ФИЗИКА

УДК 539.12/17
ББК 22.38
Б 42

Бекулова И.З.
Ассистент кафедры теоретической физики физического факультета Кабардино-Балкарского государственного университета им. Х.М. Бербекова, тел. (8662) 42-67-92
Хоконов М.Х.
Доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической физики физического факультета Кабардино-Балкарского государственного университета им. Х.М. Бербекова, (8662) 42-67-92, e-mail: khokon6@mail.ru

Многофотонный характер излучения гамма квантов ультрарелятивистскими электронами в сильных внешних полях

(Рецензирована)

Аннотация
На основе кинетических уравнений каскадного типа адекватно описан многофотонный характер излучения гамма квантов электронами с энергиями, превышающими 100 ГэВ в сильных внешних полях.
Ключевые слова: *излучение гамма-квантов, каскадная теория, параметр Швингера, сильное поле, петаваттный лазер.*

Bekulova I.Z.
Assistant Lecturer of Theoretical Physics Department of Physical Faculty of Kh.M.Berbekov Kabardian-Balkar State University, ph. (8662) 42-67-92
Khokonov M.Kh.
Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Theoretical Physics Department of Physical Faculty of Kh.M.Berbekov Kabardian-Balkar State University, ph. (8662) 42-67-92, e-mail: khokon6@mail.ru

Multiphoton properties of gamma-quanta radiation by ultrarelativistic electrons in the strong external fields

Abstract
On the basis of the cascade type kinetic equations the paper describes the multiphoton properties of quanta radiation by electrons in the strong external fields with energies above 100 GeV.
Key words: *gamma-quanta radiation, cascade theory, the Schwinger parameter, strong field, petawatt laser.*

Интерпретация экспериментов по излучению гамма квантов электронами с энергиями, превышающими 100 ГэВ и проходящими через ориентированные кристаллические мишени, требует особых методов расчёта вероятностей различных сценариев, которые могут реализоваться в данных экспериментальных условиях [1-4]. Это же самое относится к процессам излучения фотонов ультрарелятивистскими электронами, движущимися в поле мощных тера и петаваттных лазеров [5, 6]. В обоих случаях речь идёт о процессах в сильных внешних полях, для которых инвариантный параметр Швингера

$$\chi = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E}_c}\gamma > 1, \qquad (1)$$

где $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ - Лоренц фактор электрона, $\beta = \upsilon / c$, υ - скорость электрона, E - напряжённость внешнего электрического (магнитного) поля, E_c - критическое поле Швингера:

$$e\mathrm{E}_c = \frac{m^2c^3}{\hbar} \approx 10^{16}\ \frac{\text{эВ}}{\text{см}}, \qquad (2)$$

где e и m - заряд и масса покоя электрона, c - скорость света в вакууме.

В кристаллах электростатическое поле атомных цепочек вдоль основных кристаллографических направлений создаёт силу, действующую на электрон, движущийся вдоль одного из таких направлений, равную

$$F \approx \frac{2Ze^2}{da_F} \quad 10^3 \frac{\text{эВ}}{\text{Å}} = 10^{11} \frac{\text{эВ}}{\text{см}}, \tag{3}$$

где Z – атомный номер вещества мишени, d – расстояние между соседними атомами в атомной цепочке кристалла, $a_F = 0.883 a_0 Z^{-1/3}$ – параметр экранирования Томаса-Ферми, $a_0 = 0.53\,\text{Å}$ – радиус Бора. При энергии электрона 100 ГэВ γ 10^5 эта формула даёт $\chi \approx 1$. Это означает, что сила, действующая на такой электрон в системе отсчёта, в которой этот электрон покоится, равна 10^{16} эВ/см, что совпадает со значением (2).

Уже при $\chi \geq 0{,}1$ начинают проявляться квантовые эффекты в излучении [7]. При больших χ вероятность излучения фотона растёт таким образом, что в мишенях, используемых в экспериментах, один электрон может излучить до 10-20 фотонов. В настоящее время не существует экспериментальных методик, позволяющих разделить гамма кванты, излучённые одним электроном в ходе прохождения последнего через кристаллическую мишень. Весь фотонный пучок регистрируется калориметром детектора как одно событие с энерговыделением ω равным сумме энергий всех фотонов, рождённых одним электроном:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 + ... + \omega_k, \tag{3a}$$

где ω_i - энергия i-ого излученного фотона, k - полное число излученных данным электроном фотонов.

