

МЕТОДИКА ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ТРЕЩИНЫ В ОБЛАСТИ КОНЦЕНТРАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ

С.А. Соколов, Д.Е. Тулин

Предложена аналитическая методика вычисления коэффициента интенсивности напряжений для трещины, расположенной в зоне концентрации напряжений в элементе металлической конструкции. Исходными данными для этого расчета являются максимальные конструктивные напряжения в концентраторе, вычисляемые методом конечных элементов со сравнительно крупной сеткой и без моделирования трещины.

Ключевые слова: металлическая конструкция, коэффициент интенсивности напряжений, концентрация напряжений, конструктивные напряжения, трещина.

Широкое внедрение в инженерную практику конечно-элементных расчетов существенно повысило адекватность прогнозирования поведения металлических конструкций машин в условиях эксплуатации. Стало возможным учитывать упругопластические свойства материала, анализировать нелинейные процессы деформирования в сложных упругих системах, моделировать остаточные напряжения и многое другое. В том числе появились условия для использования методов механики разрушения для анализа прочности и долговечности объектов сложной конфигурации.

Для оценки возможности хрупкого разрушения или определения запаса циклической трещиностойкости конструкции при проектировании исследуют поведение трещины, которая может появиться в наиболее нагруженных узлах конструкции [1,2,3]. Для этого в различные узлы условно вводят модельную трещину, которая моделирует дефект сварного соединения или усталостное повреждение. Таким образом, трещина всегда оказывается в области концентратора напряжений. Для анализа поведения этой трещины необходимо определить расчетные значения критериев механики разрушения [4, 5].

Метод конечных элементов дает возможность вычисления коэффициента интенсивности напряжений, J-интеграла или раскрытия вершины трещины [6 - 8]. Однако для прямого определения этих величин требуется моделирование трещины и весьма детальный анализ локального напряженного состояния в области ее вершины. Это весьма неудобно при проектировании крупных конструкций, так как значительно усложняет и утяжеляет модель зонами мелкой сетки. Поэтому во многих случаях, получив общее напряженное состояние конструкции, рассчитывают критерии механики разрушения, используя известные решения для коэффициента интенсивности напряжений (КИН) [7, 9]. В типовом случае КИН вычисляется как

$$K_I = \xi_K \sigma_b \sqrt{\pi a}. \quad (1)$$

где σ_b – напряжение брутто в расчетном элементе с трещиной; ξ_K – K -тарировка; a – характерный размер трещины. Некоторое количество решений для вычисления K -тарировки для трещин в области концентрации напряжений рассмотрено в указанных публикациях. Однако разнообразие форм сварных машиностроительных и строительных конструкций, выходит далеко за пределы типовых решений. Поэтому определение КИН для трещины в области концентрации напряжений для проектного расчета пока остается проблемой.

Напряженное состояние элемента конструкции с концентратором представляет собой довольно сложное поле, которое может быть смоделировано с разной степенью детализации. Можно выделить три условных уровня детализации:

а) Номинальное напряженное состояние конструкций σ_n , которое зависит от ее конфигурации, проектных размеров, условий опирания и нагружения. Этот уровень детализации реализуется, например, методами технической теории стержней или МКЭ по моделям из стержневых элементов.

б) Конструктивными напряжениями σ_s называют поле повышенных напряжений, возникающих в области крупномасштабной концентрации напряжений [10, 11]. Они обусловлены формой узлов конструкции, размерами присоединенных элементов (накладок, ребер, фланцев и пр.). Конструктивные напряжения не зависят от конфигурации и качества сварных швов.

в) Поле локальных напряжений σ_l связано с мелкомасштабной концентрацией напряжений обусловленной конфигурацией вершины концентратора, в частности, формой сварного шва. Этот уровень детализации напряженного состояния в инженерных расчетах машиностроительных конструкций не используется.

