_5]+[q_1\times q_4]) \quad (12)$$

2) Разгонные алгоритмы.

– двухшаговый (с одним шагом разгонки) 3-го порядка точности **[алгоритм 6]:**

$$\varphi_2=q_2+\frac{1}{12}(q_1\times q_2), \quad (13)$$

– трёхшаговый (с двумя шагами разгонки) 4-го порядка точности **[алгоритм 7]:**

$$\varphi_3=q_3+\frac{1}{6}(q_2\times q_3)-\frac{1}{24}(q_1\times q_3). \quad (14)$$

Соотношения (2), (3), (4) для приведённых выше алгоритмов будут иметь одинаковый вид.

Таким образом, Соотношения (2), (3), (4), а так же одно из выражений из семейства (6)-(14) образуют алгоритм для определения ориентации ЛА в инерциальном пространстве по показаниям гироскопических датчиков интегрирующего типа.

Преимущества синтезированных алгоритмов: повышенная точность; значительное снижение вычислительных нагрузок на БЦВМ по причине отсутствия дифференциальных уравнений; не требуется предварительное дифференцирование выходных сигналов гироскопических датчиков; инвариантность к проблеме некоммутативности конечных поворотов; возможность решения в реальном масштабе времени.

Библиографический список

1. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. – М.: Машиностроение, 1991. – 512 с.
2. Панов А.П. Математические основы теории инерциальной ориентации. – Киев: Наукова думка, 1995. – 280 с.
3. Bortz J.E. A new mathematical formulation for strapdown inertial navigation. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, Vol. AES-7 № 1, 1971.
4. Savage P.G. Strapped-down system algorithms. Document LS-133, Pt.3, Apr. 1984.