В настоящей работе основное внимание будет уделено каскадным процессам потерь энергии первоначальной частицей (электроном, позитроном) за счёт излучения жёстких гамма квантов. Общая теория таких процессов была развита в [8], где было показано, что решение возникающих каскадных уравнений сводится к процессам пуассоновского типа. В данной работе приводятся конкретные расчёты для реалистических потенциалов атомных цепочек кристалла и анализируются экспериментальные данные. Имеется большое число работ, в которых проводится детальный анализ экспериментов на ускорителе SPSC в ЦЕРНе методом моделирования процессов в ориентированных кристаллах на ЭВМ. Однако интерес представляет также и альтернативный подход, основанный на нахождении аналитических решений каскадных уравнений. Результаты такого подхода будут представлены ниже.

Пусть $W_\omega(E_0, t)d\omega$ есть вероятность того, что к моменту времени t электрон с начальной энергией E_0 потеряет на излучение энергию, лежащую в интервале $(\omega,\ \omega + d\omega)$. Функция распределения $W_\omega(E_0, t)$ нормирована

$$\int_0^{E_0} W_\omega(E_0, t)d\omega = 1, \tag{4}$$

и при $t \to 0$ удовлетворяет начальному условию $W_\omega \to \delta(\omega)$. Спектр интенсивности излучения связан с функцией распределения по потерям энергии соотношением $I_\omega(E_0, t) = \omega W_\omega(E_0, t)$ и определяет энергию излучения в заданном интервале $(\omega, \omega + d\omega)$. Потери энергии на излучение равны

$$\Delta E(t) = \int_0^{E_0} I_\omega(E_0, t)d\omega. \tag{5}$$

Экспериментально измеряются спектр интенсивности излучения $I_\omega(E_0,t)d\omega$ и полные потери энергии на излучение (5). Следует, однако, иметь в виду, что величина ω в выражениях, приводящих к (5), есть суммарная энергия всех фотонов, излучённых одним и тем же электроном (3). Поэтому само по себе знание функции распределения $W_\omega(E_0,t)$ ещё не означает знания первичных сечений излучения, выражаемых величиной $\nu_\omega(E)d\omega dt$, которая представляет собой вероятность излучить фотон с энергией в интервале $(\omega,\ \omega+d\omega)$ за время dt электроном с энергией E. Полная вероятность излучения равна

$$\nu(E,t)=\int_0^E \nu_\omega(E,t)d\omega. \tag{6}$$

Задача каскадной теории ставится так: зная дифференциальную вероятность излучения за единицу времени $\nu_\omega(E)$, найти функцию распределения $W_\omega(E_0,t)$ для любого момента времени.

Эволюция функции распределения электронов $W_\omega(E_0,t)$ определяется уравнением каскадного типа [8]:

$$\frac{\partial W_\omega(E_0,t)}{\partial t}=\int_0^\omega W_{\omega-u}(E_0,t)\nu_u(E_0-\omega+u,t)du-\int_0^{E_0-\omega} W_\omega(E_0,t)\nu_u(E_0-\omega,t)du, \tag{7}$$

где рассматривается общий случай зависящего от времени дифференциального сечения $\nu_\omega(E,t)$. Решение уравнения (7) можно выразить в виде суммы парциальных вкладов

$$W_\omega(E_0,t)=\sum_{k=0}^{\infty} W_\omega^{(k)}(E_0,t), \tag{8}$$

где $W_\omega^{(k)}(E_0,t)$ есть вероятность того, что за время $(0,t)$ излучится ровно k фотонов, причём суммарная их энергия лежит в интервале $(\omega,\omega+d\omega)$, где ω есть сумма (3).

Парциальные вероятности $W_\omega^{(k)}(E_0,t)$ наглядно представлены на рис. 1, где показаны первые три слагаемых в сумме (8) (величина $W_\omega^{(0)}$ есть вероятность того, что за время t не произойдёт ни одного акта излучения).

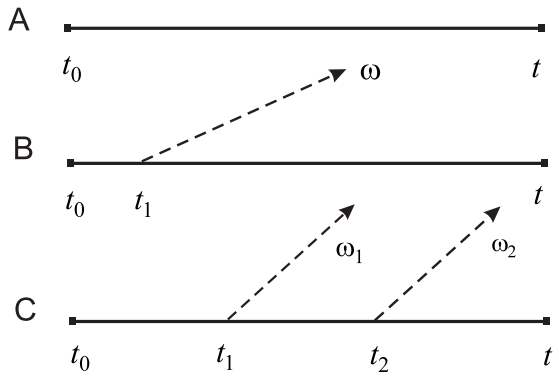


Рис. 1. Первые три парциальные вероятности излучения в (8):
A – излучения нет; B – излучается 1 фотон с энергией ω;
C – излучается 2 фотона с энергиями ω_1 и ω_2, так что $\omega=\omega_1+\omega_2$

Величины $W_\omega^{(k)}(E_0,t)$ в (8) найдём из следующих соображений. Вероятность того, что в пределах временного интервала $(0,t+dt)$ электрон излучит ровно k фотонов, есть сумма двух слагаемых (см. рис. 2). Первое слагаемое отвечает процессу, когда за время $(0,t)$ происходит ровно k актов излучения, тогда как за бесконечно малое время dt не происходит ни одного акта излучения (рис. 2A). Второе слагаемое

