УДК 528.2; 530.12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И ВЫСОТ В ГЕОДЕЗИИ ПОСРЕДСТВОМ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ И СПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Вадим Федорович Канушин
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Александр Петрович Карпик
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, доктор технических наук, профессор, ректор, e-mail: rector@ssga.ru

Денис Николаевич Голдобин
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, инженер кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Ирина Геннадьевна Ганагина
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Елена Геннадьевна Гиенко
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Николай Сергеевич Косарев
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, Плахотного 10, аспирант кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования, e-mail: kosarevnsk@yandex.ru

В работе рассмотрено определение разностей потенциалов силы тяжести, необходимых для построения глобального геоида, путем высокоточных измерений силы тяжести с использованием современных гравиметров и координатных определений с помощью глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС).

Определение высокоточного глобального геоида как эквипотенциальной (уровенной) поверхности гравитационного потенциала обусловлено необходимостью создания единой отсчетной поверхности для установления глобальной системы высот.

В работе представлены результаты эксперимента по определению разности потенциалов и высот между пунктами в селе Шебалино и на перевале Семинский на территории Горного Алтая, с использованием высокоточных измерений силы тяжести и ГНСС-измерений. Разработана оптимальная методика гравиметрических измерений, сделан вывод рабочих формул и выполнена оценка влияния ошибок измерений на результат. Показано, что в условиях эксперимента для вычисления разности потенциалов и высот достаточно использовать линейные выражения (вклад нелинейной компоненты составляет величину 0,04 % от общего значения). Обоснованы требования к гравиметрическим и ГНСС-измерениям, выполняемым

с целью контроля определения разности геопотенциалов по релятивистскому смещению частоты квантовых генераторов.

Кроме этого, выполнено тестирование глобальной модели гравитационного поля Земли EIGEN-6C4 по данным геометрического нивелирования и ГНСС-измерений на территории Горного Алтая. Полученное расхождение аномалий высоты, равное 21 см, соответствует оценкам точности данной модели, выполненных для других территорий Земли.

Ключевые слова: гравитационный потенциал, гравиметрическая съемка, ГНСС-измерения, геодезические и нормальные высоты, модель гравитационного поля Земли EIGEN-6C4, релятивистский геоид, глобальная система высот.

THE DEFINITION OF GRAVITY POTENTIAL AND HEIGHTS DIFFERENCES IN GEODESY BY GRAVIMETRIC AND SATELLITE MEASUREMENTS

Vadim F. Kanushin
Siberian State University of Geosystems and Technology, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph. D., docent of physical geodesy and remote sensing department, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Alexander P. Karpik
Siberian State University of Geosystems and Technology, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph. D., rector, e-mail: rector@ssga.ru

Denis N. Goldobin
Siberian State University of Geosystems and Technology, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., engineer of physical geodesy and remote sensing department, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Irina G. Ganagina
Siberian State University of Geosystems and Technology, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph. D., the head of physical geodesy and remote sensing department, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Elena G. Gienko
Siberian State University of Geosystems and Technology, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., Ph. D., docent of physical geodesy and remote sensing department, e-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

Nikolay S. Kosarev
Siberian State University of Geosystems and Technology, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., post-graduate student, department of physical geodesy and remote sensing, e-mail: kosarevnsk@yandex.ru

The determination of the gravity potential differences required to build a global geoid by high-precision measurements of gravity using modern gravimeters and coordinate definitions by global navigation satellite systems (GNSS) has been done.

The relevance of this work is that the determination of accurate global geoid as equipotential surface of the gravitational potential needed to a common reference surface for establishing the global height system.

The paper presents the results of experiments by definition of potential and heights differences between points in the village Shabalin and on the Seminsky pass in the Altai Mountains, using high-precision measurements of gravity and GNSS measurements. The optimal technique of gravimetric measurements is developed, the working formulas are derived, and the estimation of the influence of measurement errors on the results is produced. It is shown that under the experimental conditions to calculate the potential difference and the heights is enough to use linear expressions (the contribution of the nonlinear components is equal to 0.04% of the total value). Substantiation requirements for gravimetric and GNSS-measurements to control the determination of the difference between potential by the relativistic shift of the quantum oscillators frequency is given.

In addition, testing global models of gravitational field of the Earth EIGEN-6C4 according to geometric levelling and GNSS measurements on the territory of Gorny Altai has been done. The obtained differences of height anomalies, equals 21 cm, corresponds to the estimated accuracy of this model that were made for other areas of the Earth.

Key words: gravity potential, gravimetric survey, GNSS-measurements, geodetic and geometric height, global model of gravitational field of the Earth EIGEN-6C4, relativistic geoid, global system heights.

Введение

Данное исследование представляет собой необходимый раздел решения глобальной проблемы современной геодезии – определение высокоточного релятивистского геоида. Модель геоида с учетом геодезической высоты, полученной из измерений полностью релятивистской глобальной спутниковой системы, даст возможность определить нормальную высоту с миллиметровой точностью в реальном масштабе времени [1–5]. Такая точность позволит отказаться от трудоемких и дорогостоящих работ по наземному геометрическому нивелированию. В результате будет разработана наиболее точная на данный момент развития науки четырехмерная фундаментальная система пространственно-временных координат, направленная на решение задач геодезии и навигации с учетом релятивистских эффектов и гравитационного поля Земли.

