

ЭВОЛЮЦИЯ И НОВАЦИИ В ПРОЦЕССАХ ФОРМИРОВАНИЯ СИМВОЛЬНЫХ ЯЗЫКОВ АРИФМЕТИКИ, СИМВОЛЬНОЙ АЛГЕБРЫ И ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Тарас Александрович Шиян

Кандидат философских наук

Фонд «Центр гуманитарных исследований»

В статье рассматривается формирование символического языка математики как сложного и многоуровневого семиотического процесса, в рамках которого можно выделить такие подпроцессы как формирование символического языка арифметики (базовый процесс), формирование языка символической алгебры (рефлексивный по отношению к предыдущему процессу), формирование языка логики предикатов. Формирование языка логики предикатов рассматривается, в некотором смысле, как закономерный итог и наибольшая степень развития процесса формирования языка символической алгебры. В этих процессах выделяются ключевые моменты, вызвавшие сдвиги концептуального поля математики и, в этом смысле, ставшие «революционными» моментами рассматриваемых процессов. Для процесса формирования символического языка арифметики – это появление символических обозначений операций и отношений. Для процесса формирования языка символической алгебры – это появление буквенных обозначений «неизвестных» и «известных» величин, появление понятия функции и обобщенных обозначений «известных» функций. Для процесса формирования языка логики высказываний – это трансформация «неизвестных» величин в «переменные», появление обобщенного представления отношений и появление нового типа кванторов.

Ключевые слова: семиотика, логика, математика, история математики, математическая символика, логическая символика, язык логики предикатов, символическая алгебра.

EVOLUTION AND INNOVATIONS IN THE PROCESSES OF FORMATION OF SYMBOLIC LANGUAGES OF ARITHMETIC, SYMBOLIC ALGEBRA AND PREDICATE LOGIC

Taras Aleksandrovich Shiyani

PhD in Philosophy

Foundation for Humanities

The article deals with the formation of the symbolic language of mathematics as a complex and multilevel semiotic process, in which such subprocesses as the formation of the symbolic language of arithmetic (basic process), the formation of the language of symbolic algebra (reflexive in relation to the previous process), the formation of the language of logic predicates. The formation of the predicate logic language is considered as, in a sense, a natural and final result of the development of the process of formation of the language of symbolic algebra. In these processes I highlight the key points that caused shifts of the conceptual field of mathematics and, in this sense, have become “revolutionary” moments of the processes under consideration. For the process of forming a symbolic arithmetic language these points are the appearances of symbolic notations of operations and of relations. For the process of formation of the language of symbolic algebra these points are the appearances of the letter designations of “unknown” and “known” values, the emergence of the concept of functions and of generalized designations of “known” functions. For the process of formation of the language of logic statements these points are the transformation of “unknown” values in the “variables”, the emergence of a generalized representation of relations and the emergence of a new type of quantifiers.

Keywords: semiotics, logic, mathematics, history of mathematics, mathematical symbolism, logical symbolism, language of predicate logic, symbolic algebra.

1. Введение

Неверно считать, что современное состояние науки, включая и научные языки, было чем-то изначально обреченным к изобретению или «открытию». Исторические объекты формируются во многом случайно, каждое историческое событие (в т.ч. появление инновации) открывает некоторый горизонт для новых возможностей развития, но никогда не предопределяет, каким именно это развитие будет. Это относится и к появлению семейства формализмов языка логики предикатов (ЯЛП), которое появляется во второй половине XIX в. благодаря Г. Фреге.

С одной стороны, появление ЯЛП и современной символической логики можно считать закономерным результатом процесса становления и развития языка символической математики. По крайней мере, именно в ЯЛП в наибольшей степени воплотилась тенденция алгебраизации математического языка: вслед за появлением новых типов символических обозначений возникали и обобщенные символические обозначения того же типа. Этот процесс шел во многом параллельно процессу формирования символического языка (СЯ) арифмети-

ки и является по отношению к нему метауровнем.

С другой же стороны, такой обобщенный математический язык мог принять совершенно иной вид: в силу иного хода процесса формирования СЯ арифметики, либо в силу иного хода процесса его обобщения, либо в силу иной формы нововведений Фреге. Нововведения Фреге не были предопределены предшествующим развитием, и из-за них ЯЛП можно считать обобщением СЯ алгебры очень условно.