Напряженное состояние реальной конструкции, естественно, представляет собой единое поле, а представленная классификация относится к методам их моделирования. Для анализа поля конструктивных напряжений на стадии проектирования используют конечно-элементные модели с твердотельными или пластинчатыми элементами размер которых составляет $D_e = (1 \div 2)t$ (t – толщина элемента конструкции). Такой размер элементов позволяет оценить крупномасштабную концентрацию, и не чувствителен к локальным особенностям узла. Моделирование напряженного состояния на уровне локальных напряжений не имеет смысла для проектной практики, так как геометрические параметры сварных швов, определяющие этот уровень напряжений, имеют вероятностную природу. Характеристики распределений вероятности размеров катетов, усиления швов, подрезов и пр. в проектируемой конструкции не известны и учет влияния этих величин выходит за рамки проектного расчета.

Целью данной работы является методика вычисления КИН для трещины нормального отрыва (K_I), находящейся в области концентрации напряжений в элементе конструкции, с использованием конструктивных напряжений.

Геометрические концентраторы можно разделить на три типа: отверстия, вырезы и уступы (рис. 1, а). В подавляющем большинстве случаев узлы сварных конструкций являются концентраторами типа уступ (рис. 1, б, в, г, д). Поэтому в данной работе рассматриваются трещины в концентраторе типа уступ, образованном пластинчатыми конструктивными элементами. Трещины могут быть трех видов: краевая, поверхностная полуэллиптическая и сквозная.

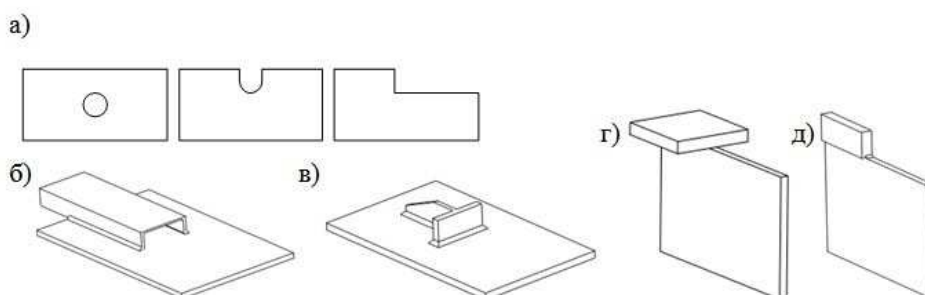


Рис. 1. Схемы концентраторов

Положим, что надо проанализировать надежность конструкции при возникновении трещины в некотором элементе с концентратором напряжений (рис. 2, а). Анализ напряженного состояния конструкции выполняется на уровне конструктивного напряжения. Для этого используется конечно-элементная модель из элементов с размером $D_e = (1 \div 2)t$ без моделирования трещины. С целью вычисления КИН для модельной трещины целесообразно использовать напряжения σ_D в наиболее нагруженном конечном элементе, расположенном в концентраторе (рис. 2, б, затененный элемент). Тогда выражение для КИН запишется как

$$K_I = \xi_K k_D \sigma_D \sqrt{\pi a}. \quad (2)$$

где ξ_K – K-тарификация для такой же трещины в гладкой пластине без уступа (рис. 2, в); k_D – безразмерный коэффициент, учитывающий особенности напряженного состояния в районе концентратора.

Значение ξ_K для различных трещин в гладкой полосе приведены в справочнике [9].

Для обоснования коэффициента k_D была выполнена серия конечно-элементных расчетов моделей, в которых трещина располагалась у основания уступа. Модели типа А имели краевую трещину в концентраторе, представляющую собой фасонку на кромке листа (рис. 3, а). В моделях типа Б рассматривались два варианта трещины, поверхностная полуэллиптическая или сквозная трещина, которые находилась около окончания про-

дольного ребра (рис. 3, б). Размеры моделей приведены в табл. 1. Полуэллиптические трещины имели отношение $b/a = 1,5$, что характерно для усталостных трещин. Окончание ребра было прямое или с уклоном 45 градусов. Модели для вычисления КИН строились из пластинчатых (модели А1, А2) или твердотельных конечных элементов (модели А3, Б1, Б2, Б3), размер которых в области вершины трещины составлял не более 0,2 мм. Значения КИН K_I для трещины в концентраторе вычислялись двумя способами, по напряжениям и по перемещениям берегов трещины [6]. В качестве расчетного КИН принималось среднее значение. КИН для полуэллиптических трещин определялся в наиболее глубокой точке фронта. Таким образом, был получен массив значений КИН для трещин в разных концентраторах.