соответствует случаю, когда излучается $k-1$ фотон за время $(0,t)$ и один фотон за время dt (рис. 2B):

$$W_\omega^{(k)}(t+dt)=W_\omega^{(k)}(t)\left[1-\nu(E_0-\omega,t)dt\right]+\int_0^\omega W_{\omega-u}^{(k-1)}(t)\nu_u(E_0-\omega+u,t)dudt, \qquad (9)$$

где $\nu(E,t)$ есть полное сечение излучение за единицу времени, определяемое выражением (6).

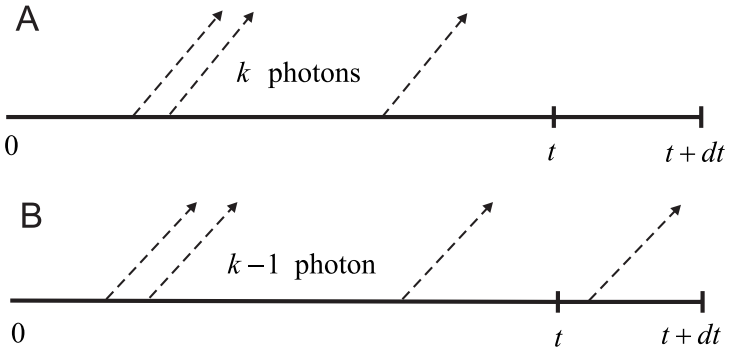


Рис. 2. К расчёту парциальных вероятностей потерь энергии на излучение (9).
Первое слагаемое в (9) соответствует процессу A, а второе (с интегралом) – процессу B

Решая уравнение (9), получаем рекуррентное соотношение для парциальных вероятностей в (8):

$$W_\omega^{(k)}(E_0,t)=\exp\left[-\int_0^t\nu(E_0-\omega,\tau)d\tau\right]\int_0^t d\tau\exp\left[\int_0^\tau\nu(E_0-\omega,\tau')d\tau'\right]\times \\ \times\int_0^\omega W_{\omega-u}^{(k-1)}(E_0,\tau)\nu_u(E_0-\omega+u,\tau)du, \qquad (10)$$

где

$$W_\omega^{(0)}(E_0,t)=\delta(\omega)\exp\left[-\int_0^t\nu(E_0-\omega,\tau)d\tau\right]. \qquad (11)$$

Выражения (8), (10), (11) определяют решение кинетического каскадного уравнения общего вида (7).

Поскольку полное сечение излучения в приведённых выражениях зависит от времени и энергии $\nu=\nu(E,t)$, то статистика индивидуальных актов излучения в (8), (10) не выражается распределением Пуассона. В частности, в случае, когда полное сечение не зависит от E, т.е. $\nu=\nu(t)$, вероятность $P_k(t)$ получить ровно k фотонов за время $(0,t)$ определяется выражением

$$P_k(t)=\exp\left[-\int_0^t\nu(\tau)d\tau\right]\int_0^t d\tau\exp\left[\int_0^\tau\nu(\tau')d\tau'\right]\nu(\tau)P_{k-1}(\tau), \qquad (12)$$

где

$$P_0(t)=\exp\left[-\int_0^t\nu(\tau)d\tau\right]. \qquad (13)$$

Формулы (12), (13) получаются путём интегрирования выражений (10), (11) по ω и определяют обобщённый пуассоновский процесс. Если сечение излучения есть константа $\nu=\nu_0$, то выражения (12), (13) переходят в распределение Пуассона

$$P_k(\xi)=\frac{\xi^k}{k!}\exp(-\xi), \qquad (14)$$

где безразмерный параметр ξ определяет среднее число взаимодействий за время t:

$$\xi = \nu_0 t \equiv \langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k P_k(t). \tag{15}$$

Часто безразмерная величина ξ играет роль временной переменной. Особенностью распределения Пуассона является то, что для него среднеквадратичное отклонение от среднего совпадет с самим средним: $\langle \Delta k^2 \rangle \equiv \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = \xi$. Распределения (12) и (14), как и должно быть, удовлетворяют условию нормировки

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) = 1. \tag{16}$$

Из дальнейшего будет ясно, что каскадные процессы во многих важных случаях сводятся к процессам пуассоновского типа.

