УДК 519.248:62-192 DOI 10.21685/2307-4205-2018-4-3

В. С. Михайлов, Н. К. Юрков

ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ДЛЯ БЕЗОТКАЗНЫХ ИСПЫТАНИЙ, ПРОВОДИМЫХ ПО БИНОМИАЛЬНОМУ ПЛАНУ

V. S. Mikhailov, N. K. Yurkov

ESTIMATES OF RELIABILITY INDICATORS FOR FAULT-FREE TESTS CONDUCTED ACCORDING TO THE BINOMIAL PLAN

Аннотация. *Актуальность и цели*. Целью работы является построение оценок близких по своей результативности к эффективным оценкам биномиального плана испытаний, но лишенных их недостатков при безотказных испытаниях. В качестве показателей надежности выбирается вероятность безотказной работы и средняя наработка до отказа. *Методы*. Для нахождения эффективной оценки использовались интегральные числовые характеристики точности оценки, а именно: суммарный квадрат смещения (уклонения) ожидаемой реализации некоторого варианта оценки от всех возможных параметров биномиального плана испытаний. *Результаты и выводы*. Оценку вероятности отказа $\hat{P}_3$ следует признать более эффективной в сравнении с предложенными, как обладающую минимальным смещением и близким к минимальному разбросом своих значений. Построенная составная оценка вероятности отказа $\hat{P}_3$ позволяет уйти от казуса, когда оцениваем ситуацию как достоверное событие при безотказных испытаниях. В то же время при возникновении отказов оценка $\hat{P}_3$ полностью совпадает с абсолютно эффективной оценкой $\hat{P} = 1 - R / N$, что в этом случае позволяет использовать ее при любых исходах биномиальных испытаний вместо оценки $\hat{P}$. Оценку СНДО $\hat{T}_1$ следует признать более эффективной в сравнении с предложенными, как обладающую минимальным смещением и минимальным разбросом. Построенная оценка $\hat{T}_1$ позволяет оценивать СНДО конечной величиной при безотказных испытаниях, проводимых по биномиальному плану. Однако оценка $\hat{T}_1$ построена в предположении, что наработка до отказа имеет экспоненциальное распределение, если распределение наработки до отказа неизвестно, то преимущество по своей эффективности уже имеет непараметрическая оценка $\hat{T}_0$.

Ключевые слова: биномиальный закон распределения; интегральная оценка; план испытаний; точечная оценка.

Abstract. *Background.* The aim of the work is to construct estimates of similar in effectiveness to effective estimates of the binomial test plan, but lacking their shortcomings in failure-free tests. As reliability indicators, the probability of failure-free operation and the mean time to failure are chosen. *Methods.* To find an effective estimate, we used integral numerical characteristics of the accuracy of the estimate, namely, the total square of the displacement (deviation) of the expected realization of some variant of the estimate from all possible parameters of the binomial test plan. *Results and conclusions.* Estimating the probability of failure $\hat{P}_3$ should be recognized as more effective in comparison with the proposed ones, as having a minimum bias and close to the minimum spread of its values. The constructed composite estimate of the probability of failure $\hat{P}_3$ allows us to escape from the incident when we evaluate the situation as a reliable event in failure-free tests. At the same time, in the event of failures, the estimate of $\hat{P}_3$ completely coincides with the absolutely effective estimate $\hat{P} = 1 - R / N$, which makes it possible to use it for any outcome of binomial tests instead of estimating $\hat{P}$. The evaluation of $\hat{T}_1$ should be recognized as more effective than the proposed ones, as having minimal bias and minimal spread. The constructed estimate $\hat{T}_1$ makes it possible to estimate the average operating time to failure by a finite value for failure-free tests carried out according to the binomial plan. However, the estimate of $\hat{T}_1$ is based on the assumption that the time to failure has an exponential distribution, if the distribution of the time between failures is not known, then the nonparametric estimate $\hat{T}_0$ has an advantage in terms of its efficiency.

Key words: binomial distribution law; integral evaluation; test plan; point estimation.

Введение

При проведении испытаний на надежность исследователь сталкивается с проблемой оценки результатов испытаний, когда в процессе испытаний отказы изделий получены не были $(R = 0)$. Тогда оценка показателя надежности по результатам испытаний либо невозможна, либо результат оценки свидетельствует о достоверном событии (вероятность безотказной работы равна единице). В этом случае исследователь традиционно в качестве оценки параметра выбирает ее нижнюю доверительную границу, что занижает надежность изделия. В этом случае вполне естественным становится желание исследователя получить такую формулу оценки, чтобы она адекватно оценивала нормируемый показатель надежности при любом исходе испытаний [1–3].

