



УДК 624.04 (75)

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ

Н.А. Смоляго, О.А. Яковлев

THE STRUCTURE PERFECTION OF PLANE TRUSS

N.A. Smoljago, O.A. Jakovlev

Аннотация. Кратко рассмотрена история становления структуры плоской фермы. Отмечены работы русских инженеров и ученых: Д.И. Журавского, Л.Д. Проскурякова, В.Г. Шухова в области конструирования ферм. Становление теории синтеза ферм тормозила постановка во главу угла экономической стороны проектной задачи. Ее строгое решение базируется на принципе стационарного действия, в частности, принципа возможной работы. Критерий оптимальности фермы приобретает энергетическое содержание. Минимум расхода материала вытекает как сопутствующий результат. В качестве примера рассмотрена вариация топологии консольной фермы. Выявленному оптимальному варианту топологии сопутствует анализ силового поля.

Ключевые слова: структура плоской фермы; топология; критерий оптимальности.

Abstract. The formation history of plane truss structure is briefly considered. Works of Russian engineers and scientists: D.I. Zhuravsky, L.D. Proskurjakov, V.G. Shukhov in domain of trusses formation are noted. Trusses synthesis theory formation is by means of economic inclination of design problem retarded. Its strong solution is on stationary effect principle, in particular, virtual work principle based. The optimality criterion obtains energetic substance. The material expenditure minimum is as concomitant result obtained. In the capacity of example is topology variation of console truss considered. Revealed optimal variant of topology is force field analysis accompanying.

Keywords: plane truss structure; topology; optimality criterion.

Фермой мы называем геометрически неизменяемую систему, состоящую из стержней, шарнирно соединенных между собой в узловых точках. Как показывают сравнительные расчеты, при действии узловой нагрузки усилия в стержнях фермы с жесткими узлами мало отличаются от усилий в стержнях шарнирных ферм, которые и будем рассматривать в дальнейшем. Под топологией фермы будем понимать предопределение узлов и способ их соединения между собой.

Кратко рассмотрим историю становления структуры фермы, уходящую в глубокую древность [1]. Простейший ее вариант – деревянное стропильное перекрытие, состоящее из наклонных ног, стянутых внизу горизонтальной балкой. Материалом служило дерево. При возрастании пролета стропильные ноги подпирались посредством вспомогательных подкосов и центральной стойки, а в случае необходимости – введением дополнительных стоек. В таком виде треугольная ферма находит применение и в настоящее время. Со временем структура ферм усложнялась, но теория их расчета отставала от потребностей практики.

Гениальный русский изобретатель И.П. Кулибин внес вклад и в развитие несущих конструкций. В последней четверти XVIII в. он предложил проект арочного моста пролетом 298 м через Неву. Все элементы ферм испытывали сжатие, что создавало наилучшие условия для использования дерева. Модель моста в 1/10 натуральной величины прошла успешное испытание, и Кулибина можно считать основателем моделирования несущих систем в строительной механике.



Русский инженер и ученый Д.И. Журавский первым обратил внимание на необходимость в таких случаях научного расчета и создал теорию расчета мостовых ферм. Он выяснил распределение усилий по панелям поясов однопролетных и неразрезных ферм и предложил конструктивные мероприятия, направленные на повышение несущей способности фермы. Теоретические выводы Д.И. Журавский подтверждал экспериментально. Он ввел перекрестные раскосы и этим значительно улучшил функционирование раскосной фермы. Предложенные им многораскосные пролетные строения существенно превосходили простые раскосные системы.

Развитие металлургии способствовало прогрессу в области строительных конструкций, в частности, ферм. Под влиянием работ Д.И. Журавского изменился взгляд на раскосы: они перестали быть вспомогательными элементами, соединяющими пояса, а стали относиться к категории основных элементов. Их стали проектировать с неодинаковыми сечениями – наименьшими в середине и наибольшими у опор. Устанавливалось также различие между поперечными сечениями растянутых и сжатых раскосов: первые оставались плоские, вторые трансформировались в сторону увеличения всесторонней жесткости поперечного сечения.