Обычно разность потенциалов между двумя точками на физической поверхности Земли определяется из гравиметрических измерений и геометрического нивелирования. Недостатком данного метода является то, что практически невозможно соединить эти две точки в случае, если они расположены на удаленном расстоянии на разных континентах, потому что морская топографическая поверхность, разделяющая их, не является эквипотенциальной поверхностью. Другой метод определения разности потенциалов между двумя точками – метод Стокса или метод Молоденского. Однако метод Стокса дает приближенное решение из-за требования размещения измеренной силы тяжести на геоиде, что приводит к очевидным ошибкам. Метод Молоденского сложен и определяет математическую поверхность – квазигеоид. Переход от квазигеоида к геоиду практически невозможен, это опять приводит к проблеме при вычислении разности потенциалов двух точек, расположенных на разных континентах.

Таким образом, применение традиционного подхода для создания единой глобальной системы высот (с адекватной точностью) невозможно. Для решения этой проблемы A. Bjerhammar [6] предложил определять разность геопотенциала между любыми двумя точками с помощью двух точных часов, расположенных в этих точках, используя эффект «замедления времени вблизи массивных тел», который в рамках общей теории относительности формально рассматривается в виде следующего выражения:

$$\frac{f_1 - f_2}{f_1} = \frac{1}{c^2} \cdot (W_1 - W_2), \quad (1)$$

где f_1 и f_2 – частоты мобильного стандарта частоты и времени; c – скорость света; W_1 и W_2 – гравитационные потенциалы в точках 1 и 2 соответственно.

В данном исследовании предусмотрено проведение высокоточных гравиметрических и ГНСС-измерений на пунктах в селе Шебалино и на перевале Семинский на территории Горного Алтая, с целью получения разности потенциалов силы тяжести и высот для тестирования и последующего изучения новой релятивистской модели глобального геоида с наивысшей на данный момент точностью.

В рамках этой цели авторами поставлены следующие задачи:

1) разработать оптимальную методику высокоточных гравиметрических измерений для определения разности потенциалов силы тяжести;

2) выполнить необходимые гравиметрические измерения и вычисления приращения силы тяжести между пунктами в селе Шебалино и на перевале Семинский на территории Горного Алтая;

3) выполнить обработку и проанализировать результаты измерений;

4) выполнить необходимые ГНСС-измерения и их обработку, получить геодезические высоты пунктов в системе ITRF2008, определить разности потенциалов силы тяжести между пунктами в селе Шебалино и на перевале Семинский;

5) произвести оценку точности новой глобальной модели гравитационного поля Земли EIGEN-6C4 [7] на территории Горного Алтая по данным ГНСС-измерений и геометрического нивелирования.

1. Гравиметрические измерения и их обработка

Для определения значения силы тяжести использовался гравиметр Scintrex CG-5 Autograv канадского производства [8]. Этот гравиметр зарекомендовал себя как надежный и высокоточный прибор с автоматизированным отсчитыванием и с возможностью записи результатов измерений в памяти прибора. Единичное измерение гравиметра представляет собой среднее значение из шести измерений в течение 1 секунды, стандартное отклонение единичного измерения менее 5мкГал. Внутреннее программное обеспечение позволяет накапливать

измерения на пункте за заданный период времени и определять среднее значение. В представленном исследовании авторами использован период накопления измерений, равный 60 секундам.

Лабораторные исследования гравиметра (суточные непрерывные измерения) показали следующие результаты:

- среднее квадратическое отклонение – ±1,5 мкГал,
- смещение нуль-пункта – 14 мкГал.

Гравиметрические измерения выполнены единым рейсом (рис. 1). В качестве исходного пункта принят гравиметрический пункт 1-го класса «СГГА» № 0165, расположенный в гравиметрической лаборатории СГУГиТ, на котором ранее выполнены многократные измерения абсолютного значения силы тяжести (гравиметр ГБЛ).