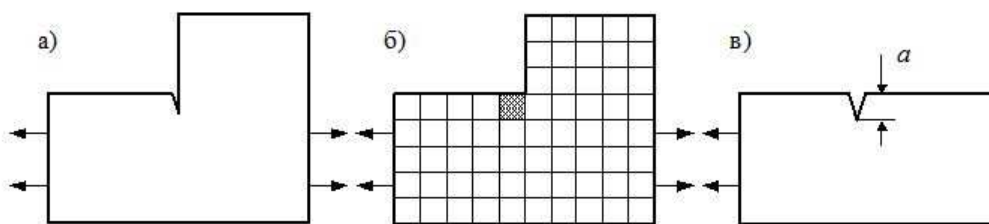


Рис. 2. Схемы к вычислению КИН для трещины в концентраторе

Параметры моделей

Индекс модели (тип и номер)	Толщины, мм		Уклон уступа, °	Размеры трещин, a или a/b , мм	Тип трещины
	t	t_1			
А1	20	20	90	5, 10, 20, 34	Краевая
А2	20	30	90	5, 10, 20, 34	Краевая
А3	20	20	90	10, 20, 40	Краевая
Б1	30	20	90	8/12 и 12/18	Полуэллиптическая
Б2	30	20	45	8/12 и 12/18	Полуэллиптическая
Б3	20	20	90	20, 30, 40	Сквозная

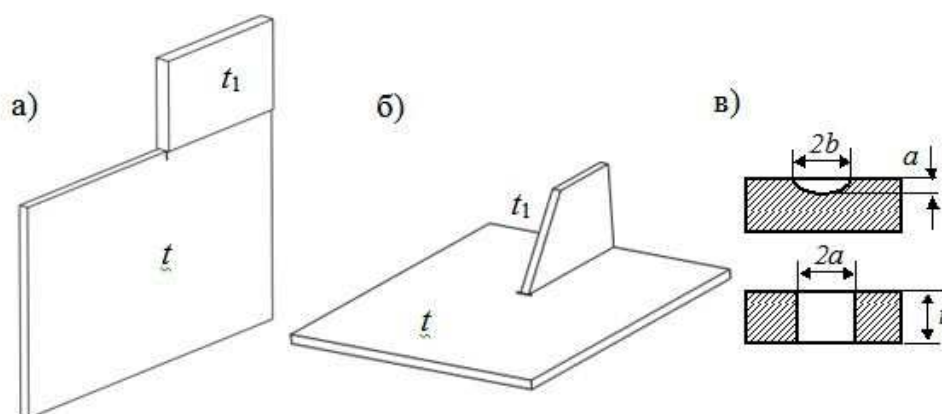


Рис. 3. Модели концентраторов вариант А (а) и Б (б) и схемы полуэллиптической и сквозной трещины (в)

Далее были выполнены расчеты моделей аналогичной конфигурации, но без трещины, выполненных из элементов типа Plate с достаточно грубой разбивкой, характерной для инженерных проектных моделей. Раз-

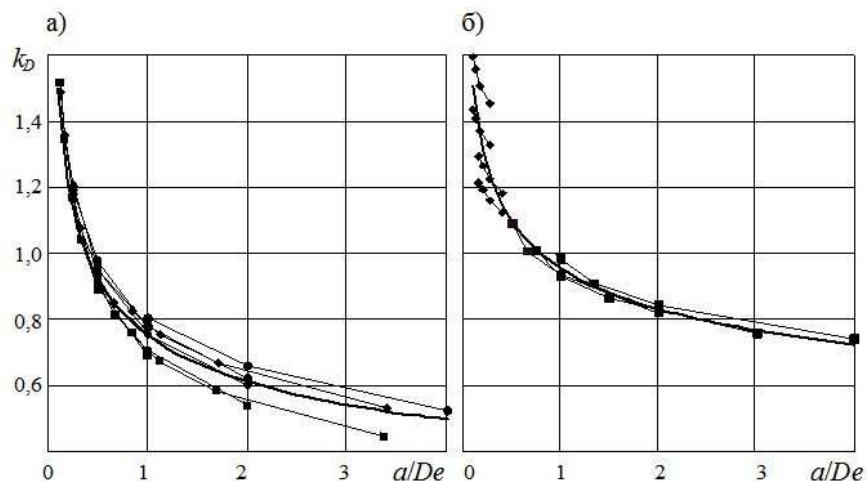
меры конечных элементов в этих моделях составляли $D_e = 10, 20, 30$ и 40 мм. По результатам этих расчетов были найдены значения напряжений σ_D в области предполагаемой трещины (рис. 2).

