УДК 623
DOI 10.21685/2072-3059-2020-3-11

В. И. Волчихин, Д. В. Искоркин, Д. С. Курков

О НОВОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТЕРИЯ СОХРАНЯЕМОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ УСТРОЙСТВ ВЗРЫВООПАСНЫХ СИСТЕМ ОДНОРАЗОВОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Аннотация.

Актуальность и цели. В мирное время этап хранения боеприпасов составляет до 95 % продолжительности стадии эксплуатации и возникает необходимость в разработке и определении нового критерия сохраняемости взрывоопасных сложных технических систем одноразового использования на этапе хранения. Таким критерием в соответствии с ГОСТ РВ 15.702–94 [1] является определение назначенного срока хранения до списания. Возникает научная задача в разработке методов определения рассматриваемого критерия сохраняемости. Цель работы – разработать метод определения назначенного срока хранения до списания для невосстанавливаемых устройств (взрыватели, средства воспламенения), комплектуемых к боеприпасам.

Материалы и методы. Сущность метода заключается в определении назначенных сроков хранения до списания и до момента наступления первого постепенного или внезапного отказов, представляющих собой случайные величины, подчиняющиеся нормальному и показательному законам распределения соответственно или ими порождаемым законам.

Результаты. Новый метод определения критерия сохраняемости назначенного срока хранения до списания невосстанавливаемых устройств, комплектуемых к боеприпасам, основанный на признаке безотказности рассматриваемых устройств, отличается от существующих повышением точности прогноза предлагаемого критерия без привлечения соответствующих финансовых и материальных затрат на проведение дополнительных испытаний в условиях ресурсных ограничений.

Выводы. Разработан новый метод определения критерия сохраняемости невосстанавливаемых устройств взрывоопасных систем одноразового использования – назначенных сроков хранения до списания и до момента наступления первого постепенного или внезапного отказов, представляющих собой случайные величины, подчиняющиеся усеченному показательному и обобщенному усеченному показательному законам распределения. Получены аналитические зависимости по расчету математического ожидания и дисперсии случайной величины времени наступления отказа как минимальной из двух случайных величин.

Ключевые слова: назначенный срок хранения, этап хранения, усеченный и обобщенный усеченный показательный законы распределения, внезапные и постепенные отказы, функция плотности вероятности.

V. I. Volchikhin, D. V. Iskorkin, D. S. Kurkov

ON A NEW METHOD TO DEFINE THE PERSISTENCE OF NONRECOVERABLE EXPENDABLE DEVICES IN EXPLOSIVE SYSTEMS

Abstract.

Background. In peacetime, the ammunition storing takes up to 95% of the duration of the operation stage, and it becomes necessary to develop and define a new criterion for the preservation of explosive complex technical systems of single use at the storage stage. This criterion, in accordance with State Standart RV 15.702–94 [1], is an assigned storage period before disposal. A scientific problem arises in the development of methods for determining the considered criterion of preservation. The purpose of the work is to develop a method for determining an assigned shelf life before decommissioning for non-recoverable devices (fuses, means of ignition) supplied with ammunition.

Materials and methods. The essence of the method is to determine a designated storage period until the write-off before the onset of the first gradual or sudden failure, which are random variables that obey the normal and exponential distribution laws, respectively, or the laws generated by them.

Results. The new method (based on the sign of the considered devices' reliability) for determining the criterion of an assigned storage period until the write-off of nonrecoverable devices supplied with ammunition is different from the existing ones. It is distinguished by increased accuracy of the forecast of the proposed criterion without attracting the corresponding financial and material costs for conducting additional tests under resource constraints.

Conclusions. A new method has been developed for determining the criterion of retention of non-recoverable devices of single-use explosive systems – an assigned storage period before decommissioning until the onset of the first gradual or sudden failure, which is a random variable, obeying the truncated exponential and generalized truncated exponential distribution laws. Analytical dependences have been obtained for calculating the mathematical expectation and variance of a random variable of the time of failure as the minimum of two random variables.

Keywords: assigned shelf life, storage stage, truncated and generalized truncated exponential distribution laws, sudden and gradual failures, probability density function.

Назначенный срок хранения до списания в соответствии с ГОСТ 27.003–2016 является критерием одного из свойств надежности (сохраняемости) боеприпасов, представляющих взрывоопасные сложные технические системы одноразового использования (ВОСОИ) и устанавливается с целью своевременного изъятия с этапа хранения комплектуемых к ним невосстанавливаемых устройств, к которым относятся взрыватели и средства воспламенения, с целью предупреждения их отказов при боевом применении изделий [1].

В настоящее время проблема прогнозирования технического состояния (ТС) рассматриваемых устройств, определяющих эксплуатационную надежность ВОСОИ (безотказность и сохраняемость), остается, как отмечается в статье Мясникова А. С. [2], не раскрытой. Автор предложил оригинальный способ определения предельно допустимого срока эксплуатации рассматриваемых устройств по признаку безотказности, т.е. по известным статистическим данным их отказов на стадии эксплуатации.

Известно, что этап хранения боеприпасов, укомплектованных такими устройствами, занимает до 95 % продолжительности стадии эксплуатации [3] и их ТС во многих назначенных сроках хранения до списания (НСХС) для невосстанавливаемых устройств ВОСОИ представляет научную задачу, решение которой позволит своевременно изымать их с хранения в разных климатических зонах и условиях (хранилище, открытая площадка).

В работе [2] предложена физическая и математическая модели совместного возникновения внезапных и постепенных (параметрических) отказов в рассматриваемых устройствах, имеющих случайный характер и описываемых минимальной из двух случайных величин, распределенных по показательному и нормальному законам.