С именем профессора Л.Д. Проскуракова связано широкое использование в мостостроении балочных шпренгельных ферм, которые оправдали себя как весьма экономичные системы при больших пролетах. Ему принадлежит также введение в практику мостостроения высоких полигональных ферм с простой треугольной или шпренгельной решеткой.

В 1897 году вышла в свет книга В.Г. Шухова «Стропила», в которой изложена его теория арок ферм. Строго научно доказав известный из практики факт, что наиболее рациональной является ферма с параболическим очертанием верхнего пояса, Шухов нашел способ глубокого совершенствования конструкции путем замены традиционных раскосов, испытывающих сжатие и требующих решения проблемы устойчивости равновесия, системой легких лучевых затяжек из предварительно напряженного металла, испытывающих растяжение.

В книге «Стропила» практически впервые поставлены и решены задачи оптимизации массы посредством совершенствования топологии. Сам автор пишет об этом так: «... предложен выработанный мною аналитический расчет стропильных ферм, который дает ответ на вопросы об определении усилий, воспринимаемых на себя различными частями фермы, об определении веса этих частей и о назначении в проекте наиболее выгодного геометрического расположения всех частей фермы, при котором вес употребленного на устройство фермы материала был бы наименьшим» [2, с. 41].

Вместе с тем теория синтеза ферм оставалась сложной проблемой. Наилучшая ферма должна наиболее полно удовлетворять заранее заданным условиям [1]: способна перекрыть заданные пролеты, воспринимать заданные комбинации нагрузок, требовать минимальную затрату материала и труда на ее изготовление, на ее установку и на ее дальнейшую надежную эксплуатацию. Для общего решения этих задач необходима завершенная теория структурного синтеза.

Ее становление тормозила постановка во главе угла экономической стороны проектной задачи, ведущая к выхолащиванию ее физического содержания и, как следствие, к неверным результатам. Неслучайно многочисленные решения задач минимизации объема, массы, веса конструкции не привели к созданию стройной теории оптимизации.

Принцип стационарного действия есть обобщенная форма выражения детерминизма в физике. В механике деформируемого твердого тела ему соответствует принцип возможной работы. На основе последнего для тела с известными размерами и нагрузками сформулированы вариационные принципы, используемые для анализа напряженно-деформированного состояния. Расширение функционального пространства за счет полей функций конфигурации создает перспективу формулировки вариационных принципов,

которые можно применять для синтеза конструкции. Тем самым анализ и синтез конструкций получают единую методологическую основу.

Вариационный принцип структурного синтеза гласит [3]: потенциальная энергия системы в положении устойчивого равновесия достигает абсолютного минимума по перемещениям в функциональном пространстве, расширенном за счет полей функций конфигурации и (или) модулей упругости материала.

Критерием оптимальности фермы из однородного линейно упругого материала является равнопрочность виртуальной системы с внутренними силами N_i/φ_i , где φ_i – коэффициент уменьшения расчетного сопротивления R . Для растянутых стержней он равен единице, а для сжатых принимается исходя из ограничения гибкости элемента пояса или решетки. Искомые площади поперечных сечений A_i сжатых стержней должны иметь соответствующие минимальные радиусы инерции [4].

В случае однородного линейного материала, имеющего модуль продольной упругости E , упомянутый критерий выражается минимумом потенциальной энергии деформации:

$$U = \sum_{i=1}^n (N_i^2 l_i) / (2E\varphi_i^2 A_i), \quad (1)$$

где n – число стержней длиной l_i , N_i – усилие в стержне.

Рассмотрим пример вариации топологии консольной фермы (рис.).

