Можно вычислить эквивалентное сопротивление контура методом поэтапной свертки параллельных и последовательных участков. Затем представить это сопротивление в виде суммы трех слагаемых: индуктивного, емкостного и активного. Но при этом возникнет необходимость в решении уравнения, содержащего переменную времени в пятой степени.

Применим механическую аналогию. В пространстве отражений получим механическую систему, изображенную на рис. 2 слева. Эта система легко решается с помощью аппарата аналитической механики (уравнением Лагранжа 2 рода).

Таким образом, очевидна целесообразность применения механической аналогии к решению электротехнических задач.

© Степаненко А. Ю., Набеева Э. Р.,
Кагиров Р. Р., 2011

УДК 62.501

А. В. Стрельников
Научный руководитель – А. В. Медведев
Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева, Красноярск

О МОДЕЛИРОВАНИИ СТАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С «ТРУБЧАТЫМИ» СТРУКТУРАМИ

Рассматривается задача идентификация статических объектов в условиях параметрической и непараметрической неопределенности. Между компонентами входной переменной объекта может существовать статистическая зависимость.

Любое исследование в научной или производственной сфере включает в себя этап построения математических моделей. В виду сложности решаемых задач все больше используется метод компьютерного моделирования. Модели, построенные с помощью вычислительных технологий, позволяют проводить множество экспериментов со сравнительно большими объемами выборки. По результатам таких экспериментов можно делать выводы как о самом объекте, так и об алгоритмах идентификации.

Различают два типа моделирования: параметрическая и непараметрическая идентификация. Принципиальное отличие этих методов заключается в уровне априорной информации. В первом случае полагается, что структура модели объекта известна с точностью до параметров, и задача идентификации сводится к оценке этих параметров по наблюдениям. Когда невозможно определить структуру модели, то используются методы непараметрической идентификации.

Пусть процесс статичен и описывается следующим уравнением:

$$x(t) = f(u(t), \xi(t)), \qquad (1)$$

где $u(t)$, $x(t)$ – входная и выходная переменные объекта $u \in \Omega(u) \subset R^n$, $x \in \Omega(x) \subset R$, $\xi(t)$ – случайные возмущения. Область изменения переменных $u(t)$ и $x(t)$ назовем $\Omega(x,u)$.

На практике интервалы изменения переменных $u(t)$ и $x(t)$ всегда известны. Таким образом, пространство входных-выходных переменных $\Omega(x,u)$ может быть представлено без нарушения общности в виде гиперкуба. При построении моделей многомерных систем чаще всего возникают ситуации, когда компоненты векторов входных переменных статистически зависимы.

Оказывается, что область существования процесса ограничивается не только гиперкубом $\Omega(x,u)$, но и содержится в его некоторой подобласти $\Omega^H(x,u) \subset \Omega(x,u)$. Этот факт иллюстрируется на рис. 1.

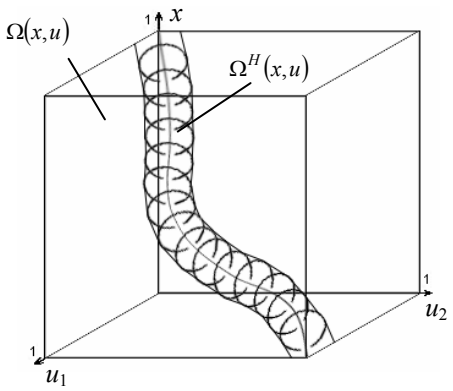


Рис. 1. «Трубчатая» структура

Следует обратить внимание на существенное отличие областей $\Omega(x,u)$ и $\Omega^H(x,u)$. В теории идентификации область $\Omega(x,u)$ всегда известна или задана. Область же протекания реального процесса $\Omega^H(x,u)$ никогда неизвестна.

Пусть модель процесса задана с точностью до вектора параметров $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_N)$:

$$\hat{x}(t) = \hat{f}(u, \alpha), \qquad (2)$$

где $\hat{x}$ – выход модели $\forall u \in \Omega(u) \subset R^k$. При использовании модели (2) мы сталкиваемся с трудностями, состоящими в том, что для $(x,u) \notin \Omega^H(x,u)$, но $(x,u) \in \Omega(x,u)$ оценки $\hat{x}$ могут существовать и вне допустимой области.