Однако в рассмотренных моделях присутствуют ошибки, имеющие принципиальный характер и связанные с некорректным определением математического ожидания (МОЖ) случайной величины (СВ), распределенной по показательному закону, ограниченной справа временем хранения области допустимых значений (ОДЗ). Такая подмена объективных законов распределения СВ приводит к некорректным выводам, в частности, о характере поведения коэффициента неисправного состояния, приводимого в работе, и предлагаемых авторами назначенных сроках эксплуатации изделий.

В этом случае необходимо более детально рассматривать постепенный отказ как случайную величину, распределенную по усеченному показательному закону, а при не равной нулю левой границе времени эксплуатации ВОСОИ – по обобщенному усеченному показательному закону распределения. Поэтому возникла необходимость уточнения предлагаемых физической и математической моделей совместного возникновения внезапных и постепенных отказов в невосстанавливаемых устройствах ВОСОИ для определения их НСХС.

Математическая поставка задачи. Исследуется случайный процесс возникновения постепенного отказа невосстанавливаемого устройства, при этом среднее время генеральной совокупности подчинено показательному закону распределения, которому отвечает функция плотности

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \tag{1}$$

где λ [1/год] – интенсивность постепенных отказов и функция плотности вероятности (ФПВ)

$$f(t) = dF(t)/dt = \lambda e^{-\lambda t}. \tag{2}$$

Время наблюдения за СВ ограничено величиной t_{x} – временем хранения невосстанавливаемых устройств. За указанный промежуток времени часть устройств откажет, а другая – останется в исправном состоянии. Требуется определить интенсивность потока постепенных отказов генеральной совокупности λ по результатам наблюдений за СВ (лабораторных испытаний невосстанавливаемых устройств) в ограниченное время t_{x}.

Обозначим ФПВ новой СВ, подчиненной усеченному показательному распределению, через $f_2(t) = c\lambda e^{-\lambda t}$, где c – const. Она, как и любая ФПВ, должна отвечать требованию неотрицательности, а интеграл в области допустимых значений должен быть равен единице, т.е.

$$\int_0^{t_x} f_2(t)dt = \int_0^{t_x} c\lambda e^{-\lambda t} dt = c\lambda \int_0^{t_x} e^{-\lambda t} dt = \frac{c\lambda}{-\lambda} e^{-\lambda t}\Big|_0^{t_x} = -c\left(e^{-\lambda t_x} - 1\right) = 1. \quad (3)$$

Таким образом, получаем

$$c = \frac{1}{1 - e^{-\lambda t_x}}. \quad (4)$$

Для оценки справедливости проведенных вычислений найдем значение постоянной c при $t_x \to \infty$

$$\lim_{t_x \to \infty} c = 1. \quad (5)$$

Это соответствует ФПВ показательного распределения и подтверждает правильность выполненных преобразований. Следовательно, усеченное показательное распределение в пределе стремится к порождающему ее показательному распределению. Окончательно ФПВ усеченного показательного распределения имеет вид

$$f_2(t) = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda t_x}} e^{-\lambda t}. \quad (6)$$

Графики ФПВ показательного и усеченного показательного распределений показаны на рис. 1.

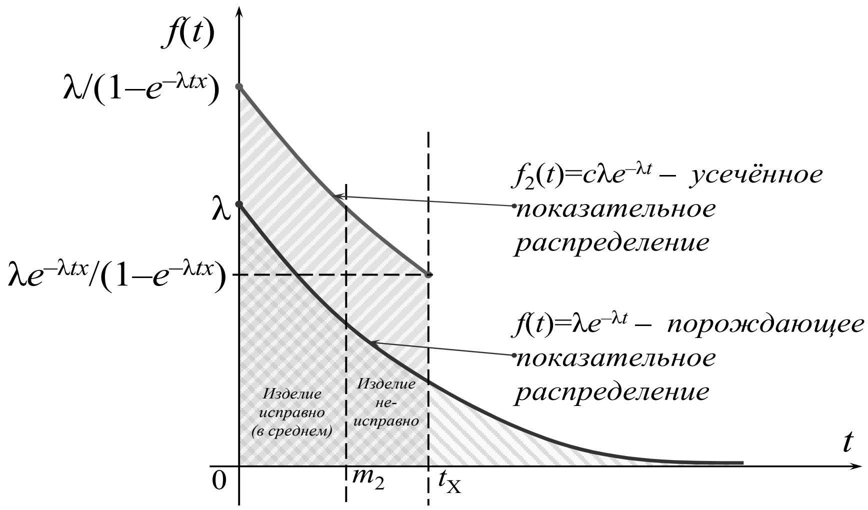

Рис. 1. Функции плотности вероятностей показательного и усеченного показательного распределений СВ

Найдем МОЖ СВ, распределенной по усеченному показательному распределению

$$m_2 = \int_0^{t_x} t f_2(t)dt = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda t_x}} \int_0^{t_x} t e^{-\lambda t} dt. \quad (7)$$

Далее интегрируем по частям, принимая $u = t$, $e^{-\lambda t}dt = dv$, откуда $du = dt$, $v = -e^{-\lambda t}/\lambda$, тогда имеем

$$m_2 = \frac{\lambda}{1-e^{-\lambda t_x}}\left[-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t}\Big|_0^{t_x} + \frac{1}{\lambda}\int_0^{t_x} e^{-\lambda t}dt\right] = \frac{\lambda}{1-e^{-\lambda t_x}}\left[-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t}\Big|_0^{t_x} - \frac{1}{\lambda^2}e^{-\lambda t}\Big|_0^{t_x}\right] =$$

$$= \frac{\lambda}{1-e^{-\lambda t_x}}\left[-\frac{t_x}{\lambda}e^{-\lambda t_x} - \frac{1}{\lambda^2}\left(e^{-\lambda t_x}-1\right)\right] = \frac{t_x e^{-\lambda t_x}}{e^{-\lambda t_x}-1} + \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} - \frac{t_x e^{-\lambda t_x}}{1-e^{-\lambda t_x}}. \quad (8)$$

