

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ И КОРРЕКЦИИ Y -МАТРИЦЫ УЗЛОВЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ КОМПЛЕКСНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРАНСФОРМАЦИИ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Н. П. Бадалян¹, Е. А. Чашин², Л. И. Шеманаева³

¹ norayrbadalyan@mail.ru, ² kanircha@list.ru, ³ sheluv@mail.ru

¹ ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет имени А. Г. и Н. Г. Столетовых» (ВлГУ)

^{2,3} ФГБОУ ВПО «Ковровская государственная технологическая академия им. В. А. Дегтярева»
(КГТА им. В. А. Дегтярева)

Поступила в редакцию 29 ноября 2013 г.

Аннотация. Существующие методы расчета электроэнергетической системы, содержащей трансформаторы и автотрансформаторы, не имеют обобщенного характера, что затрудняет создание строгого регулярного метода построения Y -матрицы узловых проводимостей электроэнергетической системы. Предложен метод построения и коррекции квадратной неособенной матрицы Y обобщенных параметров электроэнергетической системы, в отдельных участках которой функционируют трансформаторы с комплексными коэффициентами трансформации. Использование предложенного метода позволяет для любой, содержащей трансформаторы, электрической схемы перейти к расчетной электрической схеме замещения без трансформаторной связи и на основании существующей теории электрических цепей выполнить ее последующий анализ.

Ключевые слова: электроэнергетическая система; трансформатор; матрица; узел; проводимость.

Современная электроэнергетическая система (ЭЭС) включает в себя множество участков электрических сетей с различными номинальными напряжениями. Эти участки связаны между собой повышающими или понижающими трансформаторами и автотрансформаторами, которые характеризуются в общем случае комплексными коэффициентами трансформации. Поэтому при построении математических моделей для расчета и анализа установившихся, оптимальных и других режимов работы ЭЭС, необходимо учитывать комплексные коэффициенты трансформации трансформаторов.

Актуальность исследований в этой области подтверждается достаточно большим количеством публикаций [1–23], в которых говорится о необходимости учета комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов. Однако предложенные в них математические модели не могут носить обобщенный характер. Так, в работах [1–3, 7, 8] при выполнении анализа ЭЭС практически не рассматривается представление схемами замещения электрической схемы ЭЭС

при наличии трансформаторной связи вообще и ветви с трансформаторами в частности.

В работах [9, 10, 12, 13, 15–17, 21, 23] показано, что анализ установившихся режимов ЭЭС может быть выполнен на основе математической модели с применением Y пассивных параметров. Но при построении Y матрицы узловых проводимостей не описано влияние комплексных коэффициентов трансформации на изменение величины проводимости, при наличии трансформаторов в отдельных ветвях ЭЭС.

Один из путей создания обобщенной математической модели ЭЭС при наличии трансформаторов заключается в решении задачи построения такой расчетной электрической схемы замещения, которая позволяет освободиться от трансформаторной связи и при дальнейшем анализе рассматривать ее как обыкновенную электрическую схему, относительно которой можно приложить известную теорию электрических цепей [18]. Отметим, что исходным при этом является построение Y матрицы узловых проводимостей, поскольку при ее известности можно построить как Z , так и $Y-Z$ матрицы.

Впервые решение поставленной задачи, было предложено в работах [4, 5], в которых ветвь с трансформатором представлялась в виде (рис. 1).

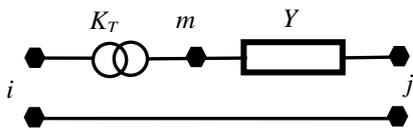


Рис. 1. Ветвь с трансформатором

Из рис. 1 видно, что схема состоит из двух последовательно соединенных участков: участка $i-m$, который характеризуется идеальным трансформатором, и участка $m-j$, который характеризуется проводимостью трансформатора Y .

При передаче через идеальный трансформатор: а) мощности передаются без потерь; б) напряжение трансформируется, т. е. повышается или понижается; в) ток трансформируется в обратном соотношении.

Заданная ветвь (см. рис. 1), заменяется П-образной схемой замещения, которая изображает эквивалентную ветвь, заменяющую ветвь с трансформатором. При этом собственные и взаимные проводимости определяются известным способом [18], строятся в каждом случае для конкретных схем и не носят универсальный характер.

В работах [19, 20] предлагаются обобщенные методы построения Y матриц узловых проводимостей с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов. Однако некоторые выражения характеризуются нестрогостью, в силу чего методы не могут быть регулярными для решения поставленной задачи.

В отличие от ранее известных публикаций, в настоящей работе предлагается строгий и регулярный метод построения Y -матрицы узловых проводимостей, когда в определенных участках исследуемой ЭЭС функционируют трансформаторы с комплексными коэффициентами трансформации.

Ввиду сложности рассматриваемой задачи, необходимые выводы и преобразования осуществляются относительно исследуемой схемы замещения заданной ЭЭС. В силу этого можно сказать, что данная статья носит характер «от наглядного к сложному», что позволяет полностью освоить предложенный метод построения Y -матрицы обобщенных параметров, когда в определенных участках сети функционируют трансформаторы с комплексными коэффициентами трансформации.

Рассмотрим электрическую схему замещения одной ЭЭС, состоящей из семи узлов и десяти ветвей (рис. 2). Видно, что в ветвях 5, 6, 7 функционируют трансформаторы. Принимаем, что они характеризуются с комплексными коэффициентами трансформации. Представим каждый участок, содержащий трансформатор, как идеальный трансформатор, последовательно соединенный с внутренним сопротивлением. В этом приближении сопротивления Z_{T5} , Z_{T6} , Z_{T7} приведены соответственно к узлам 1, 5 и 3, которые являются началами ветвей, содержащих трансформаторы.