Целью работы является построение оценок, близких по своей эффективности к эффективным оценкам биномиального плана испытаний, но лишенных их недостатков при безотказных испытаниях. В качестве показателей надежности выбирается вероятность безотказной работы (далее – ВБР) и средняя наработка до отказа (далее – СНДО).

Методы исследования оценок показателей надежности

В основе поиска эффективных оценок лежит интегральный подход, сформулированный в работах [4–6]. В основе интегрального подхода лежит построение правила выбора эффективной оценки $\hat{\theta}_0(R,N)$, заданного на сумме значений абсолютных (или относительных) смещений оценок $\hat{\theta}(R,N)$, выбранных из некоторого множества, от оцениваемого параметра закона распределения, где N – объем испытаний.

Критерий выбора эффективной оценки для ВБР

Критерий выбора эффективной оценки вероятности отказа (или ВБР) на множестве оценок $\hat{\theta}(R,N)$ основан на суммарном квадрате абсолютных (или относительных) смещений математического ожидания оценок $E\hat{\theta}(R,N)$ от вероятности отказа (далее – p) для всех возможных значений p, N.

Для выбора эффективной оценки вероятности отказа (или ВБР) потребуется только понятие абсолютного смещения и изменение параметра p в пределах $0 \le p \le 1$. Поэтому для простоты в качестве критерия получения эффективной оценки $\hat{\theta}_0(R,N)$ строится функционал (далее – $L\left(\hat{\theta}(R,N)\right)$) [4–6]:

$$L\left(\hat{\theta}(R,N)\right) = \frac{1}{k}\sum_{N_1}^{N_k}\int_0^1 \left\{E\hat{\theta}(R,N_i) - p\right\}^2 \partial p. \qquad (1)$$

Оценка $\hat{\theta}_0(R,N)$, минимизирующая функционал $L\left(\hat{\theta}(R,N)\right)$ на заданном множестве оценок, называется эффективной оценкой на заданном множестве смещенных оценок. Среди оценок, доставляющих примерно один и тот же минимум функционалу $L\left(\hat{\theta}(R,N)\right)$, следует выбрать оценку, которая имеет минимальный разброс (минимальное уклонение в среднеквадратическом смысле). Данную оценку будем называть как более эффективную в сравнении с выбранными.

Для выбора оценок, обладающих минимальным уклонением, строится функционал (далее – $D(\hat{\theta}(R,N))$), основанный на суммировании математических ожиданий квадратов относительных уклонений оценок $\hat{\theta}(R,N)$ от параметра p для всех возможных значений p, N [4–6]:

$$D\left(\hat{\theta}(R,N)\right) = \frac{1}{k}\sum_{N_1}^{N_k}\int_0^1 E\left\{\hat{\theta}(R,N_i) - p\right\}^2 \partial p\,. \qquad (2)$$

Оценку, которая доставляет нуль функционалу $L\left(\hat{\theta}_0\left(R,N\right)\right)=0$ (несмещенная оценка) и минимум функционалу $D\left(\hat{\theta}_0\left(R,N\right)\right)$, будем называть абсолютно эффективной.

В нашем случае случайная величина *R* имеет биномиальное распределение $p_N\left(k\right)$ [7, ф. 1.4.55] с параметрами *N* и $p, 0\le p\le 1$, т.е. с.в. *R*, равная числу успехов в серии из *N* независимых опытов с вероятностью успеха p, принимает целочисленные значения 0, 1, 2, …, *N* с вероятностями

$$p_N\left(k\right)=C_N^k p^k (1-p)^{N-k}.$$

Функция распределения $F_R\left(r,N,p\right)$ биномиальной с.в. *R* примет вид

$$F_R\left(r,N,p\right)=\sum_{k=0}^{r}\mathrm{p}_N\left(k\right). \quad (3)$$

В соответствии с формулой (3) математическое ожидание $E\hat{\theta}\left(R,N\right)$ имеет вид

$$E\hat{\theta}\left(R,N\right)=\sum_{k=0}^{N}\mathrm{p}_N\left(k\right)\hat{\theta}\left(k,N\right).$$