Проверим справедливость полученного выражения, как и в предыдущем случае, при $t_x \to \infty$:

$$\lim_{t_x\to\infty} \frac{1}{\lambda} - \frac{t_x e^{-\lambda t_x}}{1-e^{-\lambda t_x}}. \quad (9)$$

Неопределенность второго слагаемого вида $\infty\times 0$, появляющуюся в числителе, раскроем с помощью правила Лопиталя:

$$\frac{1}{\lambda} - \lim_{t_x\to\infty}\frac{t_x e^{-\lambda t_x}}{1-e^{-\lambda t_x}} = \frac{1}{\lambda} - \lim_{t_x\to\infty}\frac{t_x}{e^{\lambda t_x}} = \frac{1}{\lambda} - \lim_{t_x\to\infty}\frac{(t_x)'}{\left(e^{\lambda t_x}\right)'} = \frac{1}{\lambda} - \lim_{t_x\to\infty}\frac{1}{\lambda e^{\lambda t_x}} = \frac{1}{\lambda}. \quad (10)$$

Так как выражение $e^{-\lambda t_x}$ при $t_x > 0$ всегда положительно и не превышает единицы, то второе слагаемое в (9) всегда больше нуля, поэтому $m_2 < m$, что соответствует объективной реальности.

Сходимость МОЖ усеченного показательного распределения к МОЖ классического показательного распределения при $t_x \to \infty$ подтверждает справедливость выполненных преобразований. Кроме того, справедливость полученного выражения подтверждена численным методом в среде Mathcad (рис. 2) путем сравнения результатов расчетов по формулам (7) и (8).

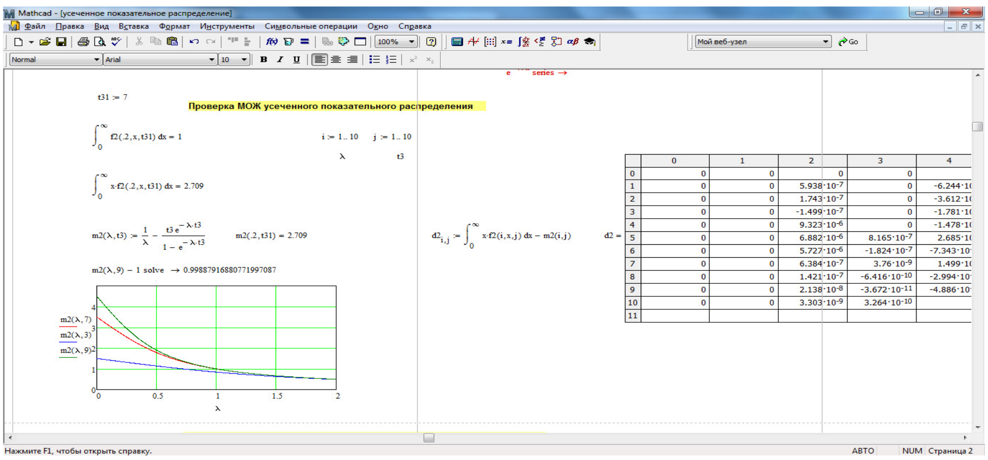

Рис. 2. Рабочий лист MathCad сравнения МОЖ
усеченного показательного закона распределения

Полученная зависимость имеет следующее практическое значение. Имея статистический ряд времен отказов однотипных невосстанавливаемых устройств $t_{2\,i}$, полученный в результате лабораторных испытаний при ограниченном времени наблюдений t_{x}, можно найти оценку МОЖ времени наработки до отказа по известной статистической зависимости

$$M\left[t_2\right] = \sum_{i=1}^{n} t_{2\,i}\ . \tag{11}$$

Решая полученное уравнение, связывающее МОЖ и параметр λ, относительно неизвестной интенсивности постепенных отказов λ, можно определить ее значение из выражения

$$M\left[t_2\right] = \frac{1}{\lambda} - \frac{t_{\text{x}} e^{-\lambda t_{\text{x}}}}{1 - e^{-\lambda t_{\text{x}}}}\ . \tag{12}$$

Полученное уравнение не может быть разрешено аналитически относительно λ, однако численное решение (12) не вызывает каких-либо вычислительных трудностей.

Определим второй начальный момент α_2СВ, распределенной по усеченному показательному закону распределения

$$\alpha_2 = \int_0^{t_{\text{x}}} t^2 f_2(t)dt = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda t_{\text{x}}}} \int_0^{t_{\text{x}}} t^2 e^{-\lambda t} dt\ . \tag{13}$$

Для этого интегрируем по частям, принимая $u = t^2$, $e^{-\lambda t}dt = dv$, откуда $du = 2tdt$, $v = -e^{-\lambda t}/\lambda$, тогда

$$\alpha_2 = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda t_{\text{x}}}} \left[-\frac{t^2}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{t_{\text{x}}} + \frac{1}{\lambda} \int_0^{t_{\text{x}}} 2te^{-\lambda t} dt \right] =$$

$$= \frac{1}{1 - e^{-\lambda t_{\text{x}}}} \left[-t_{\text{x}}^2 e^{-\lambda t_{\text{x}}} + 2 \int_0^{t_{\text{x}}} te^{-\lambda t} dt \right]. \tag{14}$$

Далее вновь интегрируем по частям, используя новые функции $u = t$, $e^{-\lambda t}dt = dv$, откуда $du = dt$, $v= -e^{-\lambda t}/\lambda$, тогда

$$2\int_0^{t_{\text{x}}} te^{-\lambda t} dt = 2\left[-\frac{t}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{t_{\text{x}}} + \frac{1}{\lambda} \int_0^{t_{\text{x}}} e^{-\lambda t} dt \right] = 2\left[-\frac{t_{\text{x}}}{\lambda} e^{-\lambda t_{\text{x}}} - \frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda t} \Big|_0^{t_{\text{x}}} \right] =$$

$$= 2\left[-\frac{t_{\text{x}}}{\lambda} e^{-\lambda t_{\text{x}}} - \frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda t_{\text{x}}} + \frac{1}{\lambda^2} \right], \tag{15}$$