Перед началом анализа выберем направления токов $\dot{I}_1 - \dot{I}_9$, текущих в ветвях схемы, как показано на рис. 2.

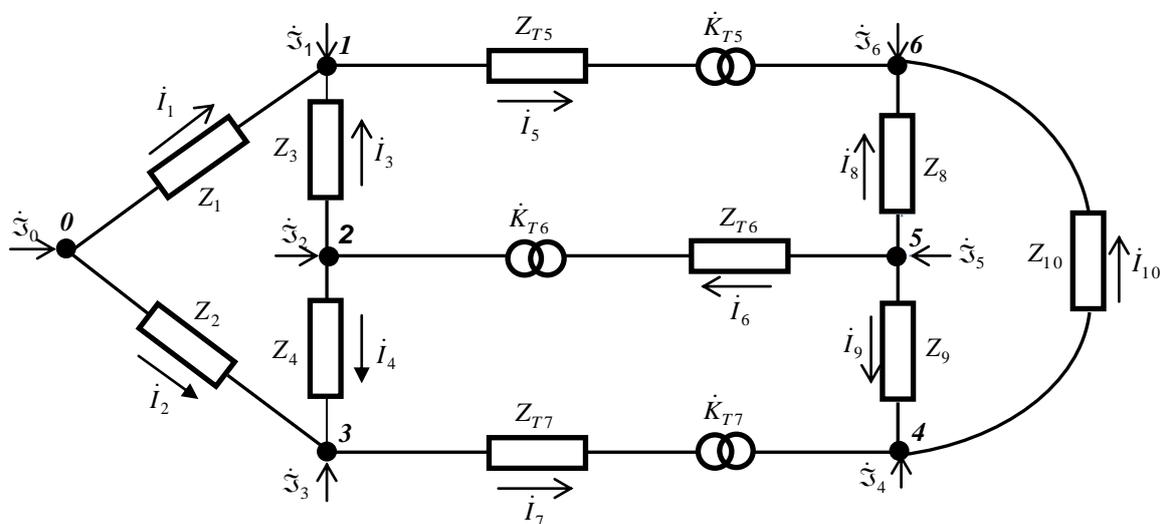


Рис. 2. Электрическая схема замещения ЭЭС

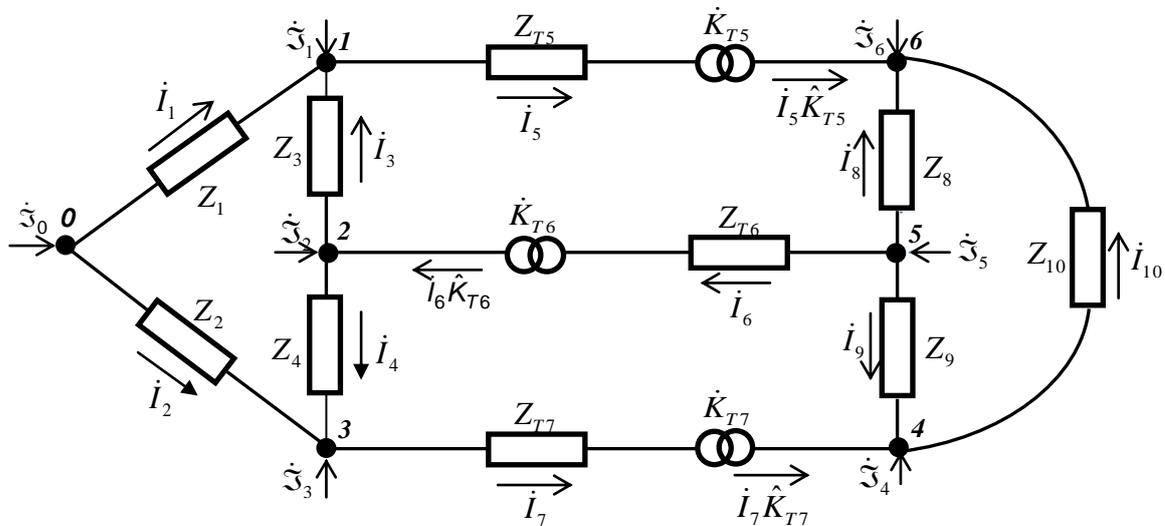


Рис. 3. Расчетная электрическая схема замещения ЭЭС

Принимаем, что токи в идеальных трансформаторах трансформируются в обратном соотношении, т. е.

$$i_{5(вх)} = i_5 i_{5(вых)} = i_5 \hat{K}_{T5}, \quad (1)$$

$$i_{6(вх)} = i_6 i_{6(вых)} = i_6 \hat{K}_{T6}, \quad (2)$$

$$i_{7(вх)} = i_7 i_{7(вых)} = i_7 \hat{K}_{T7}, \quad (3)$$

где $i_{5(вх)}$, $i_{6(вх)}$, $i_{7(вх)}$ – токи в ветвях 5, 6, 7 соответственно до трансформации; $i_{5(вых)}$, $i_{6(вых)}$, $i_{7(вых)}$ – токи в ветвях 5, 6, 7 соответственно после трансформации; \hat{K}_{T5} , \hat{K}_{T6} , \hat{K}_{T7} – сопряженный комплексный коэффициент трансформации.

С учетом зависимостей (1)–(3) и сделанных допущений в ветвях, содержащих трансформаторы, электрическая схема замещения принимает следующий вид (рис. 3).