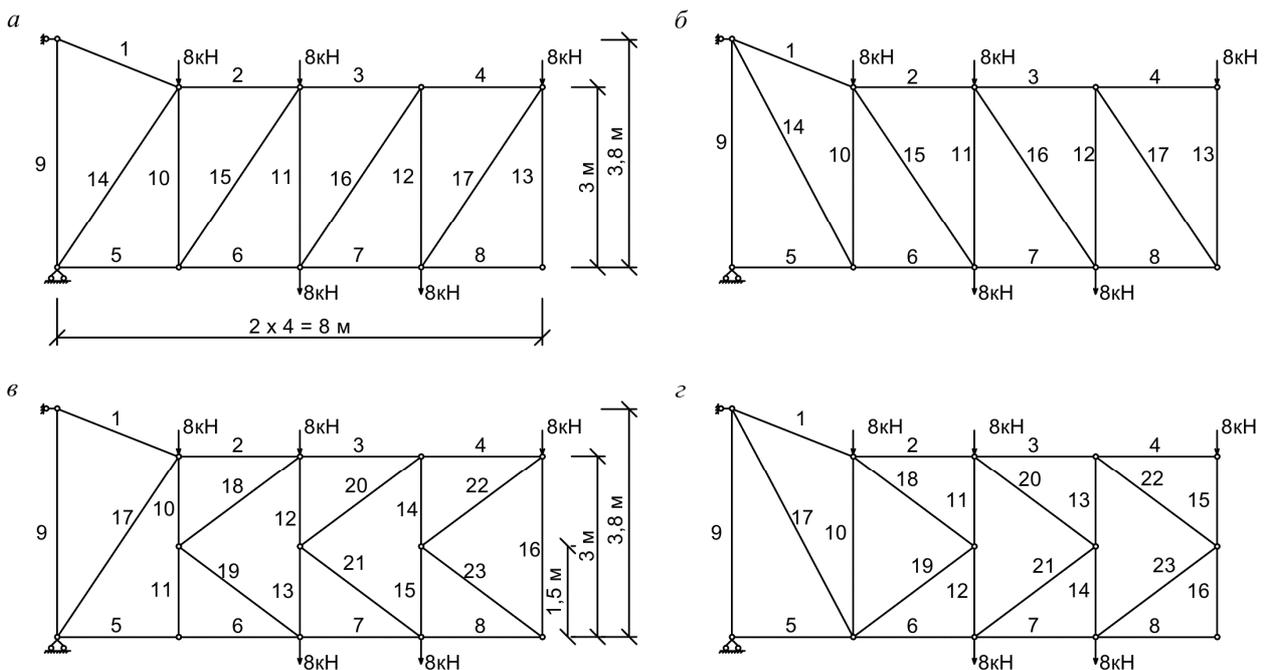


Рисунок - Консольные фермы:

а, б - с раскосной решеткой; в, г - с полураскосной решеткой

В табл.1 представлены внутренние усилия и площади поперечных сечений стержней для ферм с раскосной решеткой. Вариант I соответствует ферме с восходящими раскосами (рис. а), вариант II – ферме с нисходящими раскосами (рис. б).

В табл.2 представлены аналогичные данные для вариантов III и IV ферм с полураскосной решеткой (рис. в, г). При определении площадей A_i в целях избежания итерационной процедуры расчета принята для всех сжатых стержней величина $\varphi_i = 0,75$.

Таблица 1 - Геометрические и внутренние усилия для стержней ферм I и II

Стержни	Ферма I			Ферма II		
	l_i , м	N_i , кН	A_i , 10^{-4} м ²	l_i , м	N_i , кН	A_i , 10^{-4} м ²
1	2,15	54,42	2,176	2,15	40,21	1,608
2	2	37,33	1,493	2	16	0,64
3	2	16	0,64	2	5,33	0,213
4	2	5,33	0,213	2	0	
5	2	-37,33	1,991	2	-50,53	2,694
6	2	-16	0,853	2	-37,33	1,991
7	7	-5,33	0,284	2	-16	0,853
8	2	0		2	-5,33	0,284
9	3,8	-20,21	1,078	3,8	-40	2,133
10	3	32	1,28	3	-25,07	1,337
11	3	24	0,96	3	-24	1,28
12	3	16	0,64	3	-8	0,427
13	3	0		3	-8	0,427
14	3,61	-23,78	1,268	4,29	28,33	1,133
15	3,61	-38,46	2,051	3,61	38,46	1,538
16	3,61	-19,23	1,026	3,61	19,23	0,769
17	3,61	-9,62	0,513	3,61	9,62	0,385