поэтому

$$\alpha_2 = \frac{1}{1-e^{-\lambda t_x}}\left\{-t_x^2 e^{-\lambda t_x} + 2\left[-\frac{t_x}{\lambda}e^{-\lambda t_x} - \frac{1}{\lambda^2}e^{-\lambda t_x} + \frac{1}{\lambda^2}\right]\right\}. \quad (16)$$

Окончательно дисперсия СВ времени первого отказа $D[t]$ может быть найдена по формуле

$$D[t] = \alpha_2 - m_2^{\,2} = \frac{1}{1-e^{-\lambda t_x}}\left\{-t_x^2 e^{-\lambda t_x} + 2\left[-\frac{t_x}{\lambda}e^{-\lambda t_x} - \frac{1}{\lambda^2}e^{-\lambda t_x} + \frac{1}{\lambda^2}\right]\right\} -$$

$$-\left(\frac{t_э e^{-\lambda t_э}}{e^{-\lambda t_э} - 1} + \frac{1}{\lambda}\right)^2. \quad (17)$$

Проверим справедливость полученного выражения, как и в предыдущих случаях, вычислив предельное значение дисперсии при $t_x \to \infty$:

$$\lim_{t_x \to \infty} D[t] = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (18)$$

Как и ранее, при раскрытии неопределенности в выражении $t_x^2 e^{-\lambda t_x}$ вида $0\times\infty$ дважды использовалось правило Лопиталя:

$$\lim_{t_x \to \infty} t_x^2 e^{-\lambda t_x} = \lim_{t_x \to \infty} \frac{t_x^2}{e^{\lambda t_x}} = \lim_{t_x \to \infty} \frac{\left(t_x^2\right)'}{\left(e^{\lambda t_x}\right)'} =$$

$$= \lim_{t_x \to \infty} \frac{2t_x}{\lambda e^{\lambda t_x}} = \lim_{t_x \to \infty} \frac{\left(2t_x\right)'}{\left(\lambda e^{\lambda t_x}\right)'} = \lim_{t_x \to \infty} \frac{2}{\lambda^2 e^{\lambda t_x}} = 0. \quad (19)$$

Полученное выражение (18) соответствует дисперсии классического показательного распределения [4]. Справедливость полученного выражения, кроме того, также подтверждена численным методом в среде Mathcad (рис. 3).

При совпадении левой границы ФПВ с нулем усеченное показательное распределение постепенного отказа невосстанавливаемого устройства имеет вид зависимости (6). В общем случае, когда левая граница ФПВ не совпадает с нулем и равна произвольному значению t_0, значение коэффициента пропорциональности c_3 будет другим.

Обозначим ФПВ новой СВ, подчиненной обобщенному усеченному показательному распределению, через $f_3(t) = c_3\lambda e^{-\lambda t}$, где c_3 – const.

Она, как и любая ФПВ, должна отвечать требованию неотрицательности, а интеграл в области допустимых значений должен быть равен единице, т.е.

$$\int_{t_0}^{t_x} f_3(t)dt = \int_{t_0}^{t_x} c_3\lambda e^{-\lambda t}dt = c_3\lambda\int_{t_0}^{t_x} e^{-\lambda t}dt = \frac{c_3\lambda}{-\lambda}e^{-\lambda t}\Big|_{t_0}^{t_x} = -c_3\left(e^{-\lambda t_x} - e^{-\lambda t_0}\right) = 1. \quad (20)$$

Таким образом, коэффициент пропорциональности c_3 определяется по зависимости

$$c_3 = \frac{1}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_э}}. \tag{21}$$

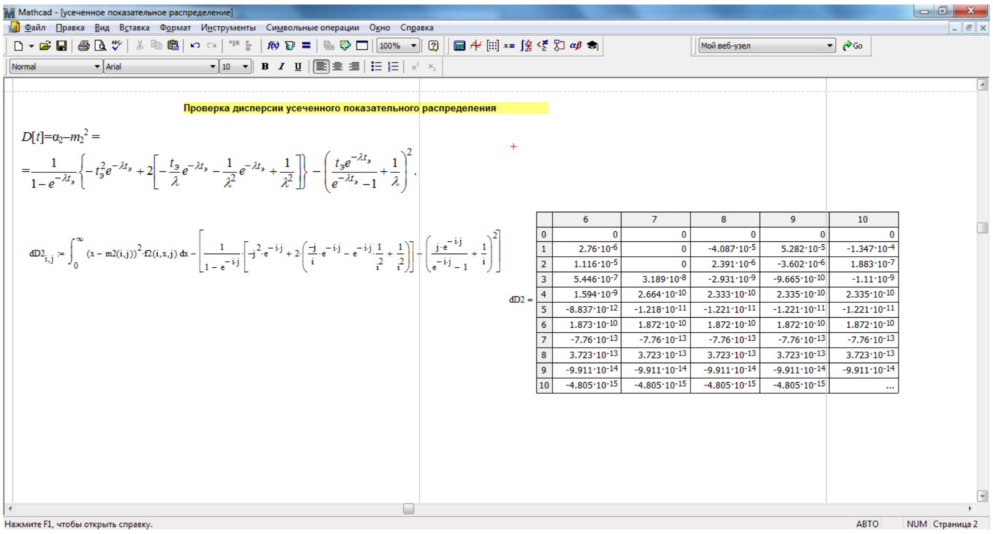

Рис. 3. Рабочий лист MathCad сравнения дисперсий усеченного показательного закона распределения

Для оценки справедливости проведенных вычислений найдем значение коэффициента пропорциональности c_3 при $t_x \to \infty$ и при $t_0 \to 0$ слева

$$\lim_{\substack{t_x \to \infty \\ t_0 \to 0}} c_3 = 1. \tag{22}$$

Это соответствует ф.п.в. показательного распределения и подтверждает правильность выполненных преобразований.

