ФИНАНСЫ, КРЕДИТ, СТРАХОВАНИЕ

УДК 336.02

О. Ю. Коршунов

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ СОСТАВНОГО ХЕДЖИРОВАНИЯ

В условиях высокой (и все возрастающей в условиях мирового финансового и экономического кризиса) волатильности как финансовых, так и товарных рынков особую важность приобретают технологии и инструменты, позволяющие минимизировать риск неблагоприятного изменения цен в будущем. Одной из наиболее часто и продуктивно используемых в мировой практике технологий является хеджирование при помощи фьючерсных контрактов. Относительно недавно появившаяся (в 90-х годах XX в.) технология составного хеджирования [1, с. 562] позволяет существенно повысить эффективность процедуры, что и определяет актуальность проведения данного исследования.

Под коэффициентом хеджирования понимается отношение размера позиции, занятой по фьючерсному контракту, к величине хеджируемого актива, а под оптимальным коэффициентом — его значение, позволяющее максимально уменьшить риск наличной позиции [2, с. 109–110]. При реализации хеджирования фьючерсным контрактом с базовым активом, совпадающим с хеджируемым, дата исполнения и дата окончания которых — одна и та же (прямое полное хеджирование), оптимальный результат будет получен при хеджировании одного актива одним контрактом, если объем контракта соответствует одному объекту. При несовпадении дат (неполное хеджирование) и/или хеджируемого и базового активов (перекрестное хеджирование) величина такого коэффициента является неочевидной. В настоящее время для определения оптимального коэффициента хеджирования применяется портфельный подход. При этом под оптимальностью подразумевается возможность минимизировать дисперсию прибыли портфеля, состоящего из h инструментов хеджирования и одного объекта хеджирования. Фактически это сводится к решению задачи минимизации дисперсии изменения скорректированного базиса $h \times \Delta F + \Delta S$, состоящего из одного базового актива и h фьючерсных контрактов (ΔS — изменение стоимости наличной позиции, ΔF — изменение стоимости фьючерсной позиции). Оптимизируемым параметром является количество фьючерсных контрактов. Здесь

Олег Юрьевич КОРШУНОВ — канд. экон. наук, доцент кафедры теории кредита и финансового менеджмента Экономического факультета СПбГУ. В 1981 г. окончил Ленинградский политехнический институт, в 1997 — Санкт-Петербургский государственный технический университет по специальности «Менеджмент». Область научных интересов — рынок ценных бумаг, биржевая деятельность, рынок производных финансовых инструментов, финансовая инженерия. Автор 45 научных и научно-методических работ.

© О. Ю. Коршунов, 2010

неявно предполагается, что базовым активом фьючерсного контракта выступает единица хеджируемого актива, или один актив, цена которого связана с хеджируемым активом. В противном случае коэффициент хеджирования должен быть скорректирован с учетом соотношения количества базового актива в соответствии со спецификацией контракта и количеством хеджируемого актива.

Известно, что дисперсия линейной комбинации случайных величин x_1 и x_2 описывается следующим выражением [3, с. 41]:

$$\sigma^2(ax_1 + bx_2) = a^2\sigma^2(x_1) + b^2\sigma^2(x_2) + 2abCOV(x_1, x_2), \quad (1)$$

где $COV(x_1,x_2)$ — ковариация случайных величин x_1 и x_2.

Используя это свойство дисперсии и решая задачу на минимизацию скорректированного базиса по параметру h, можно получить выражение для оптимального коэффициента хеджирования [2, с. 131]:

$$h = -\frac{COV_{\Delta S \Delta F}}{\sigma^2_{\Delta F}} = -\rho_{\Delta S \Delta F}\frac{\sigma_{\Delta S}}{\sigma_{\Delta F}}, \quad (2)$$

где $\rho\Delta S, \Delta F$ — коэффициент корреляции изменений цены объекта хеджирования и инструмента хеджирования;

$\sigma\Delta S$ — среднеквадратичное отклонение изменения цены объекта хеджирования (положительный корень квадратный из оценки дисперсии по выборке);

$\sigma\Delta F$ — среднеквадратичное отклонение изменения цены инструмента хеджирования (корень квадратный из оценки дисперсии по выборке).

Величина h, определяемая формулой (2), равна параметру β (с обратным знаком) в модели парной линейной регрессии изменения цены объекта хеджирования по изменению цены инструмента хеджирования [3, с. 58]. Отрицательный знак является следствием компенсационного характера хеджирующей позиции по отношению к хеджируемой.

Для выяснения эффективности хеджирования необходимо получить соотношение между дисперсией изменения исходной цены и дисперсией изменения базиса, скорректированного с учетом оптимального коэффициента хеджирования, которые и являются количественными характеристиками риска позиции без хеджирования и с ним.

Подставив в формулу (1) значение изменения базиса, скорректированного на величину коэффициента хеджирования $h\Delta F+\Delta S$, и учитывая, что h — постоянная величина, определяемая формулой (2), можно получить следующее соотношение [1, с. 207]:

$$\sigma^2(h\Delta F_1 + \Delta S) = (1 - \rho^2_{\Delta F,\Delta S})\sigma^2_{\Delta S}. \quad (3)$$

В этом соотношении квадрат коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации и служит показателем эффективности хеджирования, традиционно исчисляемым в процентах. Его величина показывает, на сколько процентов уменьшается риск хеджированной позиции по сравнению с нехеджированной позицией. Например, если $\rho\Delta S, \Delta F = 0{,}9$, то хеджирование снизит риск на 81%. Из формулы (3) следует, что при любом отличном от нуля как положительном, так и отрицательном коэффициенте корреляции хеджирование уменьшает риск позиции на наличном рынке. Знак корреляции необходимо учитывать только в направленности хеджирующей фьючерсной позиции при ее открытии.