Схема является расчетной для построения матрицы узловых комплексных проводимостей для случая, когда в отдельных участках задан-

ной исходной схеме функционируют трансформаторы с комплексными коэффициентами трансформации. Запишем для расчетной схемы (см. рис. 3) балансовые уравнения комплексных токов для узлов 0–6:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = \dot{S}_0 \\ -i_1 - i_3 + i_5 = \dot{S}_1 \\ i_3 + i_4 - i_6 \hat{K}_{T6} = \dot{S}_2 \\ -i_2 - i_4 + i_7 = \dot{S}_3 \\ -i_7 \hat{K}_{T7} - i_9 + i_{10} = \dot{S}_4 \\ i_6 + i_8 + i_9 = \dot{S}_5 \\ -i_5 \hat{K}_{T5} - i_8 - i_{10} = \dot{S}_6 \end{cases}, \quad (4)$$

где $\dot{S}_0 - \dot{S}_6$ – узловой ток узлов 0–6 соответственно.

Представим полученную систему уравнений (4) в матричной форме (5).

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\hat{K}_{06} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{K}_{07} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{K}_{05} & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \\ i_9 \\ i_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{S}_0 \\ \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{S}_3 \\ \dot{S}_4 \\ \dot{S}_5 \\ \dot{S}_6 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Упростим выражение (5). Для этого введем обозначение \hat{M}_Π – прямоугольная матрица коэффициентов, которая изображает полную матрицу соединений:

$$\hat{M}_\Pi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\dot{K}_{06} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{K}_{07} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{K}_{05} & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Обозначим матрицу левой части уравнения (5) в виде

$$\dot{I}_B^T = |\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3, \dot{I}_4, \dot{I}_5, \dot{I}_6, \dot{I}_7, \dot{I}_8, \dot{I}_9, \dot{I}_{10}|^T, \quad (7)$$

где T – знак транспонирования.

Выражение (7) представляет собой совокупность комплексных токов ветвей. Аналогичным образом представим правую матрицу выражения (5) в виде

$$\dot{\mathfrak{I}}_B^T = |\dot{\mathfrak{I}}_0, \dot{\mathfrak{I}}_1, \dot{\mathfrak{I}}_2, \dot{\mathfrak{I}}_3, \dot{\mathfrak{I}}_4, \dot{\mathfrak{I}}_5, \dot{\mathfrak{I}}_6|^T. \quad (8)$$

Выражение (8) изображает совокупность задающих комплексных токов узлов. С учетом сделанных упрощений (6)–(8) запишем уравнение (5) в векторно-матричной форме:

$$\hat{M}_\Pi \dot{I}_B = \dot{\mathfrak{I}}, \quad (9)$$

где \dot{I}_B – столбцевая матрица комплексных токов.

Уравнение (9) представляет собой первый закон Кирхгофа для случая, когда в отдельных участках исследуемой электрической сети функционируют трансформаторы с комплексными коэффициентами трансформации.

На основании полученной структуры полной матрицы соединений \hat{M}_Π можно рекомендовать следующую модель ее формирования:

$$\hat{M}_\Pi = \begin{cases} +1, & \text{направление от узла,} \\ -\dot{K}_T, & \text{направление в узел,} \\ 0, & \text{ветвь не соединена узлами.} \end{cases} \quad (10)$$

Рассмотрим схему замещения (см. рис. 3). Установим связь между узловыми напряжениями и напряжениями на ветвях, для этого выделим из схемы замещения, ветви содержащие трансформаторы (рис. 4). Из рис. 4, видно, что напряжение между узлами ветвей, содержащих трансформаторы с комплексными коэффициен-

тами трансформации, $\dot{U}_{b5}, \dot{U}_{b6}, \dot{U}_{b7}$ можно определить как

$$\dot{U}_{b5} = \dot{U}_1 - \dot{K}_{T5} \dot{U}_6, \quad (11)$$

$$\dot{U}_{b6} = \dot{U}_5 - \dot{K}_{T6} \dot{U}_2, \quad (12)$$

$$\dot{U}_{b7} = \dot{U}_3 - \dot{K}_{T7} \dot{U}_4, \quad (13)$$

где $\dot{U}_1 - \dot{U}_6$ – комплексные узловые напряжения для узлов 1–6 соответственно.

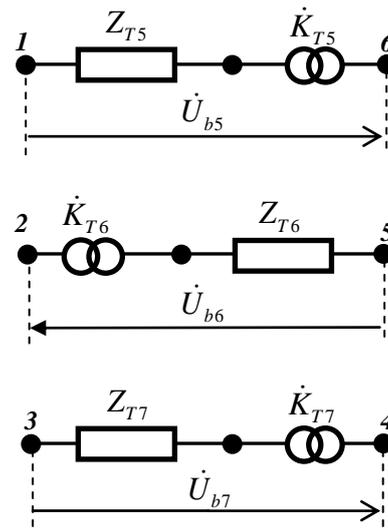


Рис. 4. Напряжения на ветвях 5, 6, 7 с комплексными коэффициентами трансформации трансформаторов

Выражения (11)–(13) устанавливают связь между комплексными напряжениями на узлах ветвей, используя комплексные коэффициенты трансформации трансформаторов. По аналогии запишем уравнения связи между узловыми напряжениями и напряжениями на ветвях для всех ветвей рис. 3:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{b1} &= \dot{U}_0 - \dot{U}_1 \\ \dot{U}_{b2} &= \dot{U}_0 - \dot{U}_3 \\ \dot{U}_{b3} &= \dot{U}_2 - \dot{U}_1 \\ \dot{U}_{b4} &= \dot{U}_2 - \dot{U}_3 \\ \dot{U}_{b5} &= \dot{U}_1 - \dot{K}_{T5} \dot{U}_6 \\ \dot{U}_{b6} &= \dot{U}_5 - \dot{K}_{T6} \dot{U}_2 \\ \dot{U}_{b7} &= \dot{U}_3 - \dot{K}_{T7} \dot{U}_4 \\ \dot{U}_{b8} &= \dot{U}_5 - \dot{U}_6 \\ \dot{U}_{b9} &= \dot{U}_5 - \dot{U}_4 \\ \dot{U}_{b10} &= \dot{U}_4 - \dot{U}_6 \end{aligned} \quad (14)$$