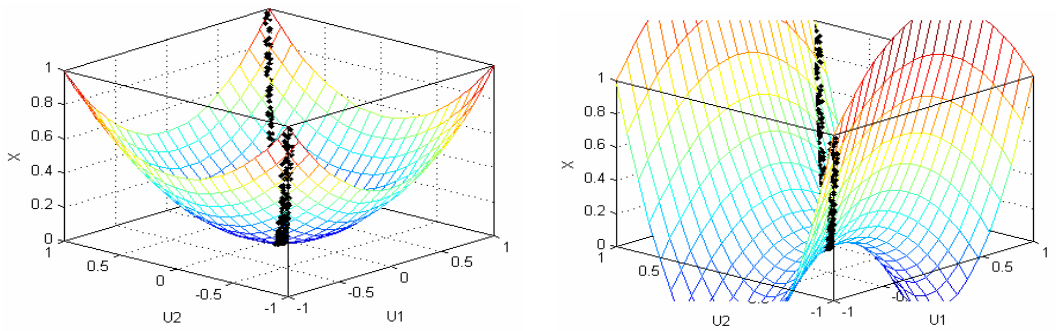


Рис. 2. Результат параметрической идентификации

Смоделирован численный эксперимент. Объект соответствует уравнению $x = \alpha^1\left(u^1\right)^2 + \alpha^2\left(u^2\right)^2 + \xi$. По двум выборкам наблюдений, объем 200, построены параметрические модели (рис.2). Визуально две модели существенно отличаются.

Для избегания таких ситуаций предлагается использовать соответствующую модель:

$$\hat{x} = \hat{f}(u,\alpha)\cdot\Theta^H(u), \qquad (3)$$

где $\Theta^H(u) = \sum_{i=1}^{s}\prod_{k=1}^{n}\Phi\left(\left(c_S^k\right)^{-1}\left(u^k - u_i^k\right)\right)$.

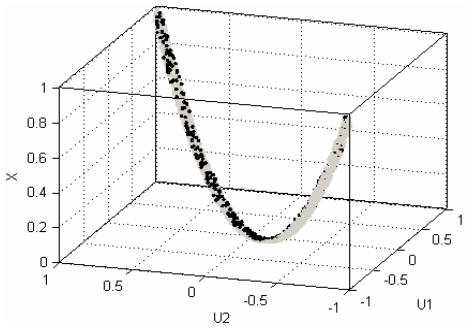


Рис. 3. Результат идентификации с индикацией

Здесь $\Theta^H(u)$ – индикаторная функция; $\Phi(\cdot)$ – финитная колоколообразная функция; а c_s^k – коэффициенты размытости, удовлетворяющие условиям сходимости [1].

Результат работы моделирования с использованием индикаторной функцией представлен на рис. 3.

Очень важно оценить объем «трубки», так как он очень мал по сравнению с объемом гиперкуба. Их отношение представлено в таблице. Диаметр трубки определяется величиной $\xi(t)$.

Оценки отношения объема «трубки» к объему гиперкуба

Диаметр трубки	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
0,01	$2{,}2 \cdot 10^{-4}$	$3{,}0 \cdot 10^{-6}$	$3{,}3 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-10}$	$6{,}9 \cdot 10^{-12}$	$5{,}8 \cdot 10^{-14}$
0,05	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$	$1{,}0 \cdot 10^{-5}$	$6{,}3 \cdot 10^{-7}$	$3{,}5 \cdot 10^{-8}$	$2{,}4 \cdot 10^{-9}$
0,10	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$	$1{,}6 \cdot 10^{-5}$	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$	$2{,}3 \cdot 10^{-7}$
0,15	$2{,}1 \cdot 10^{-2}$	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$	$7{,}6 \cdot 10^{-4}$	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	$2{,}1 \cdot 10^{-5}$	$3{,}3 \cdot 10^{-6}$
0,20	$4{,}1 \cdot 10^{-2}$	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$	$2{,}0 \cdot 10^{-3}$	$4{,}9 \cdot 10^{-4}$	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$

В задачах непараметрической идентификации статических объектов модели «трубчатой» структуры получаются естественным образом, поскольку непараметрические стохастические аппроксимации относятся к классу локальных.

Библиографическая ссылка

1. Медведев А. В. Анализ данных в задаче идентификации // Компьютерный анализ данных и моделирование : сб. науч. статей Междунар. конф. Минск, 1995. Т. 2. С. 201–206.

© Стрельников А. В., Медведев А. В., 2011