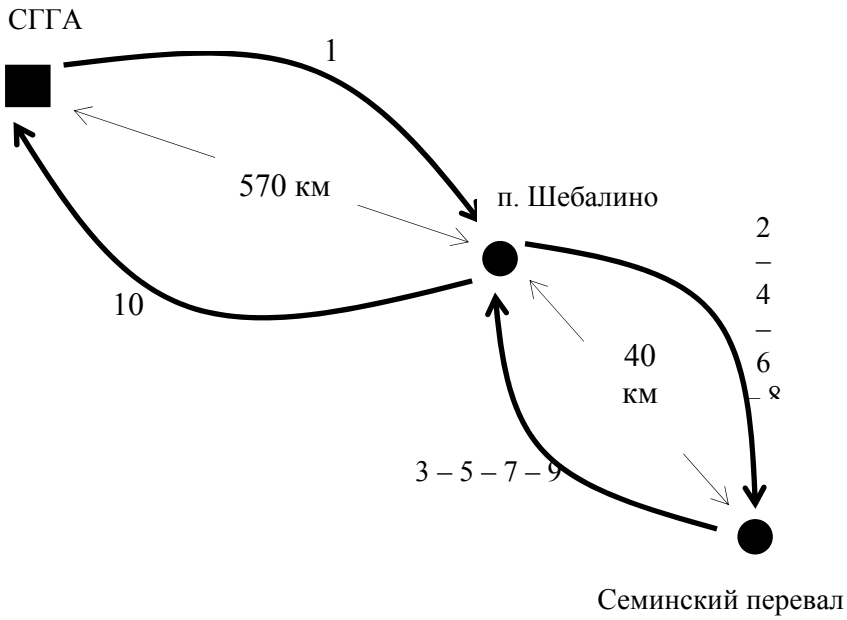


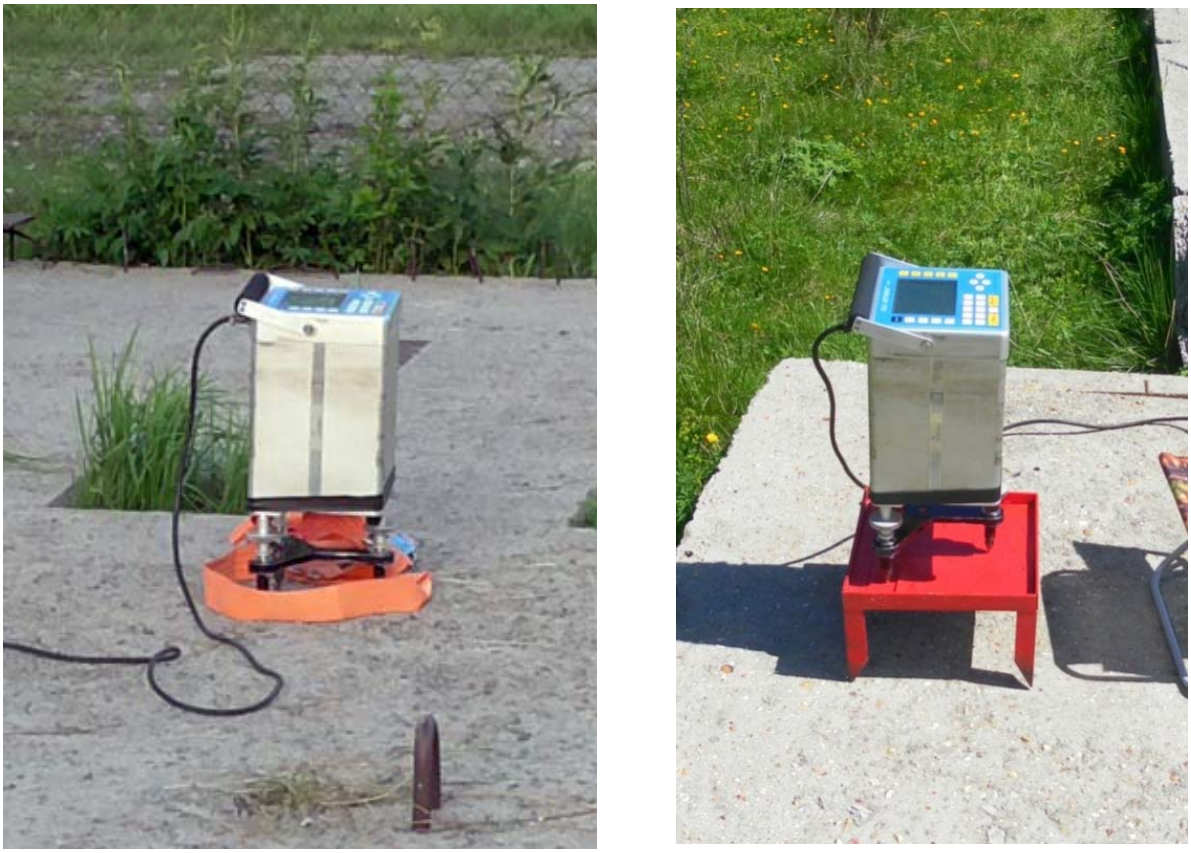
Рис. 1. Схема гравиметрического рейса

С момента лабораторных исследований и в течение всего периода экспериментальных исследований выполнялось поддержание непрерывной работы термостата гравиметра путем непрерывной подачи электропитания.

Для повышения надежности и исключения случайных ошибок измерения выполнялись сериями. Каждая серия включала в себя паузу для успокоения прибора (60 секунд), три отсчета с периодом накопления каждого по 60 секунд. На каждом пункте выполнялось по три серии измерений.

Между пунктами «СГГА» № 0165 (Новосибирск) и N100001 (с. Шебалино) выполнена одна связь – «прямо и обратно». Между пунктами N100001 (с. Шебалино) и N100002 (Семинский перевал) выполнено четыре связи – «прямо и обратно».

На пунктах N100001 (с. Шебалино) и N100002 (Семинский перевал) в качестве оснований выбраны крупные бетонные плиты (рис. 2).



а) *б*)

Рис. 2. Установка гравиметра на пунктах:
а) гравиметр, установленный на пункте N100001 (п. Шебалино);
б) гравиметр, установленный на пункте N100002 (Семинский перевал)

Во время измерений особое внимание обращалось на недопустимость локальных сейсмо- или вибрационных помех (от автотранспорта или человека), а также влияния ветра.

На пункте N100001 (с. Шебалино) дополнительно выполнено определение местного аномального вертикального градиента силы тяжести по 10 измерениям на двух высотных уровнях (рис. 3).

Полученное значение аномального вертикального градиента составило 0,275 мГал/м.

Обработка измерений выполнена в соответствии с Инструкцией по развитию государственной гравиметрической сети России [9] с некоторыми изменениями, обусловленными особенностями измерений.