Перепишем уравнения (14) в матричной форме

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{K}_{T5} \\ 0 & 0 & -\dot{K}_{T6} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_0 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}_0 - \dot{U}_1 \\ \dot{U}_0 - \dot{U}_3 \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_3 \\ \dot{U}_1 - \dot{K}_{T5} \dot{U}_6 \\ \dot{U}_5 - \dot{K}_{T6} \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 - \dot{K}_{T7} \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 - \dot{U}_6 \\ \dot{U}_5 - \dot{U}_4 \\ \dot{U}_4 - \dot{U}_6 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Сравнение матрицы (15) с полной матрицей соединений \hat{M}_i (6) показывает, что она является транспонированной и комплексно-сопряженной.

$$\hat{M}_i^\circ = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{K}_{T5} \\ 0 & 0 & -\dot{K}_{T6} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Таким образом,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{K}_{T5} \\ 0 & 0 & -\dot{K}_{T6} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_{b1} \\ \dot{U}_{b2} \\ \dot{U}_{b3} \\ \dot{U}_{b4} \\ \dot{U}_{b5} \\ \dot{U}_{b6} \\ \dot{U}_{b7} \\ \dot{U}_{b8} \\ \dot{U}_{b9} \\ \dot{U}_{b10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}_0 - \dot{U}_1 \\ \dot{U}_0 - \dot{U}_3 \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_3 \\ \dot{U}_1 - \dot{K}_{T5} \dot{U}_6 \\ \dot{U}_5 - \dot{K}_{T6} \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 - \dot{K}_{T7} \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 - \dot{U}_6 \\ \dot{U}_5 - \dot{U}_4 \\ \dot{U}_4 - \dot{U}_6 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

В векторно-матричной форме матричное уравнение (17) примет вид

$$M_{\Pi}^T \dot{U} = \dot{U}_B, \quad (18)$$

где \dot{U} – столбцевая матрица узловых комплексных напряжений схемы замещения, включая и комплексное напряжение базисного узла; \dot{U}_B – столбцевая матрица напряжений на ветвях. По аналогии с (10) удобно использовать

следующую модель формирования M_{Π}^T матрицы:

$$M_{\Pi}^T = \begin{cases} +1, & \text{направление от узла,} \\ -\dot{K}_T, & \text{направление в узел,} \\ 0, & \text{ветвь не соединена узлами.} \end{cases} \quad (19)$$

Запишем столбцевую матрицу напряжений на ветвях в векторно-матричной форме

$$Z_B \dot{I}_B = \dot{U}_B, \quad (21)$$

где Z_B – диагональная матрица комплексных сопротивлений ветвей.

$$\begin{pmatrix} Z_{b1} \\ Z_{b2} \\ Z_{b3} \\ Z_{b4} \\ Z_{b5} \\ Z_{b6} \\ Z_{b7} \\ Z_{b8} \\ Z_{b9} \\ Z_{b10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_{b1} \\ \dot{I}_{b2} \\ \dot{I}_{b3} \\ \dot{I}_{b4} \\ \dot{I}_{b5} \\ \dot{I}_{b6} \\ \dot{I}_{b7} \\ \dot{I}_{b8} \\ \dot{I}_{b9} \\ \dot{I}_{b10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}_{b1} \\ \dot{U}_{b2} \\ \dot{U}_{b3} \\ \dot{U}_{b4} \\ \dot{U}_{b5} \\ \dot{U}_{b6} \\ \dot{U}_{b7} \\ \dot{U}_{b8} \\ \dot{U}_{b9} \\ \dot{U}_{b10} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Сравнение векторно-матричных уравнений (18)–(21) показывает, что

$$Z_B \dot{I}_B = \dot{M}_{\Pi}^T \dot{U}. \quad (22)$$

Из выражения (22) определим

$$\dot{I}_B = Z_B^{-1} \dot{M}_{\Pi}^T \dot{U}, \quad (23)$$

или

$$\dot{I}_B = Y_B \dot{M}_{\Pi}^T \dot{U}, \quad (24)$$

где Y_B – диагональная матрица комплексных проводимостей ветвей.

Если (24) подставить в (9), получим

$$\hat{M}_i Y_B \dot{M}_i^\circ \dot{U} = \dot{Z}. \quad (25)$$

Введем обозначение

$$Y = \hat{M}_{\Pi} Y_B \dot{M}_{\Pi}. \quad (26)$$

Выражение (26) является особенной матрицей узловых комплексных проводимостей или матрицей обобщенных Y пассивных параметров при учете комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов. Тогда матричное уравнение (25) примет вид

$$Y\dot{U} = \dot{\mathcal{Z}}. \quad (27)$$

Матричное уравнение (27) изображает матричную форму записи уравнения узловых напряжений. Продолжая решение поставленной задачи по построению Y матрицы обобщенных параметров, с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов можем написать (29). В результате получаем особенную квадратную матрицу узловых комплексных проводимостей с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов (30).