В случае осуществления стратегии перекрестного хеджирования и при наличии нескольких инструментов ее реализации возможно существенное повышение эффективности хеджирования без роста затрат при помощи метода составного хеджирования. Составное хеджирование заключается в формировании портфеля, состоящего из нескольких инструментов хеджирования. Понижение общего риска при этом достигается за счет диверсификации, при которой минимизируются слабо коррелированные (или даже отрицательно коррелированные) несистематические рисковые составляющие. Однако полного исключения несистематического риска достичь на практике не удается по причине малого количества (как правило, не больше 3) инструментов перекрестного хеджирования, обращающихся на рынке.

Если доступны n инструментов хеджирования, то составное хеджирование сводится к формированию портфеля из одного хеджируемого актива и n инструментов хеджирования, доля каждого из которых в нем составит ($x_1h_1, x_2h_2, \ldots x_ih_i, \ldots x_nh_n$), где h_i — оптимальный коэффициент хеджирования для случая индивидуального хеджирования только i-м инструментом. При этом должно выполняться очевидное ограничение на долю одного инструмента

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.$$

В данном случае характеристикой эффективности хеджирования будет соотношение дисперсии изменения скорректированного составного базиса $\sigma\{x_1(h_1\Delta F_1+\Delta S)+ x_i(h_i\Delta F_i+\Delta S)+\ldots +x_n(h_n\Delta F_n+\Delta S)\}$ и дисперсии изменения цены объекта хеджирования $\sigma\Delta S$. Для определения оптимального (с позиции минимального риска) соотношения инструментов в составном хеджировании необходимо решить задачу минимизации дисперсии изменения такого скорректированного составного базиса. При этом оптимизируемым параметром будет выступать вектор структуры составного базиса $\{X\}=\{x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n\}$. Обозначив $x_i(h_iF_i+S) = B_i$ и воспользовавшись формулой (1), можно получить выражение для дисперсии $\{x_1(h_1\Delta F_1+\Delta S)+\ldots x_i(h_i\Delta F_i+\Delta S)+\ldots+ x_n(h_n\Delta F_n+\Delta S)\}$ [4, с. 164]:

$$\sigma^2\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\Delta B_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j COV(\Delta B_i \Delta B_j). \qquad (4)$$

Рассмотрим наиболее часто встречающийся на практике случай наличия двух инструментов хеджирования и попробуем решить задачу об оптимальной структуре составного хеджа в общем виде.

Пусть имеется некоторый актив, риск неопределенности, цены которого требуется хеджировать. В наличии 2 фьючерсных контракта, которые могут быть использованы в качестве инструментов хеджирования. Известны статистические оценки на периоде, равном продолжительности предполагаемого хеджирования:

$\sigma\Delta S$ — среднеквадратичное отклонение изменения цены объекта хеджирования;

$\rho\Delta S$, ΔF_1 и $\rho\Delta S$, ΔF_2 — коэффициенты корреляции изменений цены объекта хеджирования и инструментов хеджирования;

$\sigma\Delta F_1$ и $\sigma\Delta F_2$ — среднеквадратичные отклонения изменения цен инструментов хеджирования.

Тогда, подставив соответствующие значения в формулу (2), можно получить оценку величины оптимального коэффициента хеджирования для каждого из доступных инструментов h_1 и h_2. Эффективность этих инструментов хеджирования будет равна квадрату

коэффициента корреляции изменений цены объекта хеджирования и инструмента хеджирования. Легко также посчитать ожидаемую дисперсию модифицированных базисов $\sigma(h_1\Delta F_1+\Delta S)$ и $\sigma(h_2\Delta F_2+\Delta S)$ при помощи соотношения (3).

Для рассматриваемого случая портфеля из двух фьючерсов проблема определения оптимальной структуры составного хеджа существенно упрощается тем обстоятельством, что должно выполняться соотношение $x_1+x_2=1$. Обозначив $x_1=t$; $x_2=1-t$; $t(h_1F_1+S)=B_1$; $(1-t)(h_2F_2+S)=B_2$ и воспользовавшись формулой (4), легко получить выражение для дисперсии $[t\Delta B_1+(1-t)\Delta B_2]$:

$$\sigma^2[(t\Delta B_1+(1-t)\Delta B_2]=t^2\sigma^2(\Delta B_1)+(1-t)^2\sigma^2(\Delta B_2)+2t(1-t)\rho(\Delta B_1,\Delta B_2)\sigma(\Delta B_1)\sigma(\Delta B_2). \quad (5)$$