Таким образом, обобщенное усеченное показательное распределение в пределе стремится к порождающему ее показательному распределению.

Окончательно ФПВ обобщенного усеченного показательного распределения примет вид

$$f_3(t) = \frac{\lambda}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_x}} e^{-\lambda t}. \tag{23}$$

Графики ФПВ показательного и обобщенного усеченного показательного распределения показаны на рис. 4.

Найдем МОЖ СВ, распределенной по обобщенному усеченному показательному распределению:

$$m_3 = \int_{t_0}^{t_x} t f_3(t)dt = \frac{\lambda}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_x}} \int_{t_0}^{t_x} t e^{-\lambda t} dt. \tag{24}$$

Далее интегрируем по частям, принимая $u = t$, $e^{-\lambda t}dt = dv$, откуда $du = dt$, $v = -e^{-\lambda t}/\lambda$, тогда

$$m_3 = \frac{\lambda}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_x}} \left[-\frac{t}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_{t_0}^{t_x} + \frac{1}{\lambda} \int_{t_0}^{t_x} e^{-\lambda t} dt \right] = \frac{\lambda}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_x}} \times$$

$$\times \left[-\frac{t}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_{t_0}^{t_x} - \frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda t} \Big|_{t_0}^{t_x} \right] = \frac{\lambda}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_x}} \left[-\frac{t_э}{\lambda} e^{-\lambda t_x} + \frac{t_0}{\lambda} e^{-\lambda t_0} - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{\lambda^2} \left(e^{-\lambda t_x} - e^{-\lambda t_0} \right) \right] = \frac{1}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_x}} \left[e^{-\lambda t_0} \left(t_0 + \frac{1}{\lambda} \right) - e^{-\lambda t_x} \left(t_x + \frac{1}{\lambda} \right) \right]. \quad (25)$$

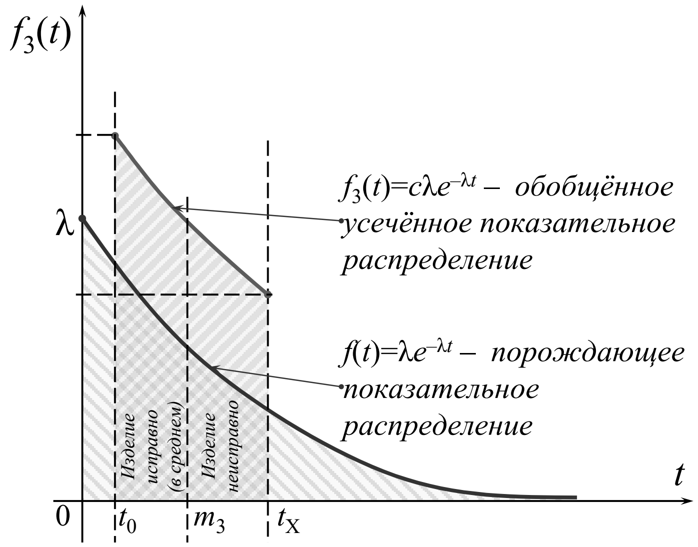

Рис. 4. Функции плотности вероятностей порождающего показательного распределения и обобщенного усеченного показательного распределения

Проверим справедливость полученного выражения, как и в предыдущем случае:

$$\lim_{\substack{t_x \to \infty \\ t_0 \to 0}} \frac{1}{e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda t_x}} \left[e^{-\lambda t_0} \left(t_0 + \frac{1}{\lambda} \right) - e^{-\lambda t_x} \left(t_x + \frac{1}{\lambda} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{1-0} \left[1 \left(0 + \frac{1}{\lambda} \right) - 0 \left(\infty + \frac{1}{\lambda} \right) \right]. \quad (26)$$

Неопределенность выражения вида ∞×0 раскроем с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{t_x \to \infty} t_э e^{-\lambda t_x} = \lim_{t_x \to \infty} \frac{t_x}{e^{\lambda t_x}} = \lim_{t_x \to \infty} \frac{(t_x)'}{\left(e^{\lambda t_x}\right)'} = \lim_{t_x \to \infty} \frac{1}{\lambda e^{\lambda t_x}} = 0, \quad (27)$$

поэтому

$$\lim_{\substack{t_x \to \infty \\ t_0 \to 0}} m_3 = \frac{1}{\lambda}. \qquad (28)$$

Сходимость МОЖ обобщенного усеченного показательного распределения к МОЖ классического показательного распределения при $t_x \to \infty$ и $t_0 \to 0$ подтверждает правильность выполненных преобразований. Кроме того, справедливость полученного выражения подтверждена численным методом в среде Mathcad (рис. 5) путем сравнения результатов расчетов по формулам (24) и (25).

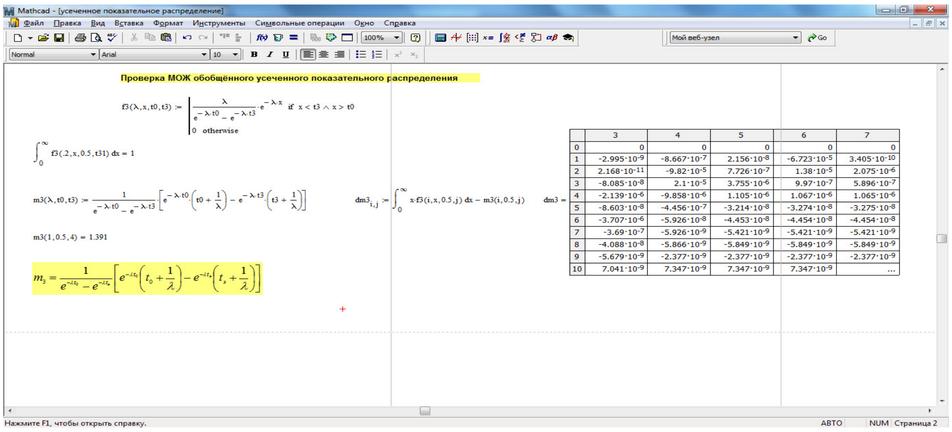

Рис. 5. Рабочий лист Mathcad сравнения МОЖ обобщенного усеченного показательного закона распределения

В связи с тем что на практике имеют место также внезапные отказы элементов невосстанавливаемых устройств, включающие полимерные материалы, вызванные их «старением» при длительном хранении, то рассмотрим более сложный случай, учитывающий одновременно внезапные и постепенные отказы, обусловленные «старением» изделий.