Ограничим объем испытаний $0<N\le 10$, что для высоконадежных и сложных изделий является пределом затрат. Тогда формула (1) примет вид

$$L\left(\hat{\theta}\left(R,N\right)\right)=\frac{1}{10}\sum_{N_1=1}^{N_{10}=10}\int_0^1\left\{E\hat{\theta}\left(R,N_i\right)-p\right\}^2\partial p.$$

В качестве эталона сравнения оценок вероятности отказа будем рассматривать традиционную оценку $\hat{P}\left(R,N\right)=\dfrac{R}{N}$, которая является несмещенной и эффективной оценкой параметра p [7, пример 2.4.20] и неявно заданную оценку вероятности отказа для биномиального плана испытаний (далее – $\hat{p}$) [6]. Оценка $\hat{P}\left(R,N\right)=\dfrac{R}{N}$ также является и оценкой максимального правдоподобия [7, пример 2.10.7].

Критерий выбора эффективной оценки для СНДО

Будем считать, что наработка до отказа изделий подчиняется экспоненциальному закону распределения вероятностей (далее – з.р.) с параметром T_0, где последний совпадает со средней наработкой до отказа (далее – СНДО). Тогда расчетное значение вероятности безотказной работы (далее – ВБР) одного изделия за заданное время τ будет определяться равенством

$$P_0\left(\tau\right)=e^{\left(-\frac{\tau}{T_0}\right)}.$$

В качестве критерия получения эффективной оценки СНДО строится функционал (далее – $V\left(\hat{\theta}\right)$), основанный на суммировании квадратов относительных смещений математических ожиданий оценок $\hat{\theta}\left(R,N\right)$ от параметра t экспоненциального з.р. (СНДО) для всех возможных значений t, *N* [6]:

$$V\left(\hat{\theta}\left(R,N,\tau\right)\right)=\frac{1}{3}\sum_{\tau_j=1E+3}^{\tau_j=1E+5}\frac{1}{10}\sum_{N=1}^{10}\int_0^{\infty}\left(\frac{1}{t}\right)^2\{E\hat{\theta}\left(R,N,\tau_j\right)-t\}^2\partial t. \quad (3)$$

Интегрирование ведется по всем возможным величинам параметра (СНДО) $t\in\left[0;\infty\right]$.

Функционал (далее – $H\left(\hat{\theta}\right)$), основанный на суммировании математических ожиданий квадратов относительных уклонений оценок $\hat{\theta}(R,N)$ от параметра t экспоненциального з.р. (СНДО) для всех возможных значений t, N [6]:

$$H\left(\hat{\theta}(R,N,\tau)\right)=\frac{1}{3}\sum_{\tau_j=1E+3}^{\tau_j=1E+5}\frac{1}{10}\sum_{N=1}^{10}\int_0^{\infty}\left(\frac{1}{t}\right)^2 E\{\hat{\theta}(R,N)-t\}^2\partial t. \qquad (4)$$

Задачей функционалов $H\left(\hat{\theta}(R,N,\tau)\right)$ является определение степени разброса значений предложенных оценок.

Оценка, минимизирующая предлагаемые функционалы, является эффективной среди предложенных оценок.

План действий

Для безотказных испытаний оценка ВБР приобретает значение равное единице ($ВБР= =1-\hat{P}(R=0,N)=1$), т.е. формально по результатам безотказных испытаний всегда следует, что изделия из оцениваемой партии являются безотказными. Такой вывод противоречит здравому смыслу.

Очевидно, что в процессе безотказных испытаний для исследователя желаемым является результат, сравнимый со значениями требований к показателям надежности, т.е. при положительном исходе испытаний (а отсутствие отказов свидетельствует об этом), оценка как минимум должна быть равной нормируемой величине (далее – норма) показателя надежности. Этот минимум и должен определять величину желаемой оценки при безотказных испытаниях, а ее вид согласно словесной формуле представляет из себя составную оценку, а именно:

$$\begin{cases}\hat{\theta}_{\text{норма}}(R)=1-\text{ВБРнорма}, & R=0,\\ \hat{\theta}_{\text{норма}}(R,N)=\dfrac{R}{N}, & R>0.\end{cases}$$