Результат (10) существенно упрощается в случае не зависящего от времени дифференциального сечения излучения $\nu_\omega(E)$. Будем считать также, что полное сечение ν_0 не зависит от энергии электрона E, что при больших энергиях является достаточно хорошим приближением [7]. Кинетическое уравнение (7) примет тогда вид:

$$\frac{\partial W_\omega(E_0,t)}{\partial t} = \int_0^{\omega} W_{\omega-u}(E_0,t)\nu_u(E_0-\omega+u)du - \int_0^{E_0-\omega} W_\omega(E_0,t)\nu_u(E_0-\omega)du. \tag{17}$$

Пусть $g_\omega^{(1)}(E)$ – дифференциальная плотность вероятности того, что энергия уже излучённого фотона равна ω:

$$g_\omega^{(1)}(E) = \nu_\omega(E)/\nu_0. \tag{18}$$

Введём вероятности $g_\omega^{(k)}(E_0)d\omega$ того, что суммарная энергия k излучённых фотонов электроном с начальной энергией E_0 находится в интервале между ω и $\omega + d\omega$. Эти величины нормированы на единицу

$$\int_0^{E} g_\omega^{(k)}(E)d\omega = 1, \tag{19}$$

и удовлетворяют рекуррентным соотношениям

$$g_\omega^{(k)}(E_0) = \int_0^{\omega} g_{\omega-u}^{(k-m)}(E_0-u) g_u^{(m)}(E_0)du, \quad m < k. \tag{20}$$

Вероятность $P_k(t)$ излучить ровно k фотонов за временной интервал $[0,t]$ задаётся теперь распределением Пуассона (14) с $\xi = \nu_0 t$. Функции $W_\omega^{(k)}(E_0,t)$, определённые в (10), сводятся теперь просто к произведениям вида $P_k(t)g_\omega^{(k)}(E_0)$. Для распределения по энергетическим потерям имеем:

$$W_\omega(E_0,t) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) g_\omega^{(k)}(E_0). \tag{21}$$

Выражение (21), представляющее решение уравнения (17) с не зависящим от времени дифференциальным сечением и не зависящим от энергии полным сечением, удовлетворяет условию

$$W_\omega(E_0, t_1+t_2) = \int_0^{\omega} W_{\omega-u}(E_0-u,t_1)W_u(E_0,t_2)du. \tag{22}$$

Это соотношение есть не что иное, как определение Марковского процесса.

Траектория релятивистского электрона, проходящего через кристалл под некоторым достаточно малым углом θ θ_L относительно основных кристаллографических

направлений, определяется скоррелированным действием на него атомов, образующих данное направление [7], здесь $\theta_L = (4Ze^2/dE)^{1/2}$ – критический угол Линдхарда, Z – атомный номер вещества, d – расстояние между соседними атомами вдоль данного направления. Такое скоррелированное действие атомов цепочки характеризуется непрерывным потенциалом $U(r)$, действующим на электрон и зависящим только от расстояния до цепочки. Действующая на электрон сила $F = |\nabla U(r)|$ имеет порядок $F \quad Ze^2/(da_F) \quad 10^2 - 10^3$ эВ/Å, и приводит к интенсивному излучению (эффект Кумахова), здесь a_F - параметр экранирования Томаса – Ферми. При энергиях электронов выше $50-100$ ГэВ можно считать, что действующее на электрон поле не меняется на длине формирования излучения и характеристики излучения можно описывать в приближении постоянного поля (ППП) [9]. Соответствующие сечения сводятся при этом к известным формулам синхротронного излучения с учётом квантовых эффектов отдачи при излучении и спина [9]. С точки зрения каскадных уравнений типа (17) важно, что сечения излучения в ППП определяются только локальными характеристиками поля (именно силой, действующей в данной точке) и, следовательно, могут непосредственно использоваться в качестве дифференциальных сечений $\nu_\omega(E)$, фигурирующих в (21). Более последовательная теория, учитывающая неоднородность поля в пределах длины формирования излучения и в то же самое время носящая локальный характер, развита в [10]. Мы, тем не менее, ограничимся ППП, так как этого достаточно для анализа характерных свойств каскадных процессов множественного излучения фотонов, сопровождающих прохождение электронов с энергиями выше 100 ГэВ через ориентированные кристаллы.

Дифференциальное сечение излучения фотона с энергией ω электроном с энергией E за единицу времени определяется в приближении постоянного поля квантовой формулой для синхротронного излучения [8, 9]:

$$\nu_\omega(E) = \frac{\alpha}{\pi\sqrt{3}\hbar\gamma^2}\left[2K_{2/3}(\xi) - \int_\xi^\infty K_{1/3}(\eta)d\eta + \frac{u^2}{1-u}K_{2/3}(\xi)\right] = \tag{23}$$

$$= \frac{\alpha}{\pi\hbar\gamma^2}\int_0^\infty\left[\frac{9+36x^2+16x^4}{9+12x^2} + \frac{u^2}{1-u}\left(1+\frac{2x^2}{3}\right)\right]\exp R\,\frac{dx}{Y(x)}, \tag{24}$$