При получении данного выражения мы воспользовались известным соотношением между коэффициентами ковариации и корреляции двух случайных величин [3, с. 44]:

$$COV(X_1,X_2)=\rho(X_1,X_2)\sigma(X_1)\sigma(X_2).$$

Для решения оптимизационной задачи проведем дифференцирование полученного соотношения по оптимизируемому параметру t и приравняем результат к нулю

$$\frac{d\sigma^2[(t\Delta B_1+(1-t)\Delta B_2]}{dt}=2t\sigma^2(\Delta B_1)+2t\sigma^2(\Delta B_2)-2\sigma^2(\Delta B_2)+$$
$$+2\rho(\Delta B_1,\Delta\bar{B}_2)\sigma(\Delta B_1)\sigma(\Delta B_2)-4t\rho(\Delta B_1,\Delta B_2)\sigma(\Delta B_1)\sigma(\Delta B_2)=0. \quad (6)$$

С целью выявления характера экстремума, определяемого условием (6), проанализируем значение второй производной от выражения (5) по параметру t

$$\frac{d^2\sigma^2[(t\Delta B_1+(1-t)\Delta B_2]}{d^2t}=2\left\{\sigma^2(\Delta B_1)+\sigma^2(\Delta B_2)-2\rho(\Delta B_1,\Delta B_2)\sigma(\Delta B_1)\sigma(\Delta B_2)\right\}.$$

Очевидно, что для любых допустимых (от – 1 до + 1) значений $\rho(\Delta B_1, \Delta B_2)$ справедливым является неравенство

$$\frac{d^2\sigma^2[(t\Delta B_1+(1-t)\Delta B_2]}{d^2t}\geq 2\left\{\sigma^2(\Delta B_1)-\sigma^2(\Delta B_2)\right\}^2\geq 0.$$

Иначе говоря, условие нулевой первой производной определяет положение минимума. Решив линейное уравнение (6) относительно t, получим долю первого инструмента, а значит, и определенность относительно всей структуры составного хеджа, при которой ожидается минимальная дисперсия изменения скорректированного составного базиса. Это, в свою очередь, свидетельствует о максимально возможной в данных условиях эффективности хеджирования. Структура такого составного хеджа определяется следующим образом:

$$\left\{\begin{array}{l} t=x_1=\dfrac{\sigma^2(\Delta B_2)-\rho(\Delta B_1,\Delta B_2)\sigma(\Delta B_1)\sigma(\Delta B_2)}{\sigma^2(\Delta B_1)+\sigma^2(\Delta B_2)-2\rho(\Delta B_1\Delta B_2)\sigma(\Delta B_1)\sigma(\Delta B_2)} \\ x_2=1-x_1 \end{array}\right\}. \quad (7)$$

Таким образом, оптимальным (с позиции минимальности риска) вариантом хеджирования единицы хеджируемого актива будет открытие x_1h_1 позиций по первому фьючерсному контракту и x_2h_2 — по второму. Причем направленность фьючерсных

позиций должна обеспечивать компенсационный характер изменения их стоимости по отношению к изменению цены хеджируемой позиции.

В России возможна реализация составного хеджирования при помощи фьючерсных контрактов на доллар США, обращающихся на биржах РТС и ММВБ. Актуальность применения такого инструмента определяется подверженностью валютному риску широкого круга субъектов хозяйственной деятельности в России.

Рассмотрим пример составного хеджирования, сконструированного из этих двух фьючерсных контрактов. Оба контракта являются расчетными, что не принципиально при несовпадении даты окончания хеджирования с моментом исполнения контрактов. Объем обоих контрактов —1000 долл., но мы будем осуществлять расчеты на один доллар. Коррекция на объем хеджирования не составит труда. Предположим, что 17 июля 2008 г. нам необходимо открыть позицию, хеджирующую будущую (через 30 дней — 16 августа 2008 г.) покупку долларов США. Существует возможность купить фьючерс с ближайшей датой исполнения (15 сентября 2008 г.) на рынке РТС или на бирже ММВБ, а также осуществить составное хеджирование с использованием этих контрактов.

Для определения оптимальных коэффициентов хеджирования и структуры составного хеджа, а также чтобы оценить эффективность хеджирования, необходимо провести оценку по выборке статистических характеристик, используемых в формулах (2), (3), (5), (7). Формирование выборки, обеспечивающей корректную оценку, в данном случае не является, как может показаться на первый взгляд, тривиальной задачей. Согласно стандартной процедуре, необходимо сформировать выборку из исторических данных о движении цен за прошлые периоды, длительность которых кратна периоду хеджирования. В нашем случае это 30 дней и соответствующий временной ряд — 17.07.08; 17.06.08; 18.05.08; и т. д. Однако эти данные могут не отражать корректно взаимосвязь изменений цен на спотовом и фьючерсном рынках. Дело в том, что к фьючерсному контракту применимо понятие жизненного цикла. Его начало совпадает с моментом запуска контракта в обращение, а окончание — с исполнением. Уровень ликвидности контракта может очень отличаться для разных периодов. Более того, существуют особые периоды, во время которых на ценообразование на фьючерсном рынке оказывают влияние механизмы, отсутствующие в другое время [5]. К ним относится так называемый предисполнительский период. Он составляет примерно две недели перед исполнением контракта. В это время происходит массовое закрытие позиций участниками торгов и их переход на следующий по очередности исполнения контракт. В результате обычная взаимосвязь поведения фьючерсных и спотовых цен может нарушаться. Включение исторических данных за этот период в выборку, в том случае, если сам период хеджирования не включает в себя или не приходится на такой особый период, приведет к снижению корректности статистических оценок взаимосвязи изменения спотовой и фьючерсной цены.