Оценка $\hat{\theta}_{\text{норма}}(R=0)$ при безотказных испытаниях не зависит от объема испытаний: количества испытуемых изделий *N* и времени испытаний, так как в этом случае не зависит от объема испытаний и традиционная оценка $\hat{P}(R=0,N)=\frac{R}{N}=\frac{0}{N}=0$. Величина оценки $\hat{\theta}_{\text{норма}}(R=0)$ при безотказных испытаниях формируется в зависимости от величины нормируемого значения ВБР, которое всегда отлично от единицы, т.е. какое требование к ВБР, такая и оценка вне зависимости от объема испытаний. Оценку $\hat{\theta}_{\text{норма}}(R,N)$ следует признать эффективной среди смещенных оценок. В принципе оценку $\hat{\theta}_{\text{норма}}(R,N)$ можно сколь угодно близко приближать по своей эффективности к эффективной и несмещенной оценке $\hat{P}=R/N$, приближая нормированную величину к единице. Чем больше нормируемая величина ВБР, тем эффективней оценка $\hat{\theta}_{\text{норма}}$. Вычисления с шагом $\partial p=1E-03$ уже для ВБРнорма = 0,999 дают значения функционала, близкие к значениям функционала на $\hat{P}=R/N$, а именно:

$$L\left(\hat{\theta}_{\text{норма}}\right)=1E-07\approx L\left(\hat{P}\right)=6E-33.$$

Построенная таким образом оценка $\hat{\theta}_{\text{норма}}$ позволит уйти от недостатков традиционной оценки $\hat{P}$ при безотказных испытаниях. Однако свойство оценок $\hat{P}$ и $\hat{\theta}_{\text{норма}}$ не зависеть от количества испытуемых изделий *N* при безотказных испытаниях приводит к казусу, когда необходимо определить количество испытуемых изделий. Это количество может выражаться любым числом, в том числе и единицей. Пользоваться в этом случае оценкой невозможно.

Построим оценки вероятности отказа (далее $-\hat{P}_i(R,N)$), которые адекватно зависят от количества испытуемых изделий и на их основе построим оценки ВБР и СНДО (далее – $\hat{T}_i$). И наоборот, на основе выбранных оценок СНДО, построим оценки вероятности отказа. На оценки введем ограничения по монотонности: для оценок вероятности отказа – ($\hat{P}_i(R,N)>\hat{P}_i(R+1,N)$), для СНДО – ($\hat{T}_i(R,N)>\hat{T}_i(R+1,N)$). Вполне естественным становится введение ограничения на изменения значений оценок вероятности отказа от нуля до единицы. Такие ограничения позволяют резко ограничить множество оценок, на котором ведется поиск.

Выбор эффективной оценки ВБР

Оценки вероятности отказа, предлагаемые для сравнения, строятся по общей формуле, а именно:

$$\begin{cases} \widehat{P}_i(R,N)=f_i(R=0,N), R=0, \hat{P}_i(R=0,N)>\hat{P}_i(R>0,N), \\ \widehat{P}_i(R,N)=\dfrac{R}{N}, \qquad R>0, \end{cases}$$

где f_i – некоторая функция от N, не нарушающая принцип монотонности. Эти оценки обслуживают непараметрический случай и в этом их преимущество, т.е. распределение наработки до отказа не конкретизируется. Знания о распределении параметра дают некоторое преимущество для оценок, основанных на этих знаниях. Предполагается также, что параметр p экспоненциально зависит от СНДО, а собственно, наработка до отказа имеет экспоненциальную зависимость распределения вероятностей. Тогда оценки параметра p можно представить через оценки СНДО, а именно:

$$\widehat{P}_i(R,N)=e^{\left(-\frac{\tau}{\hat{T}_i}\right)},$$

где $\hat{T}_i$ – выбранные оценки СНДО.

Имея неявно заданную оценку ВБР за время, равное времени испытаний τ, $\overline{p}=1-\hat{p}$, легко получить оценку СНДО $\hat{T}=\dfrac{\tau}{-\ln\left(1-\hat{p}(R,N)\right)}$. Аналогично, для оценки $\overline{P}=1-\hat{P}(R,N)=1-\dfrac{R}{N}$ оценка СНДО примет вид $\hat{T}_0=\dfrac{\tau}{-\ln\left(1-\hat{P}(R,N)\right)}$.

Оценка СНДО для плана испытаний NБτ в соответствии с [8, с. 188] имеет вид

$$\hat{T}_2=\frac{S(R,\tau,t_i,N)}{R},$$

где t_i – моменты отказов, $i=1,2,\ldots,R>0, S$ – суммарная наработка.

Доопределим оценку $\hat{T}_2$ при $R = 0$ величиной $\hat{T}_2 = S(R,\tau,N)$.