Найдем функцию распределения $F(u)$ для минимальной из двух СВ, одна из которых распределена по нормальному закону $N(m; \sigma)$, а вторая – по показательному закону $Exp(\lambda)$, т.е.

$$U = \min\{N(m;\, \sigma);\, Exp(\lambda)\}. \qquad (29)$$

Такая задача встречается в теории надежности при расчете вероятности безотказной работы изделий, когда постепенные отказы характеризуются показательным законом распределения Exp с параметром λ, а внезапные отказы – нормальным N с МОЖ m и средним квадратическим отклонением σ. Требуется определить закон распределения времени первого отказа, т.е. минимальной из двух СВ.

В общем виде функция распределения $G(u)$ минимальной из n независимых СВ определяется выражением [5]:

$$G(u) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - F_i(u)\right], \qquad (30)$$

а ФПВ $g(u)$ для двух СВ имеет вид

$$g(u) = f_1(u)\left[1 - F_2(u)\right] + f_2(u)\left[1 - F_1(u)\right]. \quad (31)$$

Далее для определенности будем искать функцию распределения (30). Для показательного закона функция распределения имеет вид

$$F_1(u) = 1 - e^{-\lambda u}, \quad (32)$$

а для нормального закона –

$$F_2(u) = \int_{-\infty}^{u} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u_1 - m)^2}{2\sigma^2}} du_1. \quad (33)$$

В последнем выражении сделаем замену переменных, обозначив $t = (u_1 - m)/\sigma$ и перейдя, таким образом, к центрированной и нормированной нормальной СВt. При этом $du_1 = \sigma dt$, а пределы интегрирования изменятся следующим образом:

u_1	t
$-\infty$	$-\infty$
u	$(u - m)/\sigma$

Откуда получим

$$F_2(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{u-m}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (34)$$

Выражение $1 - F_2(u)$, входящее в зависимость (30), можно переписать следующим образом:

$$1 - F_2(u) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{u-m}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{u-m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (35)$$

учитывая, что

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 1, \quad (36)$$

так как подынтегральное выражение (35) является ФПВ нормальной СВ.

Таким образом, функция надежности $P(u) = 1 - G(u)$ минимальной из двух СВ U окончательно будет иметь следующий вид:

$$P(u) = 1 - G(u) = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - F_i(u)\right] =$$

$$= \frac{e^{-\lambda u}}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{u-m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = e^{-\lambda u}\left[1 - F\left(\frac{u-m}{\sigma}\right)\right]. \quad (37)$$

Семейство графиков функций распределения СВ U при различных параметрах показано на рис. 6 и 7.

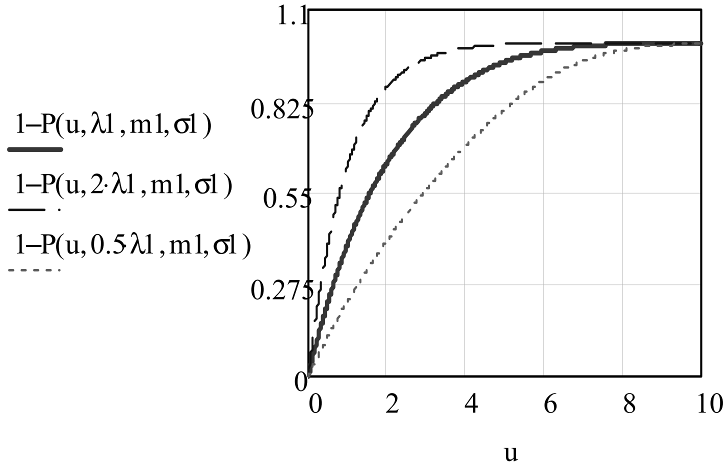

Рис. 6. Семейство функций распределения СВ U при различных параметрах: $\lambda = \{1; 2; 0{,}5\}$; $m = 6$; $\sigma = 2$

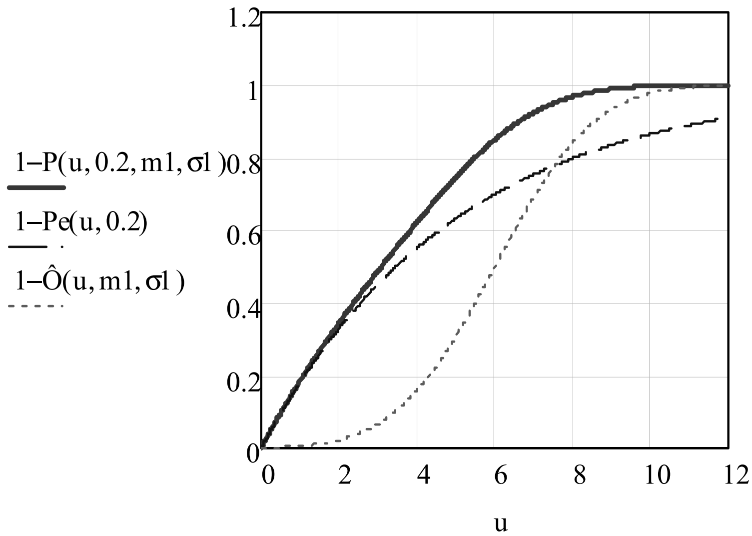

Рис. 7. Вид функций распределения СВU ($\lambda = 1$; $m = 6$; $\sigma = 2$) и $Exp(\lambda = 1)$