Основываясь на приведенных выше аргументах, воспользовавшись статистическими данными о результатах торгов, раскрываемыми на официальных сайтах бирж, мы сформируем выборку по фьючерсным рынкам из результатов торгов ближайшими к исполнению контрактами в даты, отделенные от их исполнения таким же временным интервалом, как дата начала хеджирования — 30 дней. В случае если в эту дату торги не проводились, в качестве данных будем использовать среднее арифметическое от результатов торгов в предыдущий и ближайший следующий рабочие дни. В результате получим временной ряд: с 17.04.08 по 17.05.08 (исполнение контракта — 16.06.08); с 17.01.08 по 16.02.08 (исполнение контракта — 17.03.08) и т. д. — всего выборка объемом 21, вплоть до контракта с исполнением 17.03.03 — первый контракт на доллар США, введенный на бирже РТС.

К сожалению, ряд этих данных не отличается достоверностью по причине низкой ликвидности торгов в первой половине периода (особенно на бирже ММВБ), но этим обстоятельством мы вынуждены пренебречь. Вообще говоря, данную выборку можно пополнить данными за дополнительные даты, но для этого необходимо проведение исследования цикла обращения используемого для хеджирования контракта, чтобы указанные выше обстоятельства не оказали влияния на корректность оценки взаимосвязи цен на реальном и фьючерсном рынках.

Следующий вопрос, который возникает — какие конкретно данные использовать в качестве характеристики ценовой ситуации на рынке. Как на фьючерсном, так и на реальном биржевом рынке раскрывается информация о максимальных, минимальных, средневзвешенных, начальных (открытия) и окончательных (закрытия) ценах. На фьючерсном рынке раскрывается также значение так называемой расчетной цены, используемой для определения величины текущих взаимных требований/обязательств между участниками, значение которой вычисляется в рамках методики конкретной биржи. С нашей точки зрения, наиболее репрезентативной величиной для оценки параметров хеджирования является средневзвешенная цена за период торговой сессии. Именно ее мы и будем использовать в качестве базы для проведения статистической оценки. Данные относительно валютного курса были получены на сайте аналитического агентства РБК [6], статистика фьючерсных торгов — на официальных сайтах бирж ММВБ и РТС [7].

Статистические оценки величин на периоде 30 дней составили:

- $\sigma\Delta S = 0{,}2943$ рублей;
- $\rho\Delta S,\Delta F_1 = 0{,}9428$;
- $\rho\Delta S,\Delta F_2 = 0{,}9146$;
- $\sigma\Delta F_1 = 0{,}3366$ рублей;
- $\sigma\Delta F_2 = 0{,}3343$ рублей.

Подставив соответствующие значения в формулу (2), получаем оценку величин оптимального коэффициента хеджирования для каждого из контрактов: фьючерс на РТС $h_1 = 0{,}8242$ и фьючерс на ММВБ $h_2 = 0{,}8049$. Эффективность этих инструментов хеджирования вычисляется как квадрат коэффициента корреляции изменений цены объекта хеджирования и инструмента хеджирования и равна 89% для первого фьючерса и 84% — для второго. Как видно, эффективность первого инструмента существенно выше второго и может быть сделан однозначный выбор в его пользу. Таким образом, в случае необходимости хеджирования риска неблагоприятного изменения курса доллара США в объеме 1 000 000 долл., оптимальным представляется заключение 824 контрактов на рынке РТС. Очевидно, что остаточным риском, связанным с невозможностью заключить 0,2 контракта, можно пренебречь в связи с его малой величиной.

Для того чтобы оценить эффективность составного хеджирования и определить его структуру, обеспечивающую максимальную эффективность, необходимо в соответствии с формулами (5) и (7) провести статистическую оценку дисперсии модифицированных базисов с учетом оптимальных коэффициентов хеджирования h_1 и h_2 и коэффициента корреляции их взаимных изменений. Эта процедура на основе сформированной ранее выборки исторических данных о поведении валютного курса и цен фьючерсных контрактов приводит к следующим результатам:

$$\sigma^2(h_1\Delta F_1 + \Delta S) = 0{,}00962;$$

$$\sigma^2(h_2\Delta F_2 + \Delta S) = 0{,}01416;$$

$$\rho\{(h_1\Delta F_{1+}\Delta S),(h_2\Delta F_2 + \Delta S)\} = 0{,}54790.$$

Тогда, воспользовавшись полученной нами выше формулой (7), можно определить: x_1= 69,32%, x_2=30,38%. А оптимальное составное хеджирование 1 000 000 долл. сводится к заключению 1 000 000 x_1h_1 = 574 контрактов на рынке РТС и одновременному открытию однонаправленных 1 000 000 x_2h_2 = 245 позиций на фьючерсном рынке ММВБ. Подставив соответствующие величины в выражение (5), можно определить величину дисперсии изменения скорректированного составного базиса, которая в нашем случае составила

$$\sigma^2[x_1(h_1\Delta F_1 + \Delta S) + x_2(h_2\Delta F_2 + \Delta S)] = 0,008554.$$