Другой вариант. Чтобы уйти от деления на ноль для оценки СНДО $\hat{T}_2$, представим ее в виде

$$\hat{T}_1=\frac{S(R,\tau,t_i,N)}{R+1}.$$

Будем рассматривать простой случай и сократим число переменных для оценок $\hat{T}_1$ и $\hat{T}_2$. Для этого будем предполагать, что разброс t_i происходит симметрично относительно $\tau/2$. Это выполнимо для высоконадежных изделий $\dfrac{\tau}{T_0}<0{,}1$ [8, с. 188]. Поэтому $S(R,\tau,N)=(N-R)\tau+R\tau/2$.

Соответственно изложению оценки ВБР за время, равное времени испытаний τ, будут иметь вид

$$\overline{P}_1(R,\tau,N)=\exp\left(-\frac{\tau}{\hat{T}_1}\right) \text{ и } \overline{P}_2(R,\tau,N)=\exp\left(-\frac{\tau}{\hat{T}_2}\right).$$

Или оценки вероятности отказа за время, равное времени испытаний τ, будут иметь вид

$$\hat{P}_1(R,\tau,N)=1-\exp\left(-\frac{\tau}{\hat{T}_1}\right) \text{ и } \hat{P}_2(R,\tau,N)=1-\exp\left(-\frac{\tau}{\hat{T}_2}\right).$$

Заметим, что до определения оценки $\hat{T}_2$ при $R = 0$ величиной $\hat{T}_2 = S(R,\tau,N)$ является мерой вынужденной, в противном случае ВБР, выраженная через эту оценку $\hat{T}_2$, при безотказных испытаниях будет иметь значение равное нулю, что для настоящих исследований и для практики не представляет интереса, несмотря на то, что в этом случае значение оценки $\hat{P}_2$ на функционал $eL\left(\hat{P}_2\left(\hat{T}_2\right)\right)=0{,}00144$ меньше, чем у ее конкурентов, проигрывая, в смысле минимального значения, только несмещенной и эффективной оценке $\hat{P}$.

Выбранные непараметрические оценки параметра p имеют вид

$$\hat{P}_0(R,N)=\frac{R+1}{N+1};$$

$$\hat{P}_3(R,N)=\begin{cases}\hat{p}(R=0,N), & R=0,\\ \dfrac{R}{N}, & R>0.\end{cases}$$

В табл. 1 приведены результаты подстановки в функционал $L\left(\hat{\theta}(R,N)\right)$ в соответствии с формулой (1) следующих оценок вероятности отказа: $\hat{p}$, $\hat{P}$, $\hat{P}_0$, $\hat{P}_1$, $\hat{P}_2$, $\hat{P}_3$. Вычисления проводились с шагом $\partial p = 1E-3$.

Таблица 1

Результаты подстановки оценок вероятности отказа в функционал $L\left(\hat{\theta}(R,N)\right)$

$\hat{p}$	$\hat{P}=R/N$	$\hat{P}_0$	$\hat{P}_1$	$\hat{P}_2$	$\hat{P}_3$	$\hat{\theta}_{\text{норма}}$, ВБР$_{\text{норма}}$ = 0,999
0,017	6E–33	0,018	0,027	0,018	0,011	1E–07
154 %	0 %	163 %	245 %	163 %	100 %	≈ 0 %

Из табл. 1 следует, что составная оценка $\hat{P}_3$ по своей эффективности превосходит все предложенные оценки, но является смещенной и уступает эталонной несмещенной и эффективной оценке $\hat{P}=R/N$. Заметим, что для безотказных испытаний значения оценок $\hat{p}$ и $\hat{P}_3$ совпадают, а в противном случае ($R > 0$) уже совпадают оценки $\hat{P}$ и $\hat{P}_3$.

Рассмотрим функционал $D\left(\hat{\theta}\right)$ (см. формулу (2)), основанный на суммировании математических ожиданий квадратов относительных уклонений оценок $\hat{\theta}(R,N)$ от параметра p для всех возможных значений p, N. Тогда формула (2) примет вид

$$D\left(\hat{\theta}(R,N)\right)=\frac{1}{10}\sum_{N_1=1}^{N_{10}=10}\int_0^1 E\left\{\hat{\theta}(R,N_i)-p\right\}^2\partial p .$$

В табл. 4 приведены результаты подстановки в функционал $D\left(\hat{\theta}(R,N)\right)$ в соответствии с формулой (2) следующих оценок вероятности отказа: $\hat{p}$, $\hat{P}$, $\hat{P}_0$, $\hat{P}_1$, $\hat{P}_2$, $\hat{P}_3$. Вычисления проводились с шагом $\partial p = 1E-03$.