Общая последовательность обработки следующая:

– исправление измерений за приливные изменения силы тяжести;

– фильтрация измерений в серии на пункте;
– исправление измерений за смещение нуль-пункта;
– определение средних значений измерений на пункте;
– приведение средних измеренных значений на высоту пункта;
– оценка точности.



Рис. 3. Измерение аномального вертикального градиента силы тяжести на пункте N100001 (с. Шебалино)

Поправка за лунно-солнечный прилив вычислена на основании формулы

$$\Delta g_{\text{лс}} = 1{,}17 \cdot \left[B1 \cdot \left(\cos\left(2 \cdot Z_{\text{л}}\right) + \frac{1}{3} \right) + B2 \cdot \left(\cos\left(2 \cdot Z_{\text{с}}\right) + \frac{1}{3} \right) \right], \qquad (2)$$

где $Z_{\text{л}}$ и $Z_{\text{с}}$ – зенитные расстояния Луны и Солнца на момент измерения, вычислялись с использованием «Астрономического Ежегодника на 2015» [10], $B1 = 0{,}082\ 489\ 8$; $B2 = 0{,}037\ 881\ 8$.

Отбраковка измерений в серии на пункте выполнена в соответствии с критерием

$$\left| GRAV_{\text{ср},k} - GRAV_{i,k} \right| \le 0{,}002 \text{ мГал}, \qquad (3)$$

где $GRAV_{i,k}$ – i-й отсчет гравиметра в серии на k-м пункте;

$GRAV_{\text{ср},k}$ – среднее значение в серии отсчетов на k-м пункте.

Поправка за смещение нуль-пункта гравиметра вычислена по формуле

$$\Delta g_{\text{сн}} = k \cdot (T_i - T_{\text{н}}), \quad (4)$$

где $T_{\text{н}}$ – момент измерения на начальном пункте в рейсе;

T_i – момент измерения на i-м пункте в рейсе;

k – часовой уход нуль-пункта гравиметра, определяемый из соотношения:

$$k = \frac{g_{\text{лс,к}} - g_{\text{лс,н}}}{T_{\text{к}} - T_{\text{н}}}, \quad (5)$$

где $T_{\text{н}}$ – начальный момент измерения в рейсе;

$T_{\text{к}}$ – конечный момент измерения в рейсе;

$g_{\text{лс,к}}$ и $g_{\text{лс,н}}$ – соответственно, начальный и конечный отсчеты гравиметра на начальном пункте, исправленные за лунно-солнечный прилив.

Поправка за приведение измеренного значения к высоте пункта вычислена по формуле

$$\Delta g_h = (\Delta h - \Delta h_c) \cdot 0{,}275 \text{ мГал/м}, \quad (6)$$

где Δh – превышение гравиметра над пунктом, м;

h_c – константа гравиметра равная 0,218 м;

0,275 мГал/м – аномальный вертикальный градиент (определенный на пункте в с. Шебалино) с обратным знаком.

Оценка точности измерений (СКП единичного измерения $m_{\Delta g}$ и СКП среднего $M_{\Delta g_{\text{ср}}}$) выполнена по формулам

$$m_{\Delta g} = \pm\sqrt{\frac{\sum\left[d^2\right]}{n-1}}, \quad M_{\Delta g_{\text{ср}}} = \pm\frac{m_{\Delta g}}{\sqrt{n}}, \quad (7)$$

где d – уклонение от среднего на пункте;

n – количество измерений, принятых в обработку.

В табл. 1 приведены результаты гравиметрических измерений.

Таблица 1

Результаты гравиметрических измерений

Пункт	Δg от пункта № 0165, в мГал	$m\Delta g$, в мГал
N100001 (п. Шебалино)	-585,370	0,003
N100002 (Семинский перевал)	-801,788	0,004

2. Высокоточные спутниковые координатные определения

Высокоточные ГНСС-измерения для получения координат пунктов в геоцентрической системе ITRF и вычисления точных разностей геодезических высот проводились по стандартной методике, описанной в Руководстве [11], с использованием двухчастотных двухсистемных ГНСС-приемников Leica Viva GS10. Продолжительность сеансов ГНСС-измерений была от 6,5 до 13 часов.

На рис. 4 и 5 показаны места установки ГНСС-аппаратуры.



Рис. 4. Установка ГНСС-аппаратуры на пункте SEMI (Leica Viva GS10)



Рис. 5. Установка ГНСС-аппаратуры на пункте T1 (Leica Viva GS10) и на пункте J1 (Javad SigmaQ G3T)

Обработка ГНСС-измерений выполнялась в лицензионном программном обеспечении Trimble Business Center (TBC). На первом этапе была выполнена привязка исходного пункта T1 (Шебалино) к ближайшим пунктам IGS (NOVM, IRKJ, POL2) относительным методом с использованием ультрабыстрых эфемерид. В результате были получены координаты исходного пункта T1 в ITRF2008, с погрешностью из уравнивания 2-3 см.

После определения геоцентрических координат исходного пункта T1 было выполнено минимально ограниченное уравнивание в ITRF2008 с фиксацией координат пункта T1, и получены координаты точек стояния гравиметра с погрешностью от 2 до 5 см [12]. Разность геодезических высот между пунктами в селе Шебалино и на Семинском перевале, где устанавливался гравиметр, получилась равной 859,241 м с погрешностью 0,058 м.