На рис. 1 показана зависимость дисперсии изменения скорректированного составного базиса от доли x_1 первого скорректированного базиса в его составе. Предельные значения дисперсии, соответствующие величинам x_1 = 1 и x_1 = 0, равны величинам дисперсии для модифицированных базисов в случае простого хеджирования. Эффективность такого составного хеджа, рассчитанная по формуле (3), равняется 90,12%, что на 1,2% выше показателя наиболее эффективного из доступных инструментов простого хеджирования. Относительно невысокий выигрыш от применения составного хеджирования определяется довольно высокой степенью корреляции изменений модифицированных базисов. Это является следствием того, что оба контракта — инструменты прямого хеджирования. В случае наличия нескольких инструментов для осуществления перекрестного хеджирования можно ожидать близкий к нулю или даже отрицательный коэффициент корреляции, что обеспечивает значительное повышение эффективности при составном хеджировании по сравнению с простым. Такая ситуация характерна для товарных рынков и хеджирования актива, который не является базовым для фьючерсного контракта. В результате осуществляется хеджирование при помощи инструментов, цены базовых активов которых меняются связанным образом по отношению к хеджируемому активу. В изменения

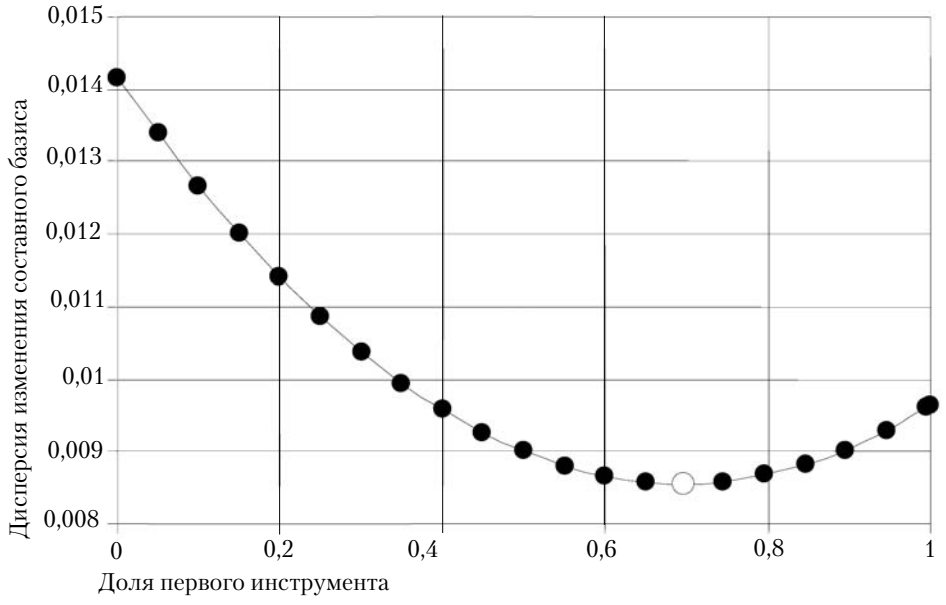


Рис.1. Зависимость дисперсии изменения скорректированного составного базиса от доли x_1 первого скорректированного базиса в его составе.
Примечание: белой точкой обозначена минимально возможная дисперсия.

их цен существенный вклад вносит несистематическая случайная составляющая, что и определяет возможность существенного повышения эффективности хеджирования при портфельном подходе.

Сравним результаты прогноза эффективности с фактическими, которые были бы получены в случае: отказа от хеджирования 17 июля 2008 г. будущей (через 30 дней — 16 августа 2008 г.) покупки 1 000 000 долл. США; хеджирования при помощи отдельных фьючерсов; применения составного хеджа с максимальной, по нашей оценке, эффективностью. Отказ от хеджирования привел бы к потерям (дополнительным расходам на покупку из-за роста курса) в размере 1 278 000 рублей. Хеджирование фьючерсом на РТС снижает их до 179 000 рублей, а на ММВБ — до 204 000 рублей. Составное хеджирование снижает потери до 185 000 рублей. Видно, что фактические результаты не совсем соответствуют соотношениям прогнозной эффективности. Это может быть следствием малого объема выборки и ее низкого качества вследствие низкой ликвидности (для ранних дат — РТС и весь период — ММВБ) торгов на фьючерсных рынках. Кроме того, необходимо иметь в виду, что прогноз эффективности носит статистический характер и в случае многократной реализации стратегий хеджирования он мог бы оправдаться.

С точки зрения автора статьи, общепринятое в специальной литературе [1; 2; 8] использование термина «оптимальный» в применении к коэффициенту хеджирования, обеспечивающему максимальное снижение риска наличной позиции, представляется некорректным. Причиной этого является тот факт, что кроме показателя эффективности существует ряд других характеристик, которые необходимо учитывать хеджеру при принятии решения о выборе инструмента и, следовательно, структуры хеджирования. К наиболее очевидным из них относятся затраты на хеджирование.

Для фьючерсного контракта объем затрат определяется размером комиссии за открытие позиции и закрытие позиции, уплачиваемой бирже или брокеру, а также необходимостью внесения гарантийного обеспечения при открытии позиции и взносами на поддержание позиции из-за требований по вариационной марже и при повышении размера гарантийного обеспечения. Все эти суммы, кроме комиссионных, после закрытия позиции так или иначе возвращаются хеджеру. Поэтому абсолютный объем этих затрат невелик и равен неполученным процентам на эти средства, замороженные на период хеджирования. Комиссионные же весьма малы по абсолютному значению. Так, плата за открытие позиции по фьючерсу на 1000 долл. на бирже РТС составляет всего один рубль.