Таблица 4

Результаты подстановки оценок вероятности отказа в функционал $D\left(\hat{\theta}(R,N)\right)$

$\hat{p}$	$\hat{P}=R/N$	$\hat{P}_0$	$\hat{P}_1$	$\hat{P}_2$	$\hat{P}_3$	$\hat{\theta}_{норма}$, ВБР$_{норма}$ = 0,999
0,0447	0,0488	0,0429	0,045	0,0357	0,040	0,0487
125 %	136 %	120 %	126 %	100 %	112 %	136 %

Из табл. 4 следует, что оценка $\hat{P}_2(R,N)$ по разбросу своих значений превосходит все предложенные оценки в смысле минимального значения. Однако составная оценка $\hat{P}_3$ обладает примерно равным с оценкой $\hat{P}_2$ разбросом своих значений и, обладая минимальным смещением, имеет преимущество. Поэтому составную оценку $\hat{P}_3$ можно принять в качестве искомой эффективной оценки среди предложенных.

Заметим, что при вычислениях варьирование шагом и диапазоном суммирования приводит к изменению результата функционала, но не меняет сути вещей – результат сравнения оценок не меняется.

Пример 1. В процессе испытаний на надежность одного изделия в течение 1000 ч отказы не возникали. Требуется дать оценку ВБР контролируемой партии изделий, если нормируемое значение ВБР равно 0,999. Результаты расчета приведены в табл. 5.

Таблица 5

Результаты расчета ВБР примера 1

$1-\hat{p}$	$1-\hat{P}=1-R/N$	$1-\hat{P}_0$	$1-\hat{P}_1$	$1-\hat{P}_2$	$1-\hat{P}_3$	$\hat{\theta}_{норма}$, ВБР$_{норма}$ = 0,999
0,5	1	0,5	0,368	0,368	0,5	0,999

Пример 2. В процессе испытаний на надежность 10 изделий отказы не возникали. Требуется дать оценку ВБР контролируемой партии изделий, если нормируемое значение ВБР равно 0,999. Результаты расчета приведены в табл. 6.

Таблица 6

Результаты расчета ВБР примера 2

$1-\hat{p}$	$1-\hat{P}=1-R/N$	$1-\hat{P}_0$	$1-\hat{P}_1$	$1-\hat{P}_2$	$1-\hat{P}_3$	$\hat{\theta}_{норма}$, ВБР$_{норма}$ = 0,999
0,933	1	0,909	0,905	0,905	0,933	0,999

Пример 3. В процессе испытаний на надежность одного изделия возник отказ. Требуется дать оценку ВБР контролируемой партии изделий. Результаты расчета приведены в табл. 7.

Таблица 7

Результаты расчета ВБР примера 3

$1-\hat{p}$	$1-\hat{P}=1-R/N$	$1-\hat{P}_0$	$1-\hat{P}_1$	$1-\hat{P}_2$	$1-\hat{P}_3$
0	0	0	0,018	0,0135	0

Пример 4. В процессе испытаний на надежность десяти изделий возник отказ. Требуется дать оценку ВБР контролируемой партии изделий. Результаты расчета приведены в табл. 8.

Таблица 8

Результаты расчета ВБР примера 4

$1-\hat{p}$	$1-\hat{P}=1-R/N$	$1-\hat{P}_0$	$1-\hat{P}_1$	$1-\hat{P}_2$	$1-\hat{P}_3$
0,837	0,900	0,818	0,810	0,9	0,9

Построенная составная оценка $\hat{P}_3$ позволяет уйти от казуса, когда оцениваем ситуацию как достоверное событие при безотказных испытаниях. Для безотказных испытаний высоконадежных изделий истина о величине оценки ВБР всегда ближе к единице, чем нет [9]. Поэтому построенная составная оценка $\hat{P}_3$ позволяет сделать вывод, что по результатам безотказных испытаний ВБР будет не менее оценочной величины $1-\hat{P}_3$.