где аргумент экспоненты

$$R(x) = -\xi\left(1+\frac{4x^2}{3}\right)Y(x). \tag{25}$$

Здесь $\alpha = 1/137$, $u = \omega/E$, $\gamma = E/mc^2$ - Лоренц-фактор,

$$\xi = \frac{2}{3}\frac{u}{1-u}\frac{1}{\chi},$$

$\chi = \hbar F\gamma/m^2c^3$ – лоренц-инвариантный параметр поля (1), F – сила, действующая на электрон, m – масса покоя электрона. Функция $Y(x) = (1+x^2/3)^{1/2}$ представляет собой линию наискорейшего спуска фазы для функций Макдональда $K_{1/3}(\xi)$ и $K_{2/3}(\xi)$ (см. [8]). Представление (24), полученное в [11], гораздо удобнее для конкретных приложений стандартной формулы (23), так как оно не содержит специальных функций и представляет собой быстросходящийся интеграл, где аргумент ξ входит только в экспоненциальный фактор. Формулы (23), (24) переходят в классические формулы для синхротронного излучения при малых значениях параметра поля $\chi < 0.1$.

На рис. 3 показаны результаты расчёта функции распределения (21) для электронов

с энергиями 150 и 300 ГэВ, движущихся в постоянном поле величиной 200 эВ/Е в мишени толщиной 185 мкм. Соответствующие значения параметра Швингера представлены в пояснении к рис. 3. Кривая 1 на рис. 3 (150 ГэВ) соответствует среднему числу излучённых фотонов (15), равному $\langle k \rangle = 5.92$, а кривая 2 (300 ГэВ) $\langle k \rangle = 5.12$. Т.е., как и должно быть, с ростом энергии полное сечение излучения медленно убывает. Однако, согласно рис. 3, спектр вероятности потерь энергии с ростом энергии электронов смещается в сторону больших ω. Это связано с ростом вероятности излучения более жёстких фотонов при увеличении энергии электронов.

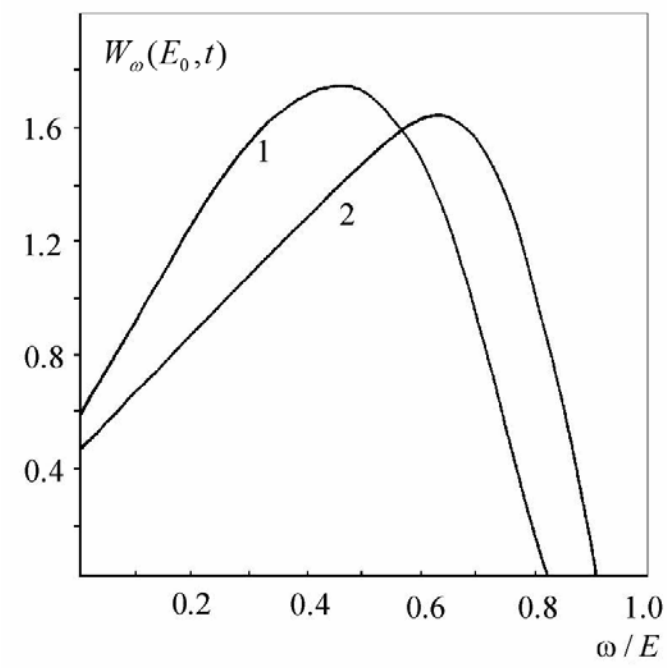


Рис. 3. Вероятность $W_\omega(E_0,t)$ для электрона, движущегося в постоянном поле $|\nabla U| = 200$ эВ/Е в мишени с толщиной 185 мкм.
Кривые 1 и 2 соответствуют энергиям 150 ГэВ ($\chi = 0.44$) и 300 ГэВ ($\chi = 0.89$)

На рисунке 4 представлены распределения вероятностей $W_\omega(z)$ для электронов с энергией 150 ГэВ в мишени с толщиной 185 мкм при различных значениях действующей на электрон силы. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют параметру Швингера χ, равному 0.22 (кривая 1), 1.11 (кривая 2) и 2.22 (кривая 3). Сравнение результатов рисунков 3 и 4 показывает, что форма кривой $W_\omega(z)$ слабо зависит от энергии электронов, но очень чувствительна к величине действующей на электрон силы.

Применим полученные результаты к излучению электронов с энергиями в сотни ГэВ при их движении под малыми углами θ θ_L к атомной цепочке кристалла Регулярный характер движения в непрерывном потенциале $U(r)$ (r – расстояние до атомной цепочки) будет возмущаться некогерентным многократным рассеянием на отдельных атомах кристалла, что приводит к стохастическому увеличению поперечной энергии электрона ε.