Видно, что матрица (30) является несимметричной относительно главной диагонали. Упростим выражение (30), для этого исключим строку и столбец, соответствующие базисному узлу (с индексом ноль), в результате получим неособенную квадратную матрицу узловых комплексных проводимостей при наличии комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов, что является исходным для построения матриц других пассивных обобщенных параметров (31).

$$\begin{aligned}
 Y = & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\hat{K}_{T6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{K}_{T7} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{K}_{T5} & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \times \\
 & \times \begin{vmatrix} Y_1 & & & & & & & & & \\ & Y_2 & & & & & & & & \\ & & Y_3 & & & & & & & \\ & & & Y_4 & & & & & & \\ & & & & Y_5 & & & & & \\ & & & & & Y_6 & & & & \\ & & & & & & Y_7 & & & \\ & & & & & & & Y_8 & & \\ & & & & & & & & Y_9 & \\ & & & & & & & & & Y_{10} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{K}_{T5} \\ 0 & 0 & -\dot{K}_{T6} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \\
 = & \begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_1 & 0 & -Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_1 & Y_1 + Y_3 + Y_5 & -Y_3 & 0 & 0 & 0 & -Y_5 \dot{K}_{T5} \\ 0 & -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_6 K_{T6}^2 & -Y_4 & 0 & -Y_6 \hat{K}_{T6} & 0 \\ -Y_2 & 0 & -Y_4 & Y_2 + Y_4 + Y_7 & -Y_7 \dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_7 \hat{K}_{T7} & Y_7 K_{T7}^2 + Y_9 + Y_{10} & -Y_9 & -Y_{10} \\ 0 & 0 & -Y_6 \dot{K}_{T6} & 0 & -Y_9 & Y_6 + Y_8 + Y_9 & -Y_9 \\ 0 & -Y_5 \hat{K}_{T5} & 0 & 0 & -Y_{10} & -Y_8 & Y_5 K_{T5}^2 + Y_9 + Y_{10} \end{vmatrix}. \quad (29) \\
 Y = & \begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_1 & 0 & -Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_1 & Y_1 + Y_3 + Y_5 & -Y_3 & 0 & 0 & 0 & -Y_5 \dot{K}_{T5} \\ 0 & -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_6 K_{T6}^2 & -Y_4 & 0 & -Y_6 \hat{K}_{T6} & 0 \\ -Y_2 & 0 & -Y_4 & Y_2 + Y_4 + Y_7 & -Y_7 \dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_7 \hat{K}_{T7} & Y_7 K_{T7}^2 + Y_9 + Y_{10} & -Y_9 & -Y_{10} \\ 0 & 0 & -Y_6 \dot{K}_{T6} & 0 & -Y_9 & Y_6 + Y_8 + Y_9 & -Y_9 \\ 0 & -Y_5 \hat{K}_{T5} & 0 & 0 & -Y_{10} & -Y_8 & Y_5 K_{T5}^2 + Y_9 + Y_{10} \end{vmatrix}. \quad (30)
 \end{aligned}$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 + Y_3 + Y_5 & -Y_3 & 0 & 0 & 0 & -Y_5 \dot{K}_{T5} \\ -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_6 K_{T6}^2 & -Y_4 & 0 & -Y_6 \hat{K}_{T6} & 0 \\ 0 & -Y_4 & Y_2 + Y_4 + Y_7 & -Y_7 \dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_7 \hat{K}_{T7} & Y_7 K_{T7}^2 + Y_9 + Y_{10} & -Y_9 & -Y_{10} \\ 0 & -Y_6 \dot{K}_{T6} & 0 & -Y_9 & Y_6 + Y_8 + Y_9 & -Y_8 \\ -Y_5 \hat{K}_{T5} & 0 & 0 & -Y_{10} & -Y_8 & Y_5 K_{T5}^2 + Y_8 + Y_{10} \end{pmatrix} \quad (31)$$

Предположим, что в общем случае рассматриваемая ЭЭС состоит из $M+1$ узлов и N ветвей. Тогда матрицы соединений \hat{M}_I и \hat{M}_II^T , определяемые из выражений (6) и (16) соответственно, будут иметь порядок $(M+1) \times N$ и $N \times (M+1)$. А матрицы (7) и (8) будут иметь порядок $N \times 1$ и $(M+1) \times 1$ соответственно. В этом случае особенная матрица узловых проводимостей (30) будет иметь порядок $(M+1) \times (M+1)$, а соответствующая ей неособенная матрица (31) – порядок $(M \times M)$. В рассматриваемом примере $M+1=7$, поэтому по-

рядок матрицы узловых проводимостей (31) равен шести.

Анализ матриц соединений (6) и (16) показывает, что ветви 5, 6, 7 с параметрами Z_{T5} , \dot{K}_{T5} , Z_{T6} , \dot{K}_{T6} , Z_{T7} соответственно (см. рис. 4), в результирующей особой матрице узловых комплексных проводимостей (30) формируются произведением столбцовых и строчных матриц (32)–(34).

Нетрудно заметить, что полученные матрицы (32)–(34) фигурируют в матрице узловых проводимостей (30).

$$\Delta Y_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{K}_{T5} \end{pmatrix} \cdot Y_5 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{K}_{T5} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_5 \dot{K}_{T5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Y_5 \hat{K}_{T5} & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_5 K_{T5}^2 \end{pmatrix}, \quad (32)$$

$$\Delta Y_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{K}_{T6} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Y_6 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -\hat{K}_{T6} & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_6 K_{T6}^2 & 0 & 0 & -Y_6 \hat{K}_{T6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_6 \dot{K}_{T6} & 0 & 0 & Y_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (33)$$

$$\Delta Y_7 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\hat{K}_{T7} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Y_7 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & -\hat{K}_{T7} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_7 & -Y_7 \dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_7 \hat{K}_{T7} & Y_7 K_{T7}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (34)$$