Выбор эффективной оценки СНДО

С целью сравнения рассмотрим оценки СНДО $\hat{T}_1$ и $\hat{T}_2$, а также

$$\hat{T}_0=\frac{\tau}{-\ln\left(1-\hat{P}_0(R,N)\right)},\ \hat{T}_3=\frac{\tau}{-\ln\left(1-\hat{P}_3(R,N)\right)},\ \hat{T}_4=\frac{\tau}{-\ln\left(1-\hat{p}(R,N)\right)}.$$

В табл. 9 приведены результаты подстановки в функционал $V\left(\hat{\theta}(R,N,\tau)\right)$ в соответствии с формулой (3) следующих оценок СНДО: $\hat{T}_0, \hat{T}_1, \hat{T}_2, \hat{T}_3, \hat{T}_4$. Вычисления проводились с шагом $\partial p=1E-3$.

Таблица 9

Результы подстановки оценок СНДО в функционал $V\left(\hat{\theta}(R,N,\tau)\right)$

$\hat{T}_0$	$\hat{T}_1$	$\hat{T}_2$	$\hat{T}_3$	$\hat{T}_4$
78	62	95	173	136
125 %	100 %	153 %	279 %	219 %

Из табл. 9 следует, что оценка $\hat{T}_1$ обладает минимальным смещением.

В табл. 10 приведены результаты подстановки в функционал $H\left(\hat{\theta}(R,N,\tau)\right)$ в соответствии с формулой (4) следующих оценок СНДО: $\hat{T}_0, \hat{T}_1, \hat{T}_2, \hat{T}_3, \hat{T}_4$. Вычисления проводились с шагом $\partial p=1E-03$.

Таблица 10

Результаты подстановки оценок СНДО в функционал $H\left(\hat{\theta}(R,N,\tau)\right)$

$\hat{T}_0$	$\hat{T}_1$	$\hat{T}_2$	$\hat{T}_3$	$\hat{T}_4$
285	238	302	595	538
120 %	100 %	127 %	250 %	226 %

Из табл. 9 и 10 следует, что точечная оценка $\hat{T}_1$ обладает минимальным смещением и минимальным разбросом своих значений, поэтому оценку $\hat{T}_1$ следует признать более эффективной в сравнении с предложенными. Построенная оценка $\hat{T}_1$ позволяет оценивать СНДО конечной величиной при безотказных испытаниях, проводимых по биномиальному плану в предположении, что наработка до отказа имеет экспоненциальное распределение. Однако если распределение наработки до отказа не известно, то преимущество по своей эффективности уже имеет непараметрическая оценка $\hat{T}_0$.

Пример 5. В процессе испытаний на надежность в течение 1000 ч одного изделия отказы не возникали. Требуется дать оценку СНДО контролируемой партии изделий. Результаты расчета приведены в табл. 11.

Таблица 11

Результаты расчета СНДО примера 5

$\hat{T}_0$	$\hat{T}_1$	$\hat{T}_2$	$\hat{T}_3$	$\hat{T}_4$
1442	500	500	1442	1442

Пример 6. В процессе испытаний на надежность в течение 1000 ч десяти изделий отказы не возникали. Требуется дать оценку СНДО контролируемой партии изделий. Результаты расчета приведены в табл. 12.

Таблица 12

Результаты расчета СНДО примера 6

$\hat{T}_0$	$\hat{T}_1$	$\hat{T}_2$	$\hat{T}_3$	$\hat{T}_4$
10 604	10 000	10 000	14 409	14 409

Пример 7. В процессе испытаний на надежность в течение 1000 ч одного изделия произошел один отказ. Требуется дать оценку СНДО контролируемой партии изделий. Результаты расчета приведены в табл. 13.

Таблица 13

Результаты расчета СНДО примера 7

$\hat{T}_0$	$\hat{T}_1$	$\hat{T}_2$	$\hat{T}_3$	$\hat{T}_4$
0	2500	5000	0	0

Пример 8. В процессе испытаний на надежность в течение 1000 ч 10 изделий произошел один отказ. Требуется дать оценку СНДО контролируемой партии изделий. Результаты расчета приведены в табл. 14.

Таблица 14

Результаты расчета СНДО примера 8

$\hat{T}_0$	$\hat{T}_1$	$\hat{T}_2$	$\hat{T}_3$	$\hat{T}_4$
5000	4750	9500	5618	5618

Заключение

Оценку вероятности отказа $\hat{P}_3$ следует признать более эффективной в сравнении с предложенными, как обладающую минимальным смещением и близким к минимальному разбросом своих значений.

