

УДК 539.23+539.216.1+537.311.31  
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82

## ЛОКАЛЬНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ СУБМИКРОННОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СЛОЯ С УЧЁТОМ ПОПРАВКИ К ЗАКОНУ ВИДЕМАНА-ФРАНЦА

**Завитаев Э. В.<sup>1</sup>, Русаков О. В.<sup>1</sup>, Чухлеб Е. П.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Государственный гуманитарно-технологический университет  
142611, Московская обл., г. Орехово-Зуево, ул. Зелёная, д. 22, Российская  
Федерация

<sup>2</sup> Центр дополнительного образования «Малая академия наук Импульс»  
142432, Московская обл., г. Черноголовка, Школьный бульвар, д. 1, Российская  
Федерация

**Аннотация.** В статье впервые рассчитана проводимость субмикронного металлического слоя. Учитывается поправка к закону Видемана–Франца при наличии зеркально-диффузного отражения электронов.

**Ключевые слова:** тонкий слой, закон Видемана-Франца, локальная проводимость.

## LOCAL CONDUCTIVITY OF A SUBMICRON METAL LAYER WITH ALLOWANCE FOR A CORRECTION TO THE WIEDEMANN-FRANZ LAW

**E. Zavitaev<sup>1</sup>, O. Rusakov<sup>1</sup>, E. Chukhleb<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> State University of Humanities and Technologies  
ul. Zelenaya 22, 142611 Orekhovo-Zuyevo, Moscow Region, Russian Federation

<sup>2</sup> The Center of Additional Education "Junior Academy of Sciences Impulse"  
Shkol'nyi bulv. 1, 142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russian Federation

**Abstract.** We have calculated for the first time the conductivity of a submicron metal layer. A correction to the Wiedemann–Franz law is taken into account in the presence of specular-diffuse reflection of electrons.

**Keywords:** *thin* layer, Wiedemann–Franz law, local conductivity.

### Введение

Теоретические исследования электрических и магнитных свойств тонкого слоя из металла были начаты ещё в прошлом веке. По указанной тематике было опубликовано достаточно большое количество работ, ссылки на которые можно найти в современных электронных базах. Например, в работе [1] приведён расчёт проводимости металлического слоя в магнитном поле с учётом зеркально-диффузных граничных условий.

Однако несмотря на то, что с момента публикации указанной выше работы прошло более 60 лет, актуальность данной тематики не становится менее вос-

требуемой. В первую очередь это связано с необходимостью подробного изучения влияния поверхностного рассеяния носителей заряда на электромагнитные свойства малых проводящих объектов.

Так, в современных работах [2–4] учитывалось влияние коэффициентов зеркальности поверхности на электропроводность и постоянную Холла субмикронного проводящего слоя, а в работе [5] изучалось магнитное поле такого объекта.

Как известно из научной литературы, поправка к закону Видемана-Франца становится наиболее существенной при низких температурах [6; 7]. Новизна и актуальность данной работы как раз и заключаются в учёте подобного эффекта для субмикронного металлического слоя.

### Математическая модель и расчёт

Рассматривается субмикронный металлический слой толщиной  $b$ , к которому приложено переменное напряжение частоты  $\omega$ . Электрическое поле параллельно слою и направлено вдоль координатной оси  $Z$ , ось  $X$  перпендикулярна слою. Напряжённость поля  $E$  подчиняется закону:

$$E = E_0 \exp(-i\omega t), \quad (1)$$

где  $E_0$  – вещественная амплитуда напряжённости электрического поля,  $i$  – мнимая единица,  $t$  – время протекания процесса.

Работа выполнена без учёта скин-эффекта, так как исследование этого явления нужно проводить отдельно (толщина слоя предполагается малой по сравнению с характерной глубиной скин-слоя).

Исходя из того, что возмущённая функция Ферми-Дирака  $f(x, \mathbf{v}) = f_0(\epsilon) + f_1(x, \mathbf{v})$  для электронов удовлетворяет уравнению Больцмана [7], имеем:

$$v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + e v_z E \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} - i\omega f_1 = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (2)$$

где  $e$  – заряд электронов,  $v_z$ ,  $v_x$  – соответствующие проекции вектора их скорости на координатные оси,  $\tau$  – электронное время релаксации.