Найдем МОЖ СВ U. Функция распределения $F(x)$, ФПВ $f(x)$, функция надежности $P(x) = 1 - F(x)$ и ее первая производная связаны следующими соотношениями:

$$f(x) = dF(x)/dt = d[1 - P(x)]/dt = -dP(x)/dt = -p(x);$$

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = -\int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx. \tag{38}$$

В выражении (38) вычислим интеграл по частям, обозначив $u = x$, $dv = p(x)dx$. Тогда $v = \int_{-\infty}^{x} p(x)dx = P(x)$, $du = dx$, а

$$m_x = -uv\Big|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} vdu = -xP(x)\Big|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx. \tag{39}$$

Так как показательная СВ имеет ОДЗ [0; ∞), а нормальная – (–∞; ∞), то минимальная из них будет иметь ОДЗ, полученную объединением интервалов, т.е. [0; ∞). Поэтому в дальнейшем нижнюю границу ОДЗ СВ U примем равной нулю.

Рассмотрим первое слагаемое выражения (39):

$$xP(x)\Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{xe^{-\lambda x}}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x-m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt \Bigg|_0^{\infty} = \infty \cdot 0 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \cdot c. \tag{40}$$

Неопределенность вида ∞×0 раскроем по правилу Лопиталя:

$$\lim_{x\to\infty} xe^{-\lambda x} = (\infty \cdot 0) = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{e^{\lambda x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{(x)'}{\left(e^{\lambda x}\right)'} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\lambda e^{\lambda x}} = 0. \tag{41}$$

Таким образом, первое слагаемое в выражении (39) равно нулю. Рассмотрим второе слагаемое выражения (39), для чего введем следующие обозначения:

$$U(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x-m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt, \; dV(x) = e^{-\lambda x}dx. \tag{42}$$

По теореме Барроу,

$$dU(x) = -\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx. \tag{43}$$

Знак минус обозначает, что переменная дифференцирования находится в нижнем пределе, множитель 1/σ представляет собой производную по x от выражения нижнего предела, а первое выражение (42) в целом представляет собой производную сложной функции.

Из второго уравнения (42) следует

$$V(x) = -\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}. \tag{44}$$

В принятых обозначениях

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx = U(x)V(x)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} V(x)dU(x) =$$

$$= -\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x} \int_{\frac{x-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \Bigg|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx =$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\cdot 0 \cdot 0 + \frac{1}{\lambda}\cdot 1 \cdot \int_{\frac{0-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{1}{\lambda}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\lambda x - \frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx. \tag{45}$$

Вычислим первый определенный интеграл:

$$\int_{\frac{0-m}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 1 - \int_{-\infty}^{\frac{0-m}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 1 - F\left(-\frac{m}{\sigma}\right), \tag{46}$$

где

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \ - \tag{47}$$

табулированная функция Лапласа, представляющая собой функцию распределения нормальной СВ.

Преобразуем показатель степени в последнем слагаемом (45) путем выделения в нем полного квадрата:

$$-\lambda x - \frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} = -\frac{(ax-b)^2}{2} + c,$$

$$\frac{-\lambda x 2\sigma^2 - \left(x^2 - 2mx + m^2\right)}{2\sigma^2} = -\frac{\lambda x 2\sigma^2 + x^2 - 2mx + m^2}{2\sigma^2} =$$

$$= -\frac{a^2x^2 - 2bax + b^2}{2} + c, \tag{48}$$

приравняв коэффициенты при равных степенях x:

$$a = 1/\sigma;\ ba = m/\sigma^2 - \lambda;\ b = m/\sigma - \lambda\sigma;\ c = \lambda(\lambda\sigma^2/2 - m). \qquad (49)$$

Выполним замену переменной, обозначив $y = ax - b$.

Тогда $dx = dy/a$, а пределы интегрирования изменятся следующим образом:

x	y
0	$-b$
∞	∞

В принятых обозначениях:

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda x - \frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = \int_0^{\infty} e^{-\frac{(ax-b)^2}{2}+c} dx = \frac{1}{a}\int_{-b}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}+c} dy = \frac{1}{a} e^c \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-b}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy =$$

$$= \frac{1}{a} e^c \sqrt{2\pi}\left[F(\infty) - F(-b)\right] = \frac{1}{a} e^c \sqrt{2\pi}\left[1 - F(-b)\right]. \qquad (50)$$

Таким образом, выражение (39) окончательно примет вид

$$m_x = -xP(x)\Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(x)\,dx = \int_0^{\infty} P(x)\,dx = \frac{1}{\lambda}\left[1 - F\left(-\frac{m}{\sigma}\right)\right] - \frac{1}{\lambda}\cdot\frac{1}{\sigma}\cdot\frac{1}{a}\times$$

$$\times e^c\left[1 - F(-b)\right] = \frac{1}{\lambda}\left\{\left[1 - F\left(-\frac{m}{\sigma}\right)\right] - e^{\lambda\left(\frac{\lambda\sigma^2}{2} - m\right)}\left[1 - F\left(-\frac{m}{\sigma} + \lambda\sigma\right)\right]\right\}. \qquad (51)$$

Найдем предел МОЖ при $m \to \infty$ и $\sigma \to 0$, исключая, таким образом, из рассмотрения нормально распределенную СВ:

$$\lim_{\substack{m\to\infty \\ \sigma\to 0}} m_x = \frac{1}{\lambda}\left\{\left[1 - F(-\infty)\right] - e^{-\infty}\left[1 - F(-\infty)\right]\right\} = \frac{1}{\lambda}\left\{[1-0] - 0[1-0]\right\} = \frac{1}{\lambda}, \quad (52)$$

т.е. МОЖ минимальной из двух СВ в пределе стремится к МОЖ показательного закона, что подтверждает справедливость выполненных преобразований.