Важным обстоятельством является то, что часть затрат, возникающих из-за необходимости поддержания хеджерской позиции, не определена по величине на момент открытия позиции, зависит от будущего развития ценовой ситуации на рынке и, следовательно, является источником дополнительного рыночного риска. Их объем может быть только оценен на базе статистического исследования и, строго говоря, зависит от стратегии поведения хеджера на фьючерсном рынке: будут ли средства зарезервированы в полном объеме в момент открытия позиции или будут привлекаться по мере необходимости. Возможен ли отзыв избыточных средств, полученных от пересчета вариационной маржи и от уменьшения начальной маржи, или они должны оставаться на фьючерсном рынке до закрытия позиций — от этих и многих других вариантов поведения будет зависеть величина затрат. Кроме того, уровень процента, используемый для расчета величины, также не может быть однозначно определен даже для одного и того же хеджера.

Таким образом, строго говоря, даже прямой полный хедж поставочным контрактом оставляет определенный, пусть и незначительный по величине, рыночный риск. Наиболее существенным является не сам риск неопределенности объема затрат, а его послед-

ствия. Недостаточность средств на поддержание фьючерсной позиции может привести к ее принудительному закрытию и оставить позицию на наличном рынке без хеджерского «прикрытия».

В случае наличия на рынке нескольких инструментов хеджирования выбор необходимо осуществлять, опираясь одновременно на два критерия — эффективность и затраты. В гипотетической, хоть и маловероятной ситуации, проиллюстрированной графически (рис. 2), некоторые инструменты хеджирования могут быть отвергнуты как заведомо худшие по отношению к другим. На рис. 2 отображена ситуация наличия четырех инструментов хеджирования. Характеристики каждого инструмента отражаются на плоскости координат эффективность/затраты в виде точки. Два из них могу быть сразу отвергнуты: *B* — идентичен *A* по затратам, но проигрывает в эффективности; *D* — идентичен *C* по эффективности, но проигрывает по затратам. Выбор среди оставшихся двух инструментов неоднозначен и определяется индивидуальным отношением хеджера к соотношению стоимости хеджа и его эффективности. Если хеджер готов увеличить затраты на хеджирование на ΔX при условии увеличения эффективности на ΔY, то для него оптимальным будет инструмент *C*, в противном случае оптимален инструмент *A*.

В случае составного хеджирования имеется бесконечное (очень большое, с учетом существующего предела делимости инструмента хеджирования) число инструментов хеджирования. Причем многие из них не могут быть отвергнуты изначально.

Рассмотренный нами выше случай относится именно к такой категории. Попробуем решить для него проблему выбора оптимального инструмента хеджирования. Как указывалось выше, оценка затрат на хеджирование сводится к некоторой статистической процедуре, причем результат зависит от стратегии поведения хеджера на фьючерсном рынке. Мы не будем проводить такое исследование и строить стратегию, а решим проблему для некоторого гипотетического случая, что не помешает нам продемонстрировать общий ход выбора оптимального инструмента.

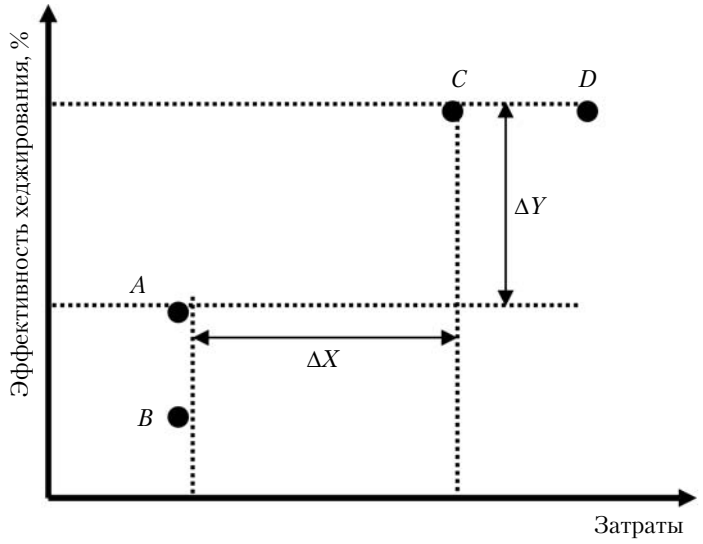


Рис. 2. Процесс отбора оптимального инструмента хеджирования по критериям эффективность/затраты.

Очевидно, что в случае равенства затрат на хеджирование фьючерсами на биржах ММВБ и РТС оптимальным является сочетание долей контрактов, обеспечивающее минимальную дисперсию составного базиса, или, что то же самое — максимальную эффективность. Ситуация усложняется в случае различия величины затрат. Предположим, что затраты на хеджирование контрактом на ММВБ составляют по оценке 1, а фьючерсом на РТС — 1,3. Тогда затраты X на составное хеджирование с любой долей фьючерса на РТС t могут быть определены при помощи соотношения

$$X = t \times 1{,}3 + (1 - t) \times 1 .$$

Одновременно, используя выражение (3) и полученный нами ранее, при помощи формулы (5) результат относительно дисперсии составного базиса любого возможного состава (см. рис. 1), можно соотнести величину затрат с эффективностью. Это отображено на рис. 3 в виде параболической кривой с максимумом, соответствующим максимально возможной эффективности хеджирования, обозначенным значком в виде белого круга. Все точки на правой ветви параболы соответствуют заведомо худшим инструментам по сравнению с максимально эффективным и не могут рассматриваться в качестве кандидатов в оптимальные. Это определяется тем обстоятельством, что все они характеризуются более высокими затратами и низкой эффективностью по отношению к точке максимальной эффективности. Однако ни одна из точек на левой ветви, отображающих параметры хеджирования составных инструментов, не может быть изъята из рассмотрения.