Значения коэффициента k_D для каждого размера трещины с каждым размером конечного элемента были вычислены как

$$k_D = \frac{K_I}{\xi_K \sigma_D \sqrt{\pi a}}.$$

В этом выражении значения ξ_K для трещины в пластине без концентраторов определялись по справочнику [9].

Результаты расчетов показаны в форме графиков зависимости $k_D = f(a/D_e)$ (рис. 4). Как видно из графиков результаты расчетов разделились на две группы, в одну из них входят результаты, полученные на моделях с краевой трещиной, в другую – на моделях с трещинами, расположенными в средней части пластины. Причем в моделях второй группы полуэллиптические трещины характеризуют начало развития усталостного повреждения, а сквозные трещины – его активную фазу с распространением трещины на существенную часть сечения. Промежуточная стадия развития трещины не моделировалась. Из графиков видно, что характер изменения величины k_D для малых поверхностных трещин отличается от того же процесса для сквозных трещин. Это связано с тем, что поверхностные трещины располагаются в поле напряжений концентратора, имеющем значительные градиенты, как по ширине, так и по толщине листа. Фронт сквозных трещин находился на большем расстоянии от концентратора, где градиент напряжений имеет существенно меньшее значение.



**Рис. 4. Графики зависимости коэффициента k_D от отношения a/D_e .
а – модели А1 – \blacklozenge , А2 – \blacksquare и А3 – \bullet ; б – модели В1
и В2 – \blacklozenge и модель В3 – \blacksquare**

Как видно из обоих графиков, если размер конечного элемента в зоне концентрации напряжений примерно в два раза больше характерного размера трещины $D_e/a \approx 2$, то $k_D \approx 1$. То есть напряжение в наиболее

нагруженном элементе σ_D можно непосредственно использовать для вычисления КИН по базовому выражению (1) для трещины в гладкой пластине. В нем K -тарировка при $a/B < 0,2$ будет равна для краевой трещины $\xi_K = 1,12$, а для сквозной $\xi_K = 1$.

На основании полученных данных можно сформировать аппроксимирующие зависимости для вычисления КИН для трещин, расположенных в зонах концентрации напряжений. С учетом того, что данная методика базируется на использовании конструктивных напряжений, ее применение корректно для трещин с характерным размером $a \geq 0,5t$, которые мало чувствительны к локальной геометрии концентратора. При $D_e/a = 0,25 \div 4,00$ коэффициент k_D можно вычислять по формулам:

– для краевых трещин:

$$k_D = 0,75 \left(\frac{D_e}{a} \right)^{0,3}; \quad (3)$$

– для полуэллиптических поверхностных и сквозных трещин:

$$k_D = 0,95 \left(\frac{D_e}{a} \right)^{0,2}. \quad (4)$$

Эти зависимости показаны сплошными линиями на графиках (рис. 4). Отклонение расчетных точек от аппроксимирующей зависимости в указанном диапазоне не превышает $\pm 10\%$. Видно, что для краевой трещины связь $k_D = f(a/D_e)$ (3) достаточно устойчива в области весьма малых трещин. Это связано с тем, что при развитии этой трещины характер поля напряжений в ее вершине практически не меняется. Аналитическая зависимость (4) для малых поверхностных трещин дает существенно больший разброс, так как размеры этих трещин малы и их вершины находятся в непосредственной близости от концентратора. В этих моделях значительное влияние на трещину оказывает толщина ребра и форма его окончания, которые нивелируются в грубой модели из пластинчатых элементов. Однако для практических приложений наибольший интерес представляют трещины размером $a \geq 0,5t$. При используемых размерах конечных элементов D_e этому условию соответствует область $a/D_e \geq 0,3 \div 0,5$. То есть для поверхностных полуэллиптических трещин следует использовать специальное уточненное решение.