3. Вычисление аномалии высоты и нормальных высот пунктов

Для вычисления разности нормальных высот в исследуемых точках были получены аномалии высоты по глобальной модели гравитационного поля Земли EIGEN-6C4 [13]. Дополнительная задача экспериментальных исследований заключалась в тестировании этой модели по данным ГНСС-измерений и геометрического нивелирования.

В управлении Росреестра по Республике Алтай была взята отметка ближайшего к точке Т1 пункта нивелирования IV класса в Балтийской системе высот. Геодезическая высота этого пункта в общеземной системе ITRF2008 получена из обработки ГНСС-измерений, с погрешностью 58 мм.

Высота квазигеоида ζ, вычисленная геометрическим методом, как разность нормальной и геодезической высот, имеет значение

$$\zeta = H^{\gamma} - H_{ITRF2008} = -40{,}223 \pm 0{,}152 \text{ м}.$$

При оценке точности аномалии высоты учитывалась предельная погрешность нормальной высоты нивелирования IV класса, равная 140 мм ($20 \text{ мм} \cdot \sqrt{L_{км}}$, при длине хода 50 км [14]).

Далее выполнено сравнение вычисленной аномалии высоты со значением, полученным по модели EIGEN-6C4. Аномалия высоты, вычисленная в данной точке методом численного интегрирования, составила величину $\zeta_{мод} = -40{,}013$ м. Погрешность представления аномалии высоты этой моделью декларируется разработчиками на уровне 10 см [13]. По результатам сравнения с данными ГНСС-измерений и геометрического нивелирования на территориях США, Канады, Европы и Австралии, СКП модели EIGEN-6C4 оценивается в 0,247; 0,136; 0,214 и 0,219 м, соответственно [15]. Полученное при эксперименте расхождение между вычисленным и модельным значением аномалии высоты составило величину 0,210 м, что соответствует общей погрешности вычисления Δζ.

Таким образом, выполнено подтверждение заявленной точности аномалии высоты, получаемой по глобальной модели гравитационного поля Земли EIGEN-6C4 в горной местности на территории Сибири, где ранее тестирование модели не проводилось. Как показывают исследования [16–23], данная модель по точности практически аналогична модели EGM2008.

Нормальная высота каждого пункта, участвующего в эксперименте, вычислялась как сумма геодезической высоты в СК ITRF2008 и аномалии высоты по модели EIGEN-6C4, с исключением смещения Δζ, полученного на исходном пункте нивелирования, то есть

$$H_i^{\gamma} = H_{ITRF2008} - (\zeta_{моди} + \Delta\zeta).$$

Таким образом, разность нормальных высот между пунктами Шебалино и Семинский, определенная по ГНСС-измерениям и модели EIGEN-6C4, составила величину 858,919 м с погрешностью 20 см.

Результаты определения нормальных высот пунктов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты определения нормальных высот пунктов

Точка	Аномалия высоты по модели $\zeta_{мод}$, м	Поправка в аномалию высоты $\Delta\zeta$, м	Геодезическая высота $H^{г}$, м	Нормальная высота H^{γ}, м	СКП, м
Пункт нивелирования IV кл.	-40,013	-0,210	854,446	894,669	0,200
Шебалино	-39,996	-0,210	843,176	883,382	0,200
Семинский	-39,674	-0,210	1702,417	1742,301	0,200
Разность	0,322	0	859,241	858,919	

4. Теория определения разности потенциалов и высот между двумя пунктами посредством гравиметрических и спутниковых измерений

Если направление силы тяжести g противоположно элементарному перемещению Δh материальной точки с массой, равной единице, то приращение потенциала силы тяжести определяется формулой [24]

$$\Delta W = -g \cdot \Delta h \tag{8}$$

Ограничиваясь учетом первых двух членов разложения в ряд Тейлора, получим разность потенциалов силы тяжести между точками 1 и 2 по следующей формуле:

$$W_1 - W_2 = \left(\frac{dW}{dh}\right)_2 \cdot h_2 - \left(\frac{dW}{dh}\right)_1 \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot h_2^2 \cdot \left(\frac{d^2W}{dh^2}\right)_2 - \frac{1}{2} \cdot h_1^2 \cdot \left(\frac{d^2W}{dh^2}\right)_1, \tag{9}$$

где h_1 и h_2 – отметки высот в точках 1 и 2 соответственно. Так как

$$\left(\frac{dW}{dh}\right)_1 \cdot h_1 = g_1 \cdot h_1 \quad \text{и} \quad \left(\frac{dW}{dh}\right)_2 \cdot h_2 = g_2 \cdot h_2, \tag{10}$$

где g_1 и g_2 – значения силы тяжести в точках на земной поверхности, то выражение (9) можно записать в следующем виде:

$$W_1 - W_2 = g_2 \cdot h_2 - g_1 \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot h_2^2 \cdot \left(\frac{dg}{dh}\right)_2 - \frac{1}{2} \cdot h_1^2 \cdot \left(\frac{dg}{dh}\right)_1. \tag{11}$$

Преобразуем эту формулу к следующему виду:

$$W_1 - W_2 = \frac{1}{2}\cdot(h_2 - h_1)\cdot(g_1 + g_2) + \frac{1}{2}\cdot\left(h_2 + h_1\right)\cdot\left(g_2 - g_1\right) + \\ + \frac{h_2^2}{2}\cdot\left[\left(\frac{dg}{dh}\right)_2 - \left(\frac{dg}{dh}\right)_1\right] + \frac{1}{2}\cdot\left(h_2^2 - h_1^2\right)\cdot\left(\frac{dg}{dh}\right)_1. \qquad (12)$$

Выполним оценку влияния членов справа в формуле (12) на значение разности потенциалов W_1 – W_2, для условий измерений на пунктах Шебалино и Семинский, по данным табл. 1 и 2.