В наших расчётах мы пренебрежём многократным рассеянием, как и конкурирующим эффектом уменьшения поперечной энергии из-за излучения фотонов (демпинг поперечной энергии). Тогда движение электрона в аксиально-симметричном потенциале $U(r)$ будет характеризоваться двумя интегралами движения – поперечной энергией ε и угловым моментом электрона относительно атомной цепочки μ, а картина аксиального каналирования будет выглядеть следующим образом. Попадая в

кристалл под углом θ_{in} к атомной цепочке на расстоянии r_{in} от неё, электрон приобретает поперечную энергию

$$\varepsilon = \frac{E\theta_{in}}{2} + U(r_{in}), \tag{26}$$

и угловой момент

$$\mu = \frac{E}{c}\theta_{in} r_{in} \cos\varphi_{in}, \tag{27}$$

где φ_{in} азимутальный угол влёта относительно цепочки. Далее электрон движется по траектории с постоянными ε и μ и излучает фотоны, спектр интенсивности которых можно рассчитать по формуле (21). Результирующий спектр получится усреднением по точкам влёта r_{in} и углам влёта θ_{in}, что эквивалентно усреднению по функции распределения электронов по поперечным энергиям и угловым моментам в кристалле. Таким образом, учитываются начальные условия эксперимента (угловая расходимость пучка электронов на входе и т.д.).

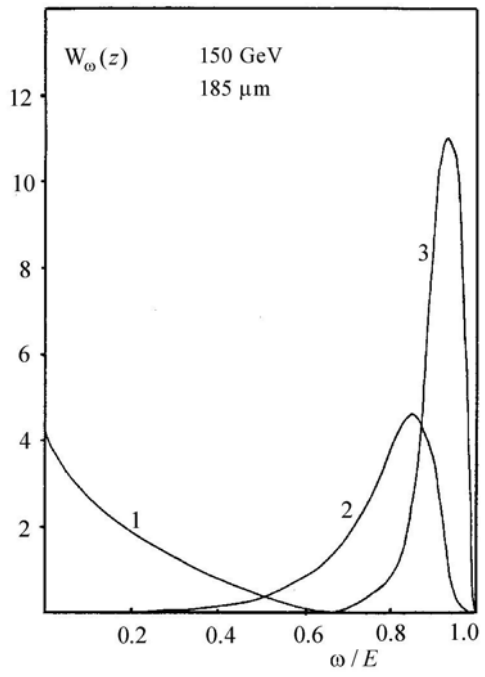


Рис. 4. Распределения вероятностей $W_\omega(E_0, t)$ для электронов с энергией 150 ГэВ в мишени с толщиной 185 мкм. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют значениям градиента внешнего поля $_\circ$ (в скобках указано число излученных фотонов): 100 эВ/А (3.4), 500 эВ/А (14) и 1000 эВ/А (24), соответственно

Для расчёта парциальных вероятностей по формулам (20) требуется задать начальную однофотонную функцию распределения $g_\omega^{(1)}$. В ППП эта величина будет зависеть в каждый момент времени от текущего расстояния до атомной цепочки r. Поэтому в качестве однофотонной функции в формуле (20) следует брать распределение $g_\omega^{(1)}$, вычисленное в ППП (23)–(24) и усреднённое по равновесной функции распределения электронов с заданными ε и μ по поперечной координате r. Для электронов, попавших в состояние с финитным поперечным движением (т.е. с $\varepsilon < 0$), равновесное

распределение по поперечной координате имеет вид

$$dw(\varepsilon,\mu,r)=\frac{dr}{T(\varepsilon,\mu)}\left(\frac{2m\gamma}{\varepsilon-U(r)-\mu^2/2m\gamma r^2}\right)^{1/2}, \qquad (28)$$

где $T(\varepsilon,\mu)$ – период поперечных радиальных колебаний электрона в канале, $r_{\min}<r<r_{\max}$, величины $r_{\min}$ и $r_{\max}$ определяются из условия равенства нулю знаменателя подкоренного выражения в (28).

Квазиканалированные электроны с инфинитным поперечным движением ($\varepsilon>0$) распределены равномерно в поперечной плоскости. Поскольку при этом доступная электронам поперечная область не зависит от ε (и равна поперечной площади, приходящейся на одну цепочку $S_0=1/Nd$, N – число атомов кристалла в единице объёма), то в ППП сечение излучения квазиканалированных электронов не будет зависеть от их поперечной энергии. Для каналированных электронов с $\varepsilon<0$ сечения излучения будут сильно зависеть от поперечной энергии, из-за того, что доступная электронам поперечная область $S(\varepsilon)$ сильно зависит от ε и электроны с большими по модулю поперечными энергиями излучают сильнее, так как они движутся на меньших расстояниях от атомной цепочки.