Оптимальность состава в данном случае зависит от индивидуального отношения хеджера к риску и готовности нести затраты для его минимизации. Отношение это может быть формализовано через индивидуальную функцию полезности от 2 аргументов — затрат

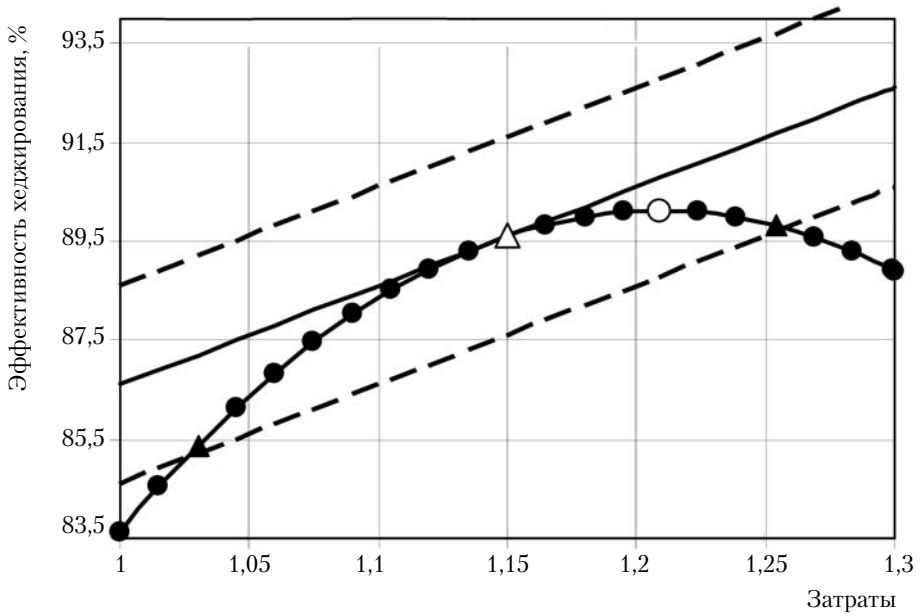


Рис. 3. Зависимость эффективности составного хеджирования от затрат и определение его оптимального состава при помощи кривых безразличия.

X и эффективности Y. Кроме того, что эта функция $U(X,Y)$ монотонна, она должна удовлетворять следующим условиям:

$$\frac{\partial U(X,Y)}{\partial X} < 0,$$

$$\frac{\partial U(X,Y)}{\partial Y} > 0.$$

Иными словами, она должна монотонно возрастать с ростом эффективности и падать с ростом затрат. Такими свойствами обладает бесконечное число видов функций. Однако наиболее естественной для хеджера представляется функция линейная как по эффективности, так и по затратам, имеющая вид

$$U(X,Y) = Y - aX,$$

где a — индивидуальный для хеджера коэффициент, показывающий, за какое увеличение эффективности он готов увеличить затраты на хеджирование на единицу. Данная величина, которая и определяет индивидуальность функции полезности, должна быть задана хеджером. По аналогии с функцией полезности инвестора, часто используемой при определении оптимальной структуры его портфеля [4, с. 848], она, по мнению автора, может быть определена как «функция полезности хеджера с постоянной толерантностью к затратам». Для решения задачи об оптимальной структуре хеджерской позиции необходимо задать семейство так называемых кривых безразличия. Любая из них определяется в данном случае как кривая на плоскости XY, каждая точка которой характеризует одинаково привлекательные для хеджера параметры. Этому условию удовлетворяет равенство

$$Y - aX = U_c = \text{constant}$$

или

$$Y = U_c + aX,$$

где U_c — постоянная величина, определяющая уровень полезности.

Таким образом, кривая безразличия определяется индивидуальной функцией полезности и в данном случае представляет собой прямую линию. Для полного определения бесконечного множества этих кривых достаточно задать единственный параметр — a. Предположим, что хеджер определил для себя $a = 0{,}2$. Это означает, что он готов увеличить затраты на хеджирование на единицу при условии роста эффективности на 20%. Три представителя семейства кривых безразличия представлены на рис. 3.

Нижняя пунктирная прямая имеет два пересечения, обозначенные треугольниками, с кривой, определяющей возможные параметры составного хеджирования. Это означает, что оба этих инструмента обеспечивают одинаковую пользу для хеджера. Однако точки, расположенные на любой другой проходящей выше кривой безразличия, обеспечивают хеджеру большую пользу. Очевидно, что максимально полезным является хеджирование с параметрами, соответствующими точке касания сплошной линии (белый треугольник) с параболой. Ее координаты и определяют оптимальную структуру составного хеджирования для данного хеджера. Точки, принадлежащие пунктирной прямой, лежащей выше, обеспечивают еще большую полезность. Однако они не могут быть реализованы из-за отсутствия соответствующих инструментов хеджирования. Точка касания представляет собой инструмент, для которого $x_1 = 50\%$ и, соответственно, $x_2 = 50\%$. С учетом оптимальных коэффициентов хеджирования h_1 и h_2 оптимальное составное хеджирование 1 000 000 долл. сводится к заключению $50\% \times h_1 \times 1\,000\,000 = 412$ контрактов на рынке

РТС и одновременному открытию однонаправленных $50\% \times h_2 \times 1\,000\,000 = 402$ позиций на фьючерсном рынке ММВБ. Эффективность такого хеджирования равна 89,61%, а затраты по оценке составят — 1,15.