Значения компонент формулы (12) приведены в табл. 3. При вычислениях учитывалось, что в реальном поле силы тяжести разность вертикальных градиентов может составить величину $\left[\left(\frac{dg}{dh}\right)_2 - \left(\frac{dg}{dh}\right)_1\right] \le 2\cdot10^{-6}\,\text{с}^{-2}$ [22]. Вертикальный градиент силы тяжести был взят равным $\left(\frac{dg}{dh}\right) = 3\cdot10^{-6}\,\text{с}^{-2}$.

Таблица 3

Оценка влияния членов формулы (12) на значение разности потенциалов

Формула	Значение, м^2/с^2	Вклад, %
$(h_2 - h_1)\cdot g_{\text{ср}}$	8 327,89	100
$(g_2 - g_1)\cdot h_{\text{ср}}$	2,84	0,03
$\frac{h_2^2}{2}\left[\left(\frac{dg}{dh}\right)_2 - \left(\frac{dg}{dh}\right)_1\right]$	$\le 3{,}03$	$\le 0{,}04$
$\frac{\left[h_2^2 - h_1^2\right]}{2}\left(\frac{dg}{dh}\right)_1$	3,38	0,04

По данным таблицы видно, что первое слагаемое формулы (12)

$$\Delta W' = (h_2 - h_1)\cdot g_{\text{ср}} \qquad (13)$$

есть главная величина разности потенциалов (W_1 – W_2). Остальные члены формулы имеют малое влияние на результат.

Таким образом, можно вычислять разность потенциалов по линейной формуле

$$W_1 - W_2 = g_2\cdot h_2 - g_1\cdot h_1. \qquad (14)$$

Разность высот между точками 1 и 2 может быть выражена из формулы (12) как

$$H_2^g - H_1^g = \frac{W_1 - W_2}{g_{\text{ср}}} = (h_2 - h_1) \cdot \frac{g_2}{g_{\text{ср}}} + \frac{g_2 - g_1}{g_{\text{ср}}} \cdot h_1, \qquad (15)$$

где $g_{\text{ср}} = \frac{g_1 + g_2}{2}$ – среднее значение силы тяжести между точками 1 и 2.

Последний член в формуле (15) имеет значение при аномальном гравитационном поле и при значительных расстояниях между точками. В данном исследовании (при расстоянии между пунктами 35 км и отметке пункта h_1 = 883,382 м) этот член составляет величину (-0,194 м). Первый член в формуле (15) при разности высот 858,919 м между пунктами 1 и 2, составляет 858,824 м. Таким образом, влияние второго члена на вычисление разности высот $H_2^g - H_1^g$ между пунктами хода составляет всего 0,02 %.

Сводка результатов вычислений разностей высот и потенциала силы тяжести между пунктом 1 в селе Шебалино и пунктом 2 на Семинском перевале дана в табл. 4.

Таблица 4

Сводка результатов вычислений разностей высот и потенциалов силы тяжести между пунктами

Пункты	H^{Γ}, м	ζ, м	H^{γ}, м	Δg, мГал	G, м/с^2	ΔW, м^2/с^2
Шебалино	843,176	-40,206	883,382	-585,370	9,808 73	8 664,855 5
Семинский	1 702,417	-39,884	1 742,301	-801,788	9,806 57	17 085,996 7
Разности	859,241	-0,382	858,919	-216,418	$2{,}16 \cdot 10^{-3}$	8 421,141 2
					dH	858,630 м

По данным табл. 4 можно сделать следующий вывод.

Разность высот между пунктами 1 и 2, полученная по формуле (15), отличается от соответствующей разности геодезических высот ΔH^{Γ} на 0,611 м, а от разности нормальных высот Δh – на 0,289 м. Данные отличия обусловлены тем, что согласно [25, с. 29], по формуле (15) вычисляется разность местных динамических высот.

По результатам вычисления разности потенциалов силы тяжести на пунктах Шебалино и Семинский получено расчетное релятивистское смещение частоты атомных часов (формула (1)), равное $9{,}36 \cdot 10^{-14}$. Данное значение на один-два порядка больше стабильности современных мобильных стандартов частоты [26]. Следовательно, разность потенциалов силы тяжести может быть получена по непосредственным измерениям релятивистского смещения частоты в гравитационном поле [27].

5. Оценка погрешностей разностей высот и геопотенциала

В работе выполнена оценка погрешностей разностей высот и геопотенциала. Для этого продифференцировано выражение (15)

$$dH^q = \frac{g_2}{g_{\text{ср}}} \cdot d(h_2 - h_1) + \frac{d(h_2 - h_1)}{g_{\text{ср}}} - \frac{(h_2 - h_1) \cdot g_2}{g_{\text{ср}}^2} \cdot dg_{\text{ср}} - \frac{(g_2 - g_1) \cdot h_1}{g_{\text{ср}}^2} \cdot dg_{\text{ср}} +$$

$$+ \frac{h_1}{g_{\text{ср}}} \cdot d(g_2 - g_1) + \frac{(g_2 - g_1)}{g_{\text{ср}}} \cdot dh_1. \qquad (16)$$

Полученная в формуле (16) зависимость ошибки dH^q от ошибок измеренных и данных величин позволяет установить требования к точности измерений.