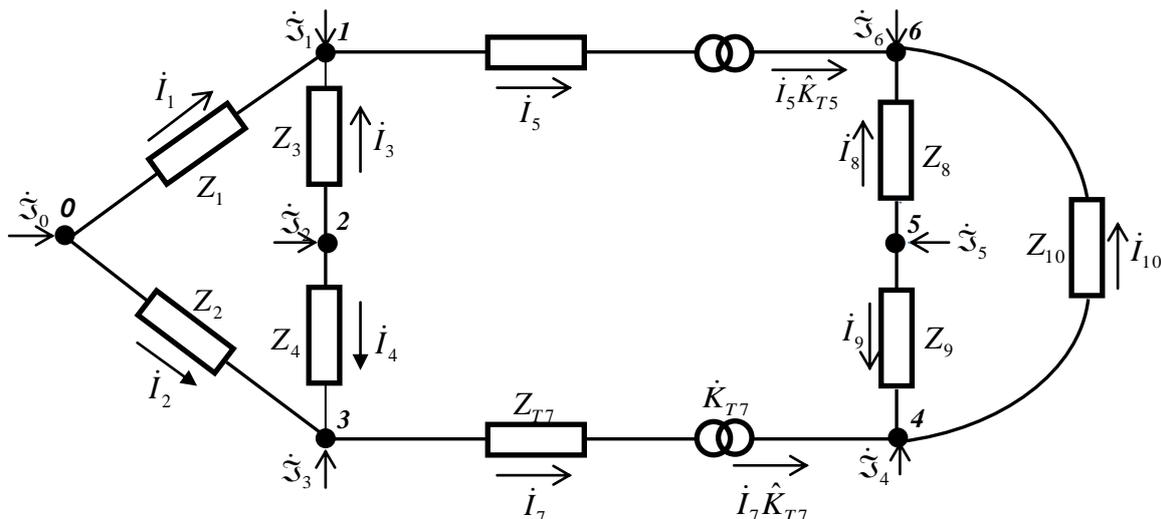


Рис. 5. Расчетная электрическая схема замещения после отключения ветви 6

$$Y = \begin{vmatrix} Y_1+Y_2 & -Y_1 & 0 & -Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_1 & Y_1+Y_3+Y_5 & -Y_3 & 0 & 0 & 0 & -Y_5\dot{K}_{T5} \\ 0 & -Y_3 & Y_3+Y_4+Y_6K_{T6}^2 & -Y_4 & 0 & -Y_6\hat{K}_{T6} & 0 \\ -Y_2 & 0 & -Y_4 & Y_2+Y_4+Y_7 & -Y_7\dot{K}_{T7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_7\hat{K}_{T7} & Y_7K_{T7}^2+Y_9+Y_{10} & -Y_9 & -Y_{10} \\ 0 & 0 & -Y_6\dot{K}_{T6} & 0 & -Y_9 & Y_6+Y_8+Y_9 & -Y_8 \\ 0 & -Y_5\hat{K}_{T5} & 0 & 0 & -Y_{10} & -Y_8 & Y_5K_{T5}^2+Y_8+Y_{10} \end{vmatrix}. \quad (35)$$

Если из схемы, приведенной на рис. 3, отключить ветвь 6 с комплексными параметрами Z_{T6} , \dot{K}_{T6} , то она примет вид (рис. 5). Матрица Y пассивных параметров для схемы замещения, приведенной на рис. 5, примет вид (35).

Видно, что после подключения ветви 6, что сводится к суммированию элементов матриц (35) и (33), получим исходную матрицу узловых проводимостей (30).

На основании вышеприведенных рассуждений можно предложить соответствующее выражение для коррекции узловых проводимостей схемы замещения ЭЭС любой сложности и структуры. Предположим, что содержащая трансформатор ветвь с параметрами \dot{K}_T и Z_T имеет индекс t , тогда дополнительная корректирующая матрица примет вид

$$\Delta Y_1 = \hat{m}_t Y_t \hat{m}_t. \quad (36)$$

В результате получим следующие матричные выражения для построения и коррекции Y матрицы узловых проводимостей:

$$Y = \hat{M}_\Pi Y_B \hat{M}_\Pi^T \pm \hat{m}_t Y_t \hat{m}_t \quad (37)$$

или

$$Y^{NOB} = Y^{CT} + \Delta Y, \quad (38)$$

где Y^{NOB} – скорректированная новая матрица узловых проводимостей, Y^{CT} – существующая матрица узловых проводимостей; ΔY – дополнительная корректирующая матрица. Отметим, что при знаке «плюс», ветвь с параметрами Z_T , \dot{K}_T подключается, а при знаке «минус» – отключается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен регулярный метод построения Y -матрицы узловых проводимостей с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов.

Предложен метод коррекции Y -матрицы узловых проводимостей при отключении или подключении ветвей с комплексными коэффициентами трансформации трансформаторов.