Непрерывный потенциал атомной цепочки $U(r)$ рассчитывался нами на основе атомного потенциала Дойля и Тёрнера с усреднением по тепловым колебаниям атомов кристалла. При этом считалось, что в области $r_1<r<r_0$ потенциал равен нулю $U(r)=0$, r_1 – половина кратчайшего расстояния между атомными цепочками вдоль заданного направления, $r_0=(\pi Nd)^{-1/2}$ – радиус канала, т.е. максимальная доля электронов, которая может быть захвачена в канал, равна $N_{ch}=(r_1/r_0)^2$ (при $\theta_{in}=0$), что, например, для кристалла германия $\langle 110\rangle$ составляет около 30% пучка.

Результаты расчёта спектра интенсивности излучения $I_\omega(E_0,t)=\omega W_\omega(E_0,t)$ и сравнение их с экспериментальными результатами [12] для электронов с энергией 150 ГэВ, движущихся вдоль направления <110> кристалла кремния толщиной 500 мкм, показаны на рисунках 5 и 6.

Интенсивность излучения показана в единицах соответствующего значения для аморфной мишени с той же толщиной, которая полагалась не зависящей от энергии фотонов и равной $I_\omega^{AM}=z/L_{RAD}$, где z - толщина кристалла, L_{RAD} - радиационная длина, равная

$$L_{RAD}^{-1}=4\alpha r_0^2 NZ^2\ln 183Z^{-1/3}, \qquad (29)$$

здесь $\alpha=1/137$, $r_0=e^2/mc^2$ – классический радиус электрона. Толщина кристалла z связана со временем t в кинетических уравнениях (7), (17) как $z\approx ct$.

При малых углах попадания электрона в кристалл (относительно выбранной кристаллографической оси) совпадение теории и эксперимента хорошее (рис. 5). Однако при больших углах падения (рис. 6) соответствие теории с экспериментом теряется. Это, по нашему мнению, связано с неприменимостью ППП, задаваемого формулами (23), (24) для квазиканалирванных электронов с большими поперечными энергиями. Наличие резко выраженного максимума при малых углах влёта согласуется с модельным расчётом на рис. 4 (кривая 3) и свидетельствует в пользу того, что резкий максимум в спектре интенсивности соответствует электронам, находящимся в глубоко связанном состоянии поперечного движения, при котором число излучённых фотонов может достигать 20. Рис. 5 показывает, что интенсивность излучения в области максимума в ориентированном кристалле может превышать ту же величину в аморфной мишени почти на 2 порядка.

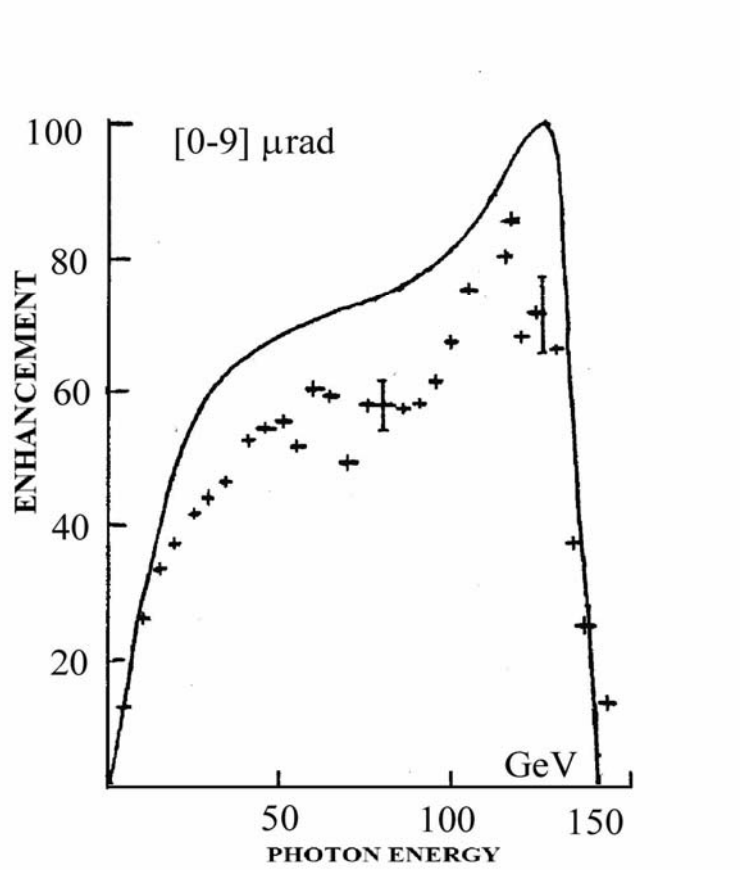


Рис. 5. Спектр интенсивности излучения электронов с энергией 150 ГэВ, движущихся в кристалле кремния толщиной 500 мкм.
Символы – эксперимент [12], сплошная линия – расчёт по каскадной теории.
Углы влёта в кристалл лежат в интервале [0-9] мкрад относительно направления <110>