Требования к точности среднего значения $g_{\text{ср}}$ силы тяжести при вычислении разности высот $H_2^g - H_1^g$ по формуле (15) обусловлены дифференциальным соотношением

$$dH^q = \left[\frac{(h_2 - h_1) \cdot g_2 - (g_2 - g_1) \cdot h_1}{g_{\text{ср}}^2} \right] \cdot dg_{\text{ср}}. \qquad (17)$$

При $dH_g^q = 0{,}03$ м, $(h_2 - h_1) = 858{,}919$ м и $g_2 - g_1 = 0{,}002\,17$ м·с$^{-2}$ должно быть $dg_{\text{ср}} = 3{,}49 \cdot 10^{-5}$ м·с$^{-2}$. Если $dH_g^q = 100$ м, то должно быть $dg_{\text{ср}} = 0{,}116$ м·с$^{-2}$.

Требования к точности определения разности высот $(h_2 - h_1)$ при вычислении разности высот $H_2^g - H_1^g$ по формуле (15) обусловлены дифференциальным соотношением

$$dH_h^q = \frac{g_2}{g_{\text{ср}}} \cdot d\left(h_2 - h_1\right). \qquad (18)$$

При $dH_g^q = 0{,}03$ м, $g_2 = 9{,}808\,74$ м·с$^{-2}$ и $g_{\text{ср}} = 9{,}807\,657$ м·с$^{-2}$ должно быть $d\left(h_2 - h_1\right) = 0{,}029$ м. Если $dH_g^q = 100$ м, то должно быть $d\left(h_2 - h_1\right) = 99{,}989$ м.

Требования к точности определения разности $g_2 - g_1$ при вычислении разности высот $H_2^g - H_1^g$ по формуле (15) обусловлены дифференциальным соотношением

$$dH_g^q = \frac{h_1}{g_{\text{ср}}} \cdot d\left(g_2 - g_1\right). \qquad (19)$$

При $dH_g^q = 0{,}03$ м, $h_1 = 883{,}382$ м и $g_{ср} = 9{,}807\,657$ м·с$^{-2}$ должно быть $d(g_2 - g_1) = 3{,}33 \cdot 10^{-4}$ м·с$^{-2}$. Если $dH_g^q = 100$ м, то должно быть $d(g_2 - g_1) = 1{,}11$ м·с$^{-2}$.

По результатам выполненных оценок можно сделать вывод, что для контроля вычисления разности потенциалов по релятивистскому смещению частоты квантовых часов со стабильностью 10^{-14} достаточно выполнять гравиметрические измерения силы тяжести с погрешностью 0,116 м/с^2, и ГНСС-измерения высоты с погрешностью 0,03 м.

Заключение

В результате проведенных исследований выработана оптимальная методика гравиметрических измерений с высокоточным гравиметром Scintrex CG-5 Autograv для определения разностей геопотенциалов в условиях Горного Алтая с большим перепадом высот.

Из общего математического выражения выведены рабочие формулы для вычисления разности потенциалов силы тяжести. Как показали расчеты, для данных условий эксперимента вычисление разности потенциалов силы тяжести достаточно производить по линейной формуле (14), поскольку нелинейные члены формулы (12) составляют величину не более 0,04 % от общего значения.

Выполнена оценка погрешностей разностей геопотенциала и высот, определены требования к точности измерений в зависимости от ошибок измеренных и данных величин.

По результатам экспериментальных исследований вычислена разность потенциалов силы тяжести между пунктами село Шебалино и Семинский перевал, а также разность местных динамических высот. Последняя величина отличается от разности нормальных высот и от разности геодезических высот на 0,289 м и 0,611 м соответственно. Разность высот, вычисленную по измерениям разности геопотенциалов по формуле (15), следует интерпретировать как разность именно местных динамических высот.

Вычисленное по данным гравиметрических и ГНСС-измерений релятивистское смещение частоты между пунктами в селе Шебалино и Семинский перевал составило величину $9{,}36 \cdot 10^{-14}$. Такое значение может быть непосредственно измерено современными мобильными атомными часами.

По данным ГНСС-измерений и геометрического нивелирования сделана оценка точности аномалии высоты, получаемой численным интегрированием глобальной модели EIGEN-6C4. Расхождение между модельной и измеренной аномалией высоты в контрольной точке на территории Горного Алтая составило величину 21 см, что соответствует подобным значениям, полученным на территориях Европы, США, Австралии и Канады.

Полученные практические результаты будут полезны при дальнейшем планировании экспериментальных исследований и выводе точного релятивистского геоида для формирования единой мировой системы высот.

Работа выполнена при поддержке гранта 14-27-00068 Российского научного фонда.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kopeikin S., Efroimsky M., Kaplan G. Relativistic celestial mechanics of the solar system. – WILEY-VCH. Berlin, 2011. – 860 p.