Показано, что для правильного решения поставленной задачи необходимо построить расчетную электрическую схему замещения рассматриваемой ЭЭС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Холмский В. Г. Применение регулируемых трансформаторов в электрических сетях. М.: Госэнергоиздат, 1950. 152 с. [V. G. Kholm'skiy, *The use of controlled transformers in electric networks*, (in Russian). Moscow: Gosenergoizdat, 1950.]
2. Мельников П. А. Расчет режимов работы сетей электрических систем. М.: Госэнергоиздат, 1950. 176 с. [P. A. Mel'nikov, *Calculation of modes of operation of electric networks systems*, (in Russian). Moscow: Gosenergoizdat, 1950.]
3. Фазылов Х. Ф. Теория и методы расчета электрических систем. Ташкент: Изд-во АН Уз ССР, 1953. 175 с. [Kh. F. Fazylov, *Theory and methods of calculation of electrical systems*, (in Russian). Tashkent: Academy of Sciences of the Uzbek Soviet Socialist Republic "ANUzSSR", 1953.]
4. Ward J. B., Hale H. W. Digital computer solution of power flow problems // AIEE Transactions. 1956. V. 75, no. 3. P. 398–404. [J. B. Ward and H. W. Hale, "Digital computer solution of power flow problems," in *AIEE Transactions*, vol. 75, no. 3, pp. 398-404, 1956.]
5. Hale H. W., Ward J. B. Digital computation of driving point and transfer impedance // AIEE Transactions. 1957. V. 76, no. 3. P. 477–481. [H. W. Hale and J. B. Ward, "Digital computation of driving point and transfer impedance," in *AIEE Transactions*, vol. 76, no. 3, pp. 477-481, 1957.]
6. Brown H. E., Carter G. H., Happ H. H., Person C. E. Power flow solutions impedance matrix iterative method // IEEE Transaction Power Apparatus and system. 1963. V. PAS-82. P. 1–10. [H. E. Brown, G. H. Carter, H. H. Happ, and C. E. Person, "Power flow solutions impedance matrix iterative method," in *IEEE Transaction Power Apparatus and system*, vol. PAS-82, pp. 1-10, 1963.]
7. Мельников Н. А. Метод расчета рабочих режимов для схем, содержащих элементы трансформации с комплексными параметрами // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1964. № 4. С. 427–433. [N. A. Mel'nikov, "The method of calculating operational modes for diagrams containing elements of transformation with complex parameters," (in Russian), in *Izvestiya AN SSSR. Energetika i transport*, no. 4, pp. 427-433, 1964.]
8. Мельников Н. А. Матричный метод анализа электрических цепей. М.: Энергия, 1972. 232 с. [N. A. Mel'nikov, *A matrix method of analysis of electric circuits*, (in Russian). Moscow: Energiya, 1972.]
9. Качанова Н. А. Электрический расчет сложных энергосистем на ЦВМ. Киев: Техника, 1966. 274 с. [N. A. Kachanova, *Electric calculation of complex power systems at the central computing machine*, (in Russian). Kiev: Tekhnika, 1966.]
10. Тарасов В. И. Повышение эффективности расчетов установившихся режимов электрических систем // Изв. СО АН СССР. 1988. № 2. С. 114–120. [V. I. Tarasov "Improving the effectiveness of calculations of steady-state regimes of electric systems," (in Russian), in *Izvestiya SO AN SSSR*, no. 2, pp. 114-120, 1988.]
11. Despotovich S. T., Babic B. S., Mastilovich V. P. A rapid and reliable method for solving load flow problems // IEEE Transaction Power Apparatus and system. 1971. V. PAS-90. P. 123–130. [S. T. Despotovich, B. S. Babic, and V. P. Mastilovich, "A rapid and reliable method for solving load flow problems," in *IEEE Transaction Power Apparatus and system*, vol. PAS-90, pp. 123-130, 1971.]
12. Бартоломей П. Н. Об учете коэффициентов трансформации при расчете режимов электрических сетей методом уравнений узловых напряжений // Электричество. 1971. № 10. С. 88–89. [P. N. Bartolomey, "On account of the transformation ratios for calculation of electric networks by a method of the equations of nodal voltages," (in Russian), in *Elektrichestvo*, no. 10, pp. 88-89, 1971.]
13. Сенди К. К. Современные методы анализа электрических систем. М.: Энергия, 1971. 360 с. [K. K. Sendi, *Modern methods of analysis of electric systems*, (in Russian). Moscow: Energiya, 1971.]
14. Peterson N. M., Meyer W. S. Automatic adjustment of transformer and phase-shifter taps in the Newton power flow // IEEE Transaction Power Apparatus and system. 1971. V. PAS-90. P. 103–108. [N. M. Peterson and W. S. Meyer, "Automatic adjustment of transformer and phase-shifter taps in the Newton power flow," in *IEEE Transaction Power Apparatus and system*, vol. PAS-90, pp. 103-108, 1971.]
15. Фазылов Х. Ф., Насыров Т. Х. Критерии существования и единственности реального решения на ЦВМ уравнений установившегося режима электрических систем. Ереван: АрмНИИЭ, 1976. С. 252–257. [Kh. F. Fazylov and T. Kh. Nasyrov, "Criteria for the existence and uniqueness real solutions to the computer of the equations of the established mode of electric system," in *Yerevan: ArmNIIE*, pp. 252-257, 1976.]
16. Фазылов Х. Ф., Насыров Г. Х., Брискин И. Л. К расчету установившихся режимов энергосистем с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов // Электричество. 1972. № 12. С. 7–9. [Kh. F. Fazylov, G. Kh. Nasyrov, and I. L. Brisikin "Calculation of steady-state regimes of electric power systems taking into account the comprehensive transformation ratios of transformers," (in Russian), in *Elektrichestvo*, no. 12, pp. 7-9, 1972.]
17. Васильева Г. В., Кутлер П. П. Учет трансформаторов с комплексными коэффициентами трансформации при матричных методах расчета электрического режима сети // Труды ВНИИЭ. 1976. № 51. С. 197–204. [G. V. Vasil'eva and P. P. Kutler "Accounting transformers with complex coefficients of transformation in the matrix methods of calculation of electric network mode", (in Russian), in *Trudy VNIIE*, no. 51, pp. 197-204, 1976.]
18. Толстое Ю. Г. Теория линейных электрических цепей. М.: Высшая школа, 1978. С. 276. [Yu. G. Tolstoe, *The theory of linear electric circuits*, (in Russian). Moscow: Vysshaya shkola, 1978.]
19. Гурский С. К., Александров О. И. Метод одновременной оценки показателей бесперебойности электропитания всех узлов в сложно замкнутой сети большой электрической системы // Изв. вузов СССР. Энергетика. 1979. № 7. С. 15–20. [S. K. Gurskiy and O. I. Aleksandrov, "A method for the simultaneous estimation of continuity of power supply to all nodes in difficult closed network of a large electric systems," (in Russian), in *Izvestiya vuzov SSSR. Energetika*, no. 2, pp. 15-20, 1979.]