Здесь  $f_0'(\epsilon) = -\delta(\epsilon - \epsilon_F)$ , где  $\delta$  – дельта-функция Дирака,  $\epsilon_F$  – энергия Ферми,  $\epsilon = \frac{mv^2}{2}$  – кинетическая энергия электронов,  $v$  – модуль вектора скорости электронов,  $m$  – эффективная масса электронов.

Плотность высокочастотного тока  $j$ , вызванного приложенным напряжением, рассчитывается по формуле:

$$j = en \langle v \rangle = en \left[ \int f_0 d^3 \mathbf{v} \right]^{-1} \int f_1 \mathbf{v} d^3 \mathbf{v}. \quad (3)$$

В этой формуле  $n$  – концентрация электронов проводимости, определяемая с помощью распределения Ферми-Дирака:

$$n = 2 \left( \frac{m}{h} \right)^3 \int f_0 d^3 \mathbf{v} = 2 \left( \frac{m}{h} \right)^3 \frac{4\pi v_F^3}{3},$$

где  $\hbar$  – постоянная Планка,  $v_F$  – скорость Ферми.

При записи кинетического уравнения Больцмана в виде (2) содержание закона Видемана-Франца соответствует приближению времени релаксации  $\tau$ , когда доминируют объёмные и поверхностные столкновения. Такой режим рассеяния электронов реализуется при наличии значительного количества примесей.

При низких температурах, в случае, когда степень чистоты металла достаточно высока, существенными оказываются электрон-электронные столкновения.

Для учёта электрон-электронных столкновений запишем кинетическое уравнение (2) в следующем виде [8]:

$$-i\omega f_1 + v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + e v_z E \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} = -\frac{1}{\tau} \left( f_1 - \frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3} v_z \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \int v_z f_1 d^3 \mathbf{v} \right), \quad (4)$$

где  $g_0$  – параметр ( $0 \leq g_0 \leq 1$ ), отвечающий за «проявление» закона Видемана-Франца [7]. Заметим, что при  $g_0 = 0$  данный закон выполняется точно.

Подставим в уравнение (4) функцию

$$f(x, \mathbf{v}) = g(x, \mathbf{v}) \delta(\epsilon - \epsilon_F) \exp(-i\omega t),$$

и получим новое уравнение

$$v g + v_x \frac{\partial g}{\partial x} - e v_z E_0 = -\frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z g \delta(\epsilon - \epsilon_F) d^3 \mathbf{v}, \quad (5)$$

где  $v = 1/\tau - i\omega$ .

Решение уравнения (5) проведём с помощью моментного метода [7]:

$$g = a_1(x) v_z + a_2(x) v_z \text{sign}(v_x). \quad (6)$$

С учётом (6) уравнение (5) может быть записано в виде:

$$\begin{aligned} v(a_1 v_z + a_2 v_z \text{sign}(v_x)) + v_x v_z \frac{\partial a_1}{\partial x} + v_x v_z \text{sign}(v_x) \frac{\partial a_2}{\partial x} - e v_z E_0 = \\ = -\frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z (a_1 v_z + a_2 v_z \text{sign}(v_x)) \delta(\epsilon - \epsilon_F) d^3 \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для вычисления интеграла, стоящего в правой части уравнения (7), удобно перейти к цилиндрической системе координат  $(v_\perp, \varphi, v_z)$  в пространстве скоростей.