Краткий обзор истории формирования новых типов математических обозначений, легших в основу ЯЛП, дан в статье [Шиян, 2012]. Следуя в основном установленной в ней последовательности событий, я рассмотрю сам процесс формирования СЯ алгебры с акцентом на семиотические инновации (неожиданные, и в этом смысле революционные, нововведения), заложившие возможность последующего появления ЯЛП в современном виде.

2. Символизация языка арифметики

В европейских системах письма, восходящих к греческому алфавиту, для обозначения цифр уже изначально использовались специальные знаки (буквы основного алфавита с особыми метками, позже – арабские цифры). Арифметические операции и отношения (равенство) обозначались словесно или синкопически – путем сокращенной записи слов. Между этими способами записи сложно провести границу, поскольку сокращенная запись отдельных слов – общая особенность древних и средневековых рукописных текстов. Семантически синкопическая запись ничем не отличается от развернутой словесной: синкопические обозначения специально не определяются, их смысл полностью задается языковым смыслом сокращаемого выражения. Собственно, в символьных обозначениях такой связи знака с представляемым им выражением нет, смысл знака устанавливается напрямую при помощи определения, указания или иного достаточного пояснения. Граница между синкопическими и символьными выражениями тоже не однозначна: символьное обозначение в угоду мнемоническим соображениям может выглядеть как синкопическое ($\sin$, $\log$ и т.п.), а синкопическое обозначение – может передаваться условным, небуквенным значком ($\cdot$ как сокращение для *ergo* в [Rahn, 1659]).

Начало формирования СЯ арифметики и накопления символьных обозначений совпадает с распространением книгопечатания. Условным началом этого процесса можно считать выход в 1489 г. учебника И. Видмана [Widmann, 1489], в котором впервые использовались символы «+» и «–» для сложения и вычитания. Возможно, что книгопечатание сыграло роль триггера в этом процессе в силу следующего. Во-первых, для целей печатной публикации авторские обозначения должны быть не только внутренне унифицированы, но и согласованы с возможностями типографии, что ведет к упрощению и стандартизации обозначений. Во-вторых, удачная книга получает более широкое распространение, многократно тиражируясь с минимальными изменениями, а вместе с ней распространяются и используемые в ней обозначения. Еще одной вехой развития СЯ арифметики стала книга 1557 г. Р. Рекорда, в которой появился знак равенства «=» [Recorde, 1557, p. 238].

3. Становление символьной алгебры

Основным событием, приведшим к появлению «буквенной алгебры», было добавление к СЯ арифметики буквенных обозначений (БО) для «известных» и «неизвестных» величин. Сами по себе «неизвестные» как обозначения целевой, искомой величины, использовались еще в древневосточных «математиках». Знали их и греки. Но древняя и средневековая математика, видимо, не знала их БО. Проблематика БО затрагивалась в ряде работ, в частности, в [Шиян, 2017], где обосновывается, что использовавшиеся в античности БО относятся к другим типам знаков. В математике Нового времени регулярные БО как «неизвестных», так и «известных» величин появляются в связке друг с другом: впервые это происходит в работе 1591 г. Виета [Viète, 1591], но получает признание и распространение вместе с «Геометрией» Декарта [Descartes, 1637; Cartes, 1649], чьи обозначения для «известных» и «неизвестных» мы используем до сих пор.

Современные «переменные» появляются на основе «неизвестных», но не тождественны им. Начало регулярного БО «неизвестных» лишь создало поле новых семиотических возможностей, одной из которых было появление «переменных». Но само начало формирования концепта «переменной» связано с исследованиями функций.

Появление «функций» – еще одно неожиданное нововведение. Естественным обобщением арифметических операций являются обобщенные операции в абстрактной алгебре, тогда как в концепте функции происходит «субстанциализация» действия: действия над математическими объектами превращаются в новый класс математических объектов, представляющих собой не столько некие действия, сколько зависимости между величинами. Термин «функция» появляется у Лейбница (в рукописях – с 1673 г., в печати – с 1692 г.) и подхватывается братьями И. и Я. Бернулли [Sajoгу, 1952, p. 267–268], которые впервые применили БО произвольных «функций» (в работах в «Acta eruditorum» за 1694–1697 гг.).

Изучение функции как зависимости между значениями «неизвестных» требует рассмотрения сразу всей совокупности (всех наборов) возможных значений «неизвестных» в позиции аргументов. Это ведет к трансформации понятия «неизвестная»: вместо «неизвестной» как обозначения одного или нескольких конкретных чисел, которые нужно найти при решении задачи, формируется «переменная» как знак, одновременно (но дистрибутивно, а не собирательно) представляющий все свои значения. Завершается же процесс становления переменной только с появлением кванторов в их фрегевском варианте.