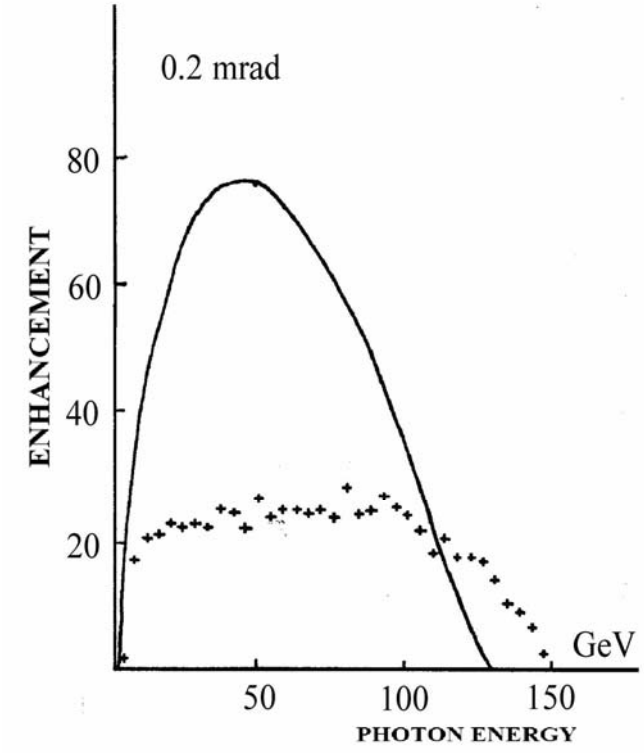


Рис. 6. То же, что и на рис. 5, но для углов влёта относительно оси <110> 0.2 мрад

Таким образом, подход, основанный на кинетических уравнениях каскадного типа, вполне адекватно описывает многофотонный характер излучения гамма квантов электронами с энергиями, превышающими 100 ГэВ в сильных внешних полях. Резкое несоответствие теории и эксперимента для больших углов влёта в кристалл связано не с несовершенством каскадной теории, а с неадекватностью приближения постоянного поля.

Примечания:

1. Investigations of the coherent hard photon yields from (50-300) GeV/c electrons/ positrons in the strong crystalline fields of diamond, silicon and germanium crystals / R.R. Medenwaldt, Moller S.P., S. Tang-Peterson [et al.] // Phys. Lett. B., 1990. Vol. 242. P. 517-523; См. также: R. Medenwaldt, S.P. Moller, A.H. Sorensen [et al.] CERN/SPSC 90-31 SPSC/P234 Add. 1990. 3.
2. Experimental investigation of photon multiplicity and radiation cooling for 150 GeV / K. Kirsebom, R. Medenwaldt, U. Mikkelsen [et al.] // Nucl. Instr. Meth. B., 1996. Vol. 119. P. 79-95.
3. Radiation Emission and Its Influence on the Motion of Multi - GeV Electrons and Positrons in Strong Crystalline Fields / A. Baurichter, K. Kirsebom, Yu. V. Kononets [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. P. 3415-3418.
4. Radiation Emission and Its Influence on the Motion of Multi - GeV Electrons and Positrons Incident on a Single Diamond Crystal / K. Kirsebom, U. Mikkelsen, E. Uggerhoj [et al.] // Nucl. Instr. Meth. B., 2001. Vol. 174. P. 274-296.
5. Photonuclear Physics when a Multiterrawatt Laser Pulse Interacts with Solid Targets / K.W.D. Ledingham, I. Spencer, T. McCanny [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 899-902.
6. Observation of Nonlinear Effects in Compton Scattering / C. Bula, K.T. McDonald, E.J. Prebys [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76, No. 17. P. 3116-3119.
7. Uggerhoj U.I. The interaction of relativistic particles with strong crystalline fields // Reviews of Mod. Phys. 2005. Vol. 77, No. 4. P. 1131-1171.
8. Хоконов М.Х. Каскадные процессы потерь энергии на излучение жёстких фотонов // ЖЭТФ. 2004. Т. 126. Вы. 4 (10). С. 799-818.
9. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск: Наука, 1989. 399 с.
10. Khokonov M. Kh., Nitta H.A. Standard Radiation Spectrum of Relativistic Electrons: Beyond Synchrotron Approximation // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89, No. 9. P. 094801-4.
11. Khokonov M.Kh. Saddle Point Method in the Radiation Problem // Physica Scripta. 1997. Vol. 55. P. 513-519.
12. Hard-photon emission from 150 - GeV electrons incident on Si and Ge single crystals near axial directions / R. Medenwaldt, S.P. Moller, A.H. Sorensen [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 63. P. 2827-2829.