Учитывая свойства дельта-функции Дирака и связи

$$v_x = v_\perp \cos \varphi, \quad v_\perp^2 + v_z^2 = v_F^2,$$

имеем:

$$\left( v + \frac{g_0}{\tau} \right) a_1 v_z + v a_2 v_z \text{sign}(v_x) + v_x v_z \frac{\partial a_1}{\partial x} + v_x v_z \text{sign}(v_x) \frac{\partial a_2}{\partial x} - e E_0 v_z = 0. \quad (8)$$

Умножим выражение (8) на проекцию скорости электронов  $v_z$  и проинтегрируем по всему пространству скоростей:

$$\left(v + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 \int v_z^2 d^3 \mathbf{v} + v a_2 \int v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_1}{\partial x} \int v_x v_z^2 d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_2}{\partial x} \int v_x v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} - e E_0 \int v_z^2 d^3 \mathbf{v} = 0.$$

В результате приходим к уравнению:

$$\frac{4}{5} \left(v + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 + \frac{v_F}{4} \frac{\partial a_2}{\partial x} = \frac{4}{5} e E_0. \quad (9)$$

Теперь умножим выражение (8) на  $v_z \text{sign}(v_x)$  и снова проинтегрируем по пространству скоростей:

$$\left(v + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 \int v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} + v a_2 \int v_z^2 \text{sign}^2(v_x) d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_1}{\partial x} \int v_x v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_2}{\partial x} \int v_x v_z^2 \text{sign}^2(v_x) d^3 \mathbf{v} - e E_0 \int v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} = 0.$$

Таким образом, приходим ещё к одному уравнению:

$$\frac{4}{5} v a_2 + \frac{v_F}{4} \frac{\partial a_1}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

Объединяя в систему выражения (9) и (10), получим:

$$\begin{cases} \frac{4}{5} \left(v + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 + \frac{v_F}{4} \frac{\partial a_2}{\partial x} = \frac{4}{5} e E_0 \\ a_2 = -\frac{5 v_F}{16 v} \frac{\partial a_1}{\partial x}. \end{cases}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial x^2} - \frac{16^2 v^2}{5^2 v_F^2} \left(1 + \frac{g_0}{v \tau}\right) a_1 = -\frac{16^2 v^2}{5^2 v_F^2} \frac{e E_0}{v}$$

или

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial x^2} - \lambda^2 a_1 = -\lambda^2 \frac{e E_0}{v \beta^2}, \quad (11)$$

где

$$\beta = \sqrt{1 + \frac{g_0}{v \tau}} = \left| v \tau = 1 - i \omega \tau = 1 - i \Omega \frac{v_F \tau}{b} = 1 - i \frac{\Omega}{\Delta} = \frac{\Psi}{\Delta} \right| = \sqrt{1 + \frac{\Delta}{\Psi} g_0}, \quad \lambda = \frac{16 v \beta}{5 v_F},$$

$\Psi = \Delta - i\Omega$  – безразмерная комплексная частота рассеяния электронов.

Моментный коэффициент  $a_1(x)$  найдём, решая неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка (11):

$$a_1(x) = A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x), \quad (12)$$

где  $A_0 = \frac{eE_0}{v\beta^2}$ ;  $C_1, C_2$  – константы интегрирования.

Тогда из (10) следует, что

$$\begin{aligned} a_2(x) &= -\frac{5v_F}{16v} \frac{\partial}{\partial x} (A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x)) = \\ &= -\frac{\beta}{\lambda} (\lambda C_1 \exp(\lambda x) - \lambda C_2 \exp(-\lambda x)) = \beta C_2 \exp(-\lambda x) - \beta C_1 \exp(\lambda x). \end{aligned} \quad (13)$$

Подставив (12) и (13) в (6), найдём общий вид решения уравнения (5):

$$\begin{aligned} g &= (A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x))v_z + \\ &+ (\beta C_2 \exp(-\lambda x) - \beta C_1 \exp(\lambda x))v_z \operatorname{sign}(v_x). \end{aligned} \quad (14)$$

Применим граничные условия на верхней и нижней границах слоя для нахождения коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$ :

$$\begin{cases} g(v_x, x) = q_1 g(-v_x, x), v_x < 0 \\ g(v_x, x) = q_2 g(-v_x, x), v_x > 0, \end{cases}$$

где  $q_1$  и  $q_2$  – коэффициенты зеркальности его поверхностей.