Значение постоянной U_c, которая для случая касательной оказалась равной 66,61%, имеет простой экономический смысл. Это значение эффективности гипотетического, не требующего затрат инструмента хеджирования, который был бы одинаково полезен для данного хеджера по отношению к оптимальному инструменту, определенному при помощи касательной кривой безразличия.

Таким образом, мы определили оптимальный инструмент хеджирования (структуру портфеля фьючерсных контрактов) для хеджера, приписав ему индивидуальную функцию полезности с постоянной толерантностью к затратам. Однако существуют и другие параметры инструмента хеджирования, учет которых может иметь большое значение для хеджера. К наиболее очевидным параметрам относится ликвидность фьючерсного контракта. Особенную важность фактор ликвидности приобретает в случае осуществления динамического хеджирования, которое может предполагать пересмотр хеджирующей позиции в связи с изменением тенденций на рынке хеджируемого актива. Кроме того, может быть важен фактор риска неисполнения обязательств биржей, на которой торгуются фьючерсные контракты. Возможны и другие факторы, оказывающие влияние на принятие хеджером решения об оптимальном для него инструменте хеджирования.

Очевидно, что необходимость решения задачи оптимизации возникает только если указанные параметры отличаются для возможных инструментов хеджирования. В общем случае речь может идти о наличии k факторов, количественно определенных через компоненты вектора $(X_1, X_2, \ldots X_{k-1}, X_k)$. Тогда кривая, точки которой характеризуют возможные характеристики инструментов хеджирования (в нашем примере парабола на плоскости эффективность/затраты) трансформируется в поверхность в пространстве размерности k. При этом подход к определению оптимального инструмента хеджирования остается таким же, как в рассмотренном нами случае двух факторов эффективности и затрат. То есть необходимо определить для инвестора индивидуальную функцию полезности U (эффективность $X_1, X_2, \ldots X_{k-1}, X_k$), зависящую от k переменных. При постоянной толерантности хеджера ко всем факторам она может быть записана в следующем виде:

$$U(X_1 \ldots X_k) = X_1 + \sum_{i=2}^{k} a_i X_i.$$

Функция эта должна быть монотонной по всем аргументам, а ее частные производные по ним — положительными или отрицательными в зависимости от отношения хеджера к конкретному фактору. Далее необходимо определить вид поверхности безразличия хеджера

$$X_1 = U_c - \sum_{i=2}^{k} a_i X_i.$$

После этого находится точка касания ее к поверхности, характеризующей возможные инструменты хеджирования. Эта точка и будет определять структуру оптимального для цели хеджирования портфеля фьючерсных контрактов.

Обобщая все выше сказанное, можно предложить следующую процедуру определения оптимальной структуры составного хеджирования:

1. Выявление всех фьючерсных контрактов, которые могут быть использованы для хеджирования наличной позиции.

2. Выявление всех значимых для хеджера k факторов, учитываемых при принятии решения об оптимальном составе и структуре составного хеджирования.

3. Формализация каждого из k факторов через некоторую количественную характеристику.

4. Нахождение функциональной связи каждой из этих характеристик со структурой составного хеджа и построение поверхности в пространстве размерности k, каждая точка которой отображает составной хедж с соответствующими характеристиками. Данная поверхность может быть определена как поверхность допустимых характеристик хеджирования.

5. Выявление индивидуальной функции полезности хеджера, аргументами которой выступают количественные характеристики факторов хеджирования.

6. Построение семейства поверхностей безразличия. Совокупность k характеристик хеджирования, соответствующая любой точке на этой поверхности, обладает одинаковой полезностью для хеджера в соответствии с его индивидуальной функцией полезности.

7. Поиск точки касания поверхности допустимых характеристик хеджирования с одной из поверхностей безразличия.

Структура хеджирования, соответствующая найденной точке касания, и будет оптимальной структурой составного хеджирования для хеджера с данной индивидуально определенной функцией полезности.

---

1. *Маршалл Дж. Ф., Бонсал В. К.* Финансовая Инженерия. М., 1998. 783 с.

2. *Халл Дж. К.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. М.; СПб., 2007. 1051 с.

3. *Доугерти К.* Введение в эконометрику. М., 2007. 419 с.

4. *Шарп Ф. У., Гордон Дж А., Бэйли В. Дж.* Инвестиции. М., 2009. 1026 с.

5. *Коршунов О. Ю., Калинин С. Н.* Фьючерсные контракты на поставку акций на российском рынке // Финансы и бизнес. 2007. № 3. С. 64–77.

6. URL: www.rbc.ru

7. URL: www.micex.ru и www.rts.ru

8. *Ковни Ш. де, Такки Кр.* Стратегии хеджирования. М., 1996. 207 с.

Статья поступила в редакцию 21 января 2010 г.