20. **Жуков Л. А., Стратан И. П.** Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем. М.: Энергия, 1979. 357 с. [L. A. Zhukov and I. P. Stratan, *Steady-state regimes of complex electrical networks and systems*, (in Russian). Moscow: Energiya, 1979.]

21. **Горнштейн В. М.** Методы оптимизации режимов энергосистем. М.: Энергия, 1981. 336 с. [V. M. Gornshteyn, *Methods of optimization of modes of electric power systems*, (in Russian). Moscow: Energiya, 1981.]

22. **Фазылов Х. Ф., Насыров Т. Х.** Линейные расчетные модели сетей электрических систем. Ташкент: ФАН УзССР, 1982. 96 с. [Kh. F. Fazylov and T. Kh. Nasyrov, *Linear computational models of networks of electric systems*, (in Russian). Tashkent: FAN UzSSR, 1982.]

23. **Александров О. И., Домников С. В., Бабкевич Г. Г.** Оптимизация суточного режима энергосистемы // Изв. РАН. Энергетика и транспорт. 1993. № 1. С. 81–97. [O. I. Aleksandrov, S. V. Domnikov, and G. G. Babkevich, "Optimization of the daily mode power," (in Russian), in *Izvestiya RAN. Energetika i transport*, no. 1, pp. 81-97, 1993.]

24. **Хачатрян В. С., Этмекчян Э. А.** Метод коррекции установившихся режима электрических систем // Электричество. 1987. № 3. С. 6–14. [V. S. Khachatryan and E. A. Etmekchyan, "Method of correction of the established mode of electric systems," (in Russian), in *Elektrichestvo*, no. 3, pp. 6-14, 1987.]

25. **Хачатрян В. С. и др.** Обобщённая диакоптическая математическая модель расчета установившегося большой электроэнергетической системы // Электричество. 2006. № 10. С. 19–28. [V. S. Khachatryan, et al., "Generalized diakoptics mathematical model of calculation of established large electric power system," (in Russian), in *Elektrichestvo*, no. 10, pp. 19-28, 2006.]

26. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П., Хачатрян К. В.** Метод построения и коррекции узловых сопротивлений при учёте комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов // Электричество. 2009. № 8. С. 27–32. [V. S. Khachatryan, N. P. Badalyan, and K. V. Khachatryan, "Method of construction and correction anchor resistances, bearing in mind the complex coefficients of transformation of transformers," (in Russian), in *Elektrichestvo*, no. 8, pp. 27-32, 2009.]

ОБ АВТОРАХ

БАДАЛЯН Норайр Петикович, проф. каф. электротехники и электроэнергетики. Дипл. инж. по ЭВМ (Ереванск. политехн. ин-т, 1979). Д-р техн. наук по электростанциям и электроэнергетич. системам (ГИУА, 2005). Иссл. в обл. установивш. режимов больших электроэнергет. систем.

ЧАЩИН Евгений Анатольевич, зав. каф. электротехники. Дипл. инж. по машинам и технол. высокоэффективных процессов обраб. (КГТА, 1997). Канд. техн. наук (Филиал Воен. акад. ракетн. войск стратег. назн., 2003). Иссл. в обл. электрофизич. методов обраб.-ки.

ШЕМАНАЕВА Людмила Ивановна, доц. каф. электротехники. Дипл. инж. по полигонным установкам (Ленингр. орд. Ленина и Кр. Знамени мех. ин-т им. Д. Ф. Устинова, 1989). Канд. техн. наук (ВлГУ., 2002). Иссл. в обл. мат. моделирования.

METADATA

Title: The method of constructing and correction Y matrix nodal conductivity of the electric power system with account of the complex coefficients of transformation.

Authors: N. P. Badalyan¹, Ye. A. Chaschin², L. I. Shemanaeva³

Affiliation:

¹ Vladimir State University (VIGU), Russia.

^{2,3} Kovrov State Technological Academy (KGTA), Russia.

Email: ¹norayrbadalyan@mail.ru; ²kanircha@list.ru; ³sheluv@mail.ru.

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 18, no. 3 (64), pp. 117-126, 2014. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: The existing methods of electricity system calculation, which contains transformers and autotransformers, do not have a generalized character. The simulation of the mathematical regular method for constructing Y matrix nodal conductivity of the electric power system. A method of constructing and correction of the square is not a special matrix Y of the generalized parameters of the power system, in separate areas which are transformers with complex coefficients of transformation. Using the proposed method allows for any electrical circuit with transformers develop a scheme of substitution without transformer connection and perform the analysis of the schema using the theory of electrical circuits.

Key words: electric power system; generalized parameters; factor; transformer; matrix; knot; conductivity.

About authors:

BADALYAN, Norayr Petikovich, Prof. dept. of electrical engineering and electric power industry, Dipl. Eng. on specialty "Electronic calculating machines" (Yerevan Polytechnic Institute, 1979). Dr. Tech. Sciences on power stations and electric power systems (State engineering University of Armenia, 2005). Research in the field of the established mode of large electric power systems.

CHASCHIN, Yevgeny Anatolyevich, Head of dept. of electrical engineering, Dipl. Eng. on specialty machines and technology of high-efficiency processing (Kovrov State technological academy, 1997). PhD in engineering (branch of the Military Academy of strategic missile troops, 2003). Research in the field of the electro-physical methods of treatment.

SHEMANAYEVA, Lyudmila Ivanovna, associate Prof. of dept. of electrical engineering, Dipl. Eng. on specialty range installations (Leningrad mechanical Institute. J.F. Ustinov, 1989). PhD in engineering (Vladimir state University, 2002). Research in the field of the mathematical modeling.