Таблица 2 - Геометрические и внутренние усилия для стержней ферм III и IV

Стержни	Ферма III			Ферма IV		
	l_i , м	N_i , кН	A_i , 10^{-4} м ²	l_i , м	N_i , кН	A_i , 10^{-4} м ²
<i>l</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
1	2,15	54,42	2,177	2,15	40,21	1,608
2	2	37,33	1,493	2	16	0,64
3	2	16	0,64	2	5,33	0,213
4	2	5,33	0,213	2	0	
5	2	-37,33	1,991	2	-50,53	2,667
6	2	-37,33	1,991	2	-16	0,853
7	2	-16	0,853	2	-5,33	0,284
8	2	-5,33	0,284	2	0	
9	3,8	-2,21	1,078	3,8	-40	2,133
10	1,5	32	1,28	3	-9,07	0,484
11	1,5	0		1,5	-16	0,853
12	1,5	8	0,32	1,5	16	0,64
13	1,5	-8	0,427	1,5	-4	0,213
14	1,5	8	0,32	1,5	12	0,48
15	1,5	0		1,5	-8	0,427
16	3	-4	0,213	1,5	0	

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7
17	3,61	-23,78	1,268	4,29	28,33	1,133
18	2,5	-26,67	1,422	2,5	26,67	1,067
19	2,5	26,67	1,067	2,5	-26,67	1,422
20	2,5	13,33	0,711	2,5	13,33	0,533
21	2,5	13,33	0,533	2,5	-13,33	0,711
22	2,5	-6,67	0,356	2,5	6,67	0,267
23	2,5	6,67	0,267	2,5	-6,67	0,356

В табл.3 представлены величина энергии U и объема материала V , вычисленного по формуле:

$$V = \sum_{i=1}^n l_i A_i . \quad (2)$$

В случае «нулевых» усилий площадь A_i принимается, как обычно, по конструкционным соображениям.

Таблица 3 - Характеристика ферм

Характеристика	Фермы			
	I	II	III	IV
U , Дж	707	780	677	658
V , м ³	0,0045	0,0050	0,0043	0,0042

Таким образом, с точки зрения минимума потенциальной энергии деформации и сопутствующего ему минимума расхода материала оптимальным принят вариант IV. Он оказался выгоднее фермы III вследствие отсутствия усилия в нижнем поясе в крайней панели, а также сжимающего усилия в раскосе панели, примыкающей к опорам. Фермы с раскосной решеткой оказались менее эффективными по сравнению с фермами с полураскосной решеткой вследствие большей напряженности нижнего пояса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Рабинович И. М. Курс строительной механики. В 2-х т, Т.1. М.: Стройиздат, 1950. 388 с.
2. Шухов В. Г. Стропила. Изыскание рациональных типов стропильных ферм и теория арочных ферм. М.: Изд-во Политехнического общества, 1897.
3. Юрьев А. Г. Естественный фактор оптимизации топологии конструкций // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова, 2013. № 5. С. 46-48.
4. Зинькова В.А. Оптимизация топологии металлических ферм // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова, 2015. № 2. С. 37-40.



ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Смоляго Нина Алексеевна

ФГБОУ ВПО «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова», г. Белгород, Россия, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов,

E-mail: NASmolyago@mail.ru

Smoljago Nina Alekseevna

FSEI HPE «Belgorod State Technological University Named after V.G. Shukhov», Belgorod, Russia, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Chair of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials,

E-mail: NASmolyago@mail.ru

Яковлев Олег Александрович

ФГБОУ ВПО «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова», г. Белгород, Россия, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов,

E-mail: yak-oleg@yandex.ru

Jakovlev Oleg Aleksandrovich

FSEI HPE «Belgorod State Technological University Named after V.G. Shukhov», Belgorod, Russia, Associate Professor of Chair of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials,

E-mail: yak-oleg@yandex.ru

Корреспондентский почтовый адрес и телефон для контактов с авторами статьи:

308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46, БГТУ им. В. Г. Шухова, ГУК, каб. 503.

Яковлев О.А.

8(4722)30-99-01 доб. 17-61