2. Enrico M. Time, Atomic Clock and Relativistic Geodesy. – Deutsche Geodatische Kommission. Munchen, 2013. – 126 p.

3. Kopeikin S. M., Mazurova E. M., Karpik A. P. // Towards an exact relativistic theory of Earth's geoid undulation// Physics Letters A 379(2015) 1555-1562.

4. Копейкин С. М., Мазурова Е. М., Карпик А. П. «Relativistic Aspect of SLR/LLR/GPS Geodesy», 5-я сессия 19-й международной школы-семинара в городе Анаполис, США, 27–31 октября 2014 года (приглашенный доклад) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ilrs.gsfc.nasa.gov/ilrwl9/docs/2014/Presentations/3144Kopeikin presentation.pdf

5. Kopeikin S. M., Petrov A. N. // Equations of motion in an Expanding Universe//Equations of Motion in Relativistic Gravity, Ed. by D. Puetzfeld, C. Lammerzahl, B. Schutz, p. 689-757. ISBN: 978-3-319-18334-3, Fundamental Theories of Physics Series, Vol. 179. Springer, 2015.

6. Bjerhammar A. On a relativistic geodesy // Bulletin Géodésique, 1985. – Vol. 59, № 3. – P. 207–220.

7. International Centre for Global Earth Models (ICGEM) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html

8. Портативный автоматический гравиметр CG-5 AutoGrav [Электронный ресурс]. – Режим доступа: geoget.ru›images/stories/CG-5.pdf

9. ГКИНП ГНТА-04-122-03. Инструкция по развитию высокоточной государственной гравиметрической сети России. – М.: ЦНИИГАиК, 2004. – 110 с.

10. Астрономический Ежегодник на 2015 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.ipa.nw.ru.

11. ГКИНП (ОНТА)-01-271-03. Руководство по созданию и реконструкции городских геодезических сетей с использованием спутниковых сетей ГЛОНАСС/GPS. – М., ЦНИИГАиК, 2003. – 65 с.

12. Карпик А. П., Гиенко Е. Г., Косарев Н. С. Анализ источников погрешностей преобразования координат пунктов спутниковых геодезических сетей // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2014. – № 4/С. – С. 55–62.

13. A preliminary update of the Direct approach GOCE Processing and a new release of EIGEN-6C / Förste C., Bruinsma S. L., Flechtner F., Marty J. C., Lemoine J. M., Dahle C., Abrikosov O., Neumayer K. H., Biancale R., Barthelmes F., Balmino G. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html

14. ГКИНП (ГНТА)-03-010-02. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. – М.: ЦНИИГАиК, 2003. – 134 с.

15. ICGEM in Geodesists Handbook [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/documents/ForHandbookPeriod2011-15.pdf

16. Исследование спектральных характеристик глобальных моделей гравитационного поля Земли, полученных по космическим миссиям CHAMP, GRACE и GOCE / А. П. Карпик, В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, Е. М. Мазурова // Гироскопия и навигация. – 2014. – № 4 (87). – С. 34–44.

17. Сравнение спутниковых моделей проекта GOCE с различными наборами независимых наземных гравиметрических данных / В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, Е. М. Мазурова, А. М. Косарева, Н. С. Косарев // Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 3 (27). – С. 21–35.

18. Оценка разрешающей способности и точности ультравысокостепенной глобальной гравитационной модели EGM-2008 / А. П. Карпик, В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, А. М. Косарева, Н. С. Косарев: сборник материалов. – М.: Проспект, 2014. – С. 23–28.

19. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. Использование космических технологий для выявления связи гравитационного поля с внутренним строением Земли на акватории арктического бассейна // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2014. X Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. (Новосибирск, 8–18 апреля 2014 г.). – Новосибирск: СГГА, 2014. Т. 1. – С. 192–197.

20. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. Моделирование аномального гравитационного поля в арктическом бассейне // ГЕО-Сибирь-2011. VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2011 г.). – Новосибирск: СГГА, 2011. Т. 1, ч. 1. – С. 178–181.

21. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г. Применение дифференциального уравнения параболического типа для решения задач динамической геодезии // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск: СГГА, 2013. Т. 1. – С. 214–219.

22. Исследование динамики физической поверхности и гравитационного поля Земли, обусловленных производством горных выработок на Малевском месторождении / В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, И. А. Басова // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2012. VIII Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 10–20 апреля 2012 г.). – Новосибирск: СГГА, 2012. Т. 3. – С. 14–18.

23. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. Анализ изменений гравитационного поля и высот квазигеоида, обусловленных сейсмической активностью // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск: СГГА, 2013. Т. 3. – С. 3–8.

24. Еремеев В. А., Юркина М. И. Теория высот в гравитационном поле Земли. – М.: Недра, 1971. – 144 с.

25. Бровар В. В. Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии. – М.: Недра, 1983. – 112 с.

26. Стандарт Частоты и Времени Водородный пассивного типа Ч1-1007 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.vremya-ch.com/russian/product/indexf4cc.html?Id=28&Razdel=1

27. Радиофизический метод измерения гравитационного потенциала Земли: состояние и перспективы развития / Г. С. Сидоренко, В. Н. Романько, С. А. Матвиенко, А. В. Прокопов, О. В. Романько [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://vestnik.geospace.ru/issues/iss1/article8.pdf

Получено 27.07.2015

© В. Ф. Канушин, А. П. Карпик, Д. Н. Голдобин, И. Г. Ганагина, Е. Г. Гиенко, Н. С. Косарев, 2015