Построенная составная оценка вероятности отказа $\hat{P}_3$ позволяет уйти от казуса, когда оцениваем ситуацию как достоверное событие при безотказных испытаниях. В то же время при возникновении отказов оценка $\hat{P}_3$ полностью совпадает с абсолютно эффективной оценкой $\hat{P} = 1 - R / N$, что в этом случае позволяет использовать ее при любых исходах ($R > 0$) биномиальных испытаний вместо оценки $\hat{P}$.

Оценку СНДО $\hat{T}_1$ следует признать более эффективной в сравнении с предложенными, как обладающую минимальным смещением и минимальным разбросом. Построенная оценка $\hat{T}_1$ позволяет оценивать СНДО конечной величиной при безотказных испытаниях, проводимых по биномиальному плану. Однако оценка $\hat{T}_1$ построена в предположении, что наработка до отказа имеет экспоненциальное распределение, если распределение наработки до отказа не известно, то преимущество по своей эффективности уже имеет непараметрическая оценка $\hat{T}_0$.

Библиографический список

1. *Полтавский, А. В.* Модель отказов автоматизированных средств контроля / А. В. Полтавский, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 1 (9). – С. 63–57.
2. *Юрков, Н. К.* Системный подход к организации жизненного цикла сложных систем / Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 27–34.
3. *Юрков, Н. К.* Риски отказов сложных технических систем / Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 1 (5). – С. 18–24.
4. *Михайлов, В. С.* Оценка вероятности безотказной работы по результатам испытаний, не давших отказы / В. С. Михайлов // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 2 (18). – С. 62–66.
5. *Михайлов, В. С.* Исследование интегральных оценок потока отказов / В. С. Михайлов // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 2 (22). – С. 3–10.
6. *Михайлов, В. С.* Неявные оценки для плана испытаний типа NБτ / В. С. Михайлов // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 1 (21). – С. 64–71.
7. *Шуленин, В. П.* Математическая статистика. Часть 1. Параметрическая статистика / В. П. Шуленин. – Томск : Изд-во НТЛ, 2015. – 540 с.
8. *Гнеденко, Б. В.* Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М. : Наука, 1965. – 524 с.
9. *Михайлов, В. С.* Исследование интегральных оценок / В. С. Михайлов // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2018. – Т. 1. – С. 184–187.

References

1. Poltavskiy A. V., Yurkov N. K. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem* [Reliability and quality of complex systems]. 2015, no. 1 (9), pp. 63–57.
2. Yurkov N. K. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem* [Reliability and quality of complex systems]. 2013, no. 1, pp. 27–34.
3. Yurkov N. K. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem* [Reliability and quality of complex systems]. 2014. no. 1 (5), pp. 18–24.
4. Mikhaylov V. S. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem* [Reliability and quality of complex systems]. 2017, no. 2 (18), pp. 62–66.
5. Mikhaylov V. S. Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem [Reliability and quality of complex systems]. 2018, no. 2 (22), pp. 3–10.
6. Mikhaylov V. S. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem* [Reliability and quality of complex systems]. 2018, no. 1 (21), pp. 64–71.
7. Shulenin V. P. *Matematicheskaya statistika. Chast' 1. Parametricheskaya statistika* [Mathematical statistics. Part 1. Parametric statistics]. Tomsk: Izd-vo NTL, 2015, 540 p.
8. Gnedenko B. V., Belyaev Yu. K., Solov'ev A. D. *Matematicheskie metody v teorii nadezhnosti* [Mathematical methods in reliability theory]. Moscow: Nauka, 1965, 524 p.
9. Mikhaylov V. S. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2018, vol. 1, pp. 184–187.

Михайлов Виктор Сергеевич
ведущий инженер,
Центральный научно-исследовательский институт химии и механики им. Д. И. Менделеева
(115487, Россия, г. Москва, ул. Нагатинская, 16а)
E-mail: Mvs1956@list.ru

Mikhailov Viktor Sergeevich
lead engineer,
Central Research Institute of Chemistry and Mechanics named after D. I. Mendeleev
(115487, 16a Nagatinskaya street, Moscow, Russia)

Юрков Николай Кондратьевич
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: yurkov_NK@mail.ru

Yurkov Nikolay Kondrat'evich
doctor of technical sciences, professor,
head of sub-department of radio equipment design
and production,
Penza State University
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

УДК 519.248:62-192

Михайлов, В. С.

Оценки показателей надежности для безотказных испытаний, проводимых по биномиальному плану / В. С. Михайлов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 4 (24). – С. 29–39. – DOI 10.21685/2307-4205-2018-4-3.