4. Фреге и создание языка логики предикатов

Помимо знаков величин и действий над ними, арифметика содержала и знаки отношений между величинами. Исследования отношений величин и до Фреге (попытки построения логики отношений), но только он вводит обобщенное представление отношений и свойств, переинтерпретировав их как особого рода функции – «предикаты». Это еще один сдвиг исходного понятийного поля математики, поскольку такая интерпретация, как и в случае функций, не является обобщением в логическом смысле (пример естественного обобщения математических отношений дает теория бинарных отношений). Фрегевское понимание предиката как функции можно считать не прижившимся: оно упоминается, но уже в конце XIX в. Пеано переосмысляет предикаты как неполные высказывания, а сегодня они обычно понимаются исходным образом, как знаки свойств и отношений.

Второй инновацией Фреге стало введение кванторов. Квантификация была известна и изучалась в логике давно. В рамках силлогистики выработалось две трактовки квантификации. Первая трактовка рассматривала кванторные выражения как часть логической связки, например, в «Первой Аналитике» Аристотеля, а в формальном виде – у Лукасевича (см., например, [Лукасевич 1959]) и в стандартных современных формализациях силлогистики. Вторая интерпретация рассматривает кванторные выражения как относящиеся к терминам (обычно – к субъекту). Такое понимание сложилось в традиционной интерпретации аристотелевской силлогистики. С точки зрения синтаксиса, при второй интерпретации содержащие кванторы выражения из терминов создают новые, более сложные термины, при первой интерпретации – из терминов создают предложения. Теоретически остается третий вариант: содержащие кванторы выражения из высказываний создают новые высказывания. Это и было реализовано Фреге (если забыть о его нелепой интерпретации предложений как имен): квантифицируются переменные внутри предиката (высказывательной формы). Введение кванторов можно считать завершением процесса рождения «переменной».

С одной стороны, создание Фреге ЯЛП стало завершением шедшего с XVII в. процесса формирования символической алгебры как обобщения языка теоретической арифметики. Фрегевское построение существенным образом опирается на сложившееся ранее понятие функции и вызванную этим трансформацию «неизвестных» в «переменные». Такая преемственность соответствует эволюционному аспекту процесса формирования ЯЛП. С другой стороны, как само появление концепта функции, так и конкретная фрегевская форма ЯЛП связаны с рядом семиотических и концептуальных новаций, что составляет инновационный, «революционный» аспект данного процесса.

Литература

1. Лукасевич, 1959 – Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959.
2. Шиян, 2012 – Шиян Т.А. О становлении грамматических категорий языка логики предикатов // Логика, язык и формальные модели. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2012. С. 180–188.
3. Шиян, 2017 – Шиян Т.А. Буквенные обозначения Аристотеля и возникновение формальной логики // Аристотелевское наследие как конституирующий элемент европейской рациональности. М.: Аквилон, 2017. С. 381–398.
4. Cajori, 1952 – Cajori F. A History of Mathematical Notations. Vol. II. Chicago, 1952. [1-е изд.: Chicago, 1929.]
5. Cartes, 1649 – Cartes R. des. Geometria. Lugduni Batavorum [Leyden], 1649.
6. Descartes, 1637 – [Descartes R.]. La géométrie // [Descartes R.]. Discours de la methode. Leyde [Leyden], 1637.
7. Rahn, 1659 – Rahn J.H. Teutsche Algebra. Zurich, 1659.
8. Recorde, 1557 – Recorde R. The Whetstone of Witte. London, 1557.
9. Viète, 1591 – Viète F. In artem analyticam isagoge. Tours, 1591.
10. Widmann, 1489 – Widmann J. Behende und hübsche Rechnung auff allen Kauffmanschafftten. Leipzig, 1489 [unpaginiert].

УДК 16

ТРАНСЦЕНДЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ В СТРУКТУРЕ ТЕРМИНА КОМПЬЮТЕРНЫХ СИМУЛЯЦИЙ НАУЧНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Тимур Владимирович Хамдамов

Аспирант

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Сегодня компьютерные симуляции используются в многочисленных научно-исследовательских практиках экспериментирования, прогнозирования и построения теорий. За свой короткий исторический период, применение компьютерных симуляций оказало влия-