Заключение. В данной работе предложена аналитическая методика вычисления КИН для трещины, расположенной в зоне концентрации напряжений в элементе металлической конструкции. Исходными данными для этого расчета являются максимальные напряжения в концентраторе, полученные по конечно-элементной модели со сравнительно крупной сеткой и без моделирования трещины.

На основании анализа результатов серии конечно-элементных расчетов показано, что значение КИН может быть вычислено по выражению (2), в которое подставляется напряжение σ_D в наиболее нагруженном ко-

нечном элементе, а коэффициент k_D вычисляется по формулам (3) или (4). Данную методику целесообразно использовать на стадии проектирования конструкции при применении методов механики разрушения для проверки ее прочности и долговечности с учетом влияния возможных трещин или трещиноподобных дефектов.

Список литературы

1. Hobbacher A.F. Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components. Second Edition. IIW. Springer, 2016. 145 p.
2. Sonsino C. M. Principles of local stress concepts for the assessment of welded joints // ESIS Newsletter. 2009. №45. P. 30 – 33.
3. Винокуров В.А., Куркин С.А., Николаев Г.А. Сварные конструкции. Механика разрушения и критерии работоспособности; под ред. Б.Е.Патона. М.: Машиностроение, 1996. 576 с.
4. Доронин С.В., Лепихин А.М., Москвичев В.В., Шохин Ю.И. Моделирование прочности и разрушения несущих конструкций технических систем. Новосибирск: Наука, 2005. 250 с.
5. Соколов С.А., Грачев А.А., Васильев И.А. Анализ прочности элемента конструкции с трещиной в условиях отрицательных климатических температур // Вестник машиностроения, 2019. № 11. С. 42-46.
6. Вычислительные методы в механике разрушения: под ред. Атлурри С. М.: Мир, 1990. 392 с.
7. Механика разрушения и прочность материалов: справочное пособие: под общей ред. Панасюка В.В. Киев: Наук. думка. 1988. Т. 2. 620 с.
8. Морозов Е.М., Муйземнек А.Ю., Шадский А.С. ANSYS в руках инженера: Механика разрушения. М.: Ленанд, 2008. 456 с.
9. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: под ред. Ю.Мураками. М.: Мир, 1990. 1016 с.
10. Radaj D., Sonsino C.M., Fricke W. Fatigue assessment of welded joints by local approaches. Second edition. Woodhead publ. lim. Cambridge Engl. 2006. 639 p.
11. Соколов С.А. Условие сопротивления усталости сварных узлов в форме локальных напряжений. М.: Вестник машиностроения, 2017. № 12. С. 14-19.

Соколов Сергей Алексеевич, д-р техн. наук, профессор, sokolov-sa@rambler.ru, Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Тулин Даниил Евгеньевич, аспирант, sokolov-sa@rambler.ru, Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

**METHOD OF CALCULATING THE STRESS INTENSITY COEFFICIENT FOR CRACK
IN THE FIELD OF STRESS CONCENTRATOR**

S.A. Sokolov, D.E. Tulin

An analytical method is proposed for calculating the stress intensity factor for a crack located in the zone of stress concentration in a metal structure element. The initial data for this calculation are the maximum structural stresses in the concentrator, calculated by the finite element method with a relatively large grid and without crack modeling.

Key words: metal structure, stress intensity factor, stress concentration, structural stress, crack.

Sokolov Sergey Alekseevich, doctor of technical sciences, professor, sokolov-sa@rambler.ru, Russia, St. Petersburg, St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great,

Tulin Daniil Evgenievich, postgraduate, sokolov-sa@rambler.ru, Russia, St. Petersburg, St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great