Таким образом, получена функция распределения СВ, представляющей собой минимальную из двух независимых СВ, одна из которых распределена по нормальному закону $N(m;\sigma)$, а вторая – по показательному закону $Exp(\lambda)$:

$$F(u) = 1 - \frac{e^{-\lambda u}}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{u-m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \qquad (53)$$

Кроме того, получено аналитическое выражение для вычисления ее МОЖ:

$$m = \frac{1}{\lambda}\left\{\left[1 - F\left(-\frac{m}{\sigma}\right)\right] - e^{\lambda\left(\frac{\lambda\sigma^2}{2} - m\right)}\left[1 - F\left(-\frac{m}{\sigma} + \lambda\sigma\right)\right]\right\}. \qquad (54)$$

Таким образом, предложен новый метод определения НСХС невосстанавливаемых устройств ВОСОИ, отличающийся от существующих повышением точности прогноза данного критерия без привлечения соответствующих финансовых и материальных затрат на проведение дополнительных испытаний в условиях ресурсных ограничений и основанный на признаке безотказности рассматриваемых устройств, сущность которого заключается в определении НСХС до момента наступления первого постепенного или внезапного отказа, представляющих собой СВ, подчиняющиеся нормальному и показательному законам распределения соответственно или ими порождаемым законам: усеченному показательному и обобщенному усеченному показательному с получением аналитических зависимостей по расчету МОЖ и дисперсии СВ времени наступления отказа как минимальной из двух СВ, распределенных по показательному и нормальному законам.

Рассчитанный срок хранения до списания является одним из назначаемых критериев сохраняемости комплектующих элементов и в целом ВОСОИ. Следует отметить, что получаемые оценки НСХС учитывают только безотказность невосстанавливаемых элементов боеприпасов и не учитывают такие показатели, как безопасность хранения и экономические расходы в пределах назначенного срока хранения до списания.

Библиографический список

1. ГОСТ РВ 15.702–94. Система разработки и постановки продукции на производство. Военная техника. Порядок установления и продления назначенного ресурса, срока службы, срока хранения. – Москва : Изд-во стандартов, 1994. – 39 с.
2. **Мясников, А. С.** Определение срока службы невосстанавливаемых устройств / А. С. Мясников. – Москва : МГТУ, 2008.
3. **Курков, Д. С.** Построение моделей прогнозирования степени коррозионного поражения боеприпасов при длительном хранении на территории России / В. И. Волчихин, Д. С. Курков, Д. В. Загарских // Известия Российской академии наук. – 2017. – №. 3 (99). – С. 13–19.
4. **Шестаков, А. В.** Теория вероятностей / А. В. Шестаков. – Пенза : ВАИУ, 1968. – Ч. I. – 224 с.
5. **Вентцель, Е. С.** Теория вероятностей : учебник / Е. С. Вентцель. – 9-е изд. – Москва : Академия, 2003. – 576 с.
6. **Вентцель, Е. С.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения : учеб. пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 3-е изд. – Москва : Академия, 2003. – 464 с.

References

1. GOST RV 15.702–94. *Sistema razrabotki i postanovki produktsii na proizvodstvo. Voennaya tekhnika. Poryadok ustanovleniya i prodleniya naznachennogo resursa, sroka sluzhby, sroka khraneniya* [System of product development and launching into production. Military equipment. The procedure for establishing and extending the assigned resource, service life, storage life]. Moscow: Izd-vo standartov, 1994, 39 p. [In Russian]
2. Myasnikov A. S. *Opredelenie sroka sluzhby nevosstanavlivaemykh ustroystv* [Determining the lifetime of non-recoverable devices]. Moscow: MGTU, 2008. [In Russian]
3. Kurkov D. S., Volchikhin V. I., Zagarskikh D. V. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences]. 2017, no. 3 (99), pp. 13–19. [In Russian]

4. Shestakov A. V. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Penza: VAIU, 1968, part I, 224 p. [In Russian]
5. Venttsel' E. S. *Teoriya veroyatnostey: uchebnik* [Probability theory: textbook]. 9th ed. Moscow: Akademiya, 2003, 576 p. [In Russian]
6. Venttsel' E. S., Ovcharov L. A. *Teoriya veroyatnostey i ee inzhenernye prilozheniya: ucheb. posobie* [Probability theory and its engineering applications: teaching aid]. 3rd ed. Moscow: Akademiya, 2003, 464 p. [In Russian]

Волчихин Владимир Иванович
доктор технических наук, профессор, президент Пензенского государственного университета (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: president@pnzgu.ru

Volchikhin Vladimir Ivanovich
Doctor of engineering sciences, professor, president of Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Искоркин Дмитрий Викторович
доктор технических наук, доцент, начальник кафедры производства и эксплуатации артиллерийского вооружения, филиал Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулева (Россия, г. Пенза-5)

E-mail: antares.75@mail.ru

Iskorkin Dmitriy Viktorovich
Doctor of engineering sciences, associate professor, head of the sub-department of production and operation of artillery weapons, branch of the Military Academy of Logistics named after General of the Army A. V. Khrulev (Penza-5, Russia)

Курков Дмитрий Сергеевич
кандидат технических наук, преподаватель, кафедра проводной электросвязи и автоматизированных систем, Военный учебный центр, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: hammer22@bk.ru

Kurkov Dmitriy Sergeevich
Candidate of engineering sciences, lecturer, sub-department of wired telecommunications and automated systems, Military Training Center, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Образец цитирования:

Волчихин, В. И. О новом методе определения критерия сохраняемости невосстанавливаемых устройств взрывоопасных систем одноразового использования / В. И. Волчихин, Д. В. Искоркин, Д. С. Курков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2020. – № 3 (55). – С. 109–125. – DOI 10.21685/2072-3059-2020-3-11.