С учётом (14), система граничных условий может быть представлена как:

$$\begin{cases} A_0 + C_1 \exp(\lambda b) + C_2 \exp(-\lambda b) + \beta C_1 \exp(\lambda b) - \beta C_2 \exp(-\lambda b) = \\ = q_1 [A_0 + C_1 \exp(\lambda b) + C_2 \exp(-\lambda b) + \beta C_2 \exp(-\lambda b) - \beta C_1 \exp(\lambda b)] \\ A_0 + C_1 + C_2 + \beta C_2 - \beta C_1 = q_2 [A_0 + C_1 + C_2 + \beta C_1 - \beta C_2] \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} A_0(1 - q_1) + \exp(\lambda b)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)C_1 = \exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)C_2 \\ C_2 = \frac{A_0(1 - q_2) + (1 - \beta - q_2 - \beta q_2)C_1}{q_2 - \beta q_2 - \beta - 1}. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} C_1 = A_0 \frac{(1 - q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1) - \exp(-\lambda b)(1 - q_2)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)}{\exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)} \\ C_2 = A_0 \frac{(1 - q_1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1 - q_2)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)}{\exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)} \end{cases}$$

Введём новые обозначения:

$$D_1 = \frac{C_1}{A_0}, \quad D_2 = \frac{C_2}{A_0},$$

и запишем выражение (14) в следующем виде:

$$g = A_0[(1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x))v_z + (\beta D_2 \exp(-\lambda x) - \beta D_1 \exp(\lambda x))v_z \text{sign}(v_x)]. \quad (15)$$

Конкретизировав с помощью (15) вид функции  $f_1(x, \mathbf{v})$ , найдём проекцию плотности тока  $\mathbf{j}$  внутри слоя на координатную ось  $Z$ . Применяя формулу (3), имеем:

$$j_z = \frac{ne}{m} \exp(-i\omega t) a_1(x).$$

Выражение для локальной электрической проводимости слоя  $\sigma$  получим как следствие закона Ома в дифференциальной форме:

$$\sigma = \frac{ne a_1(x)}{m E_0}.$$

Учитывая выражение (15), имеем

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{ne A_0}{m E_0} (1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)) = \\ &= \frac{ne^2}{m v \beta^2} (1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)) = \\ &= \frac{ne^2 \tau}{m \beta^2} \frac{\Delta}{\Psi} (1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)) \end{aligned}$$

или

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\Delta}{\beta^2 \Psi} (1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)), \quad (16)$$

где

$$\lambda = \frac{16v\beta}{5v_F} = \frac{16v\tau\beta}{5v_F\tau} = \frac{16\beta}{5b} \Psi.$$

Введя безразмерную ширину слоя  $\xi = x/b$ , запишем выражение (16) для локальной проводимости в безразмерной форме:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\Delta}{\beta^2 \Psi} \left( 1 + D_1 \exp\left(\frac{16\Psi\beta}{5}\xi\right) + D_2 \exp\left(-\frac{16\Psi\beta}{5}\xi\right) \right). \quad (17)$$

### Обсуждение результатов

В таблице 1 представлены результаты численного расчёта относительной погрешности модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя (17) в зависимости от числового параметра  $g_0$ , который характеризует степень отклонения от закона Видемана-Франца ( $\xi = 0,5$ ;  $\Omega = 1$ ;  $q_1 = q_2 = 0,5$ ). При этом безразмерная обратная длина свободного пробега электронов в слое  $\Delta$  принимает различные значения ( $\Delta_1 = 1$ ;  $\Delta_2 = 2$ ;  $\Delta_3 = 3$ ).

Анализ содержания столбцов таблицы позволяет сделать вывод о том, что по мере роста  $\Delta$ , то есть отношения толщины слоя  $b$  к средней длине свободного пробега электронов  $\Lambda$ , наблюдается тенденция заметного увеличения относительной погрешности расчёта модуля проводимости, выполненного с применением закона Видемана-Франца, по отношению к аналогичному расчёту, выполненному кинетическим методом. Отмеченная закономерность объясняется всё более существенным вкладом в проводимость электрон-электронных столкновений, которые позволяет учесть кинетический метод расчёта, в связи с увеличением объёма металла.

Поскольку увеличение толщины слоя приводит к сильному отклонению от указанного закона и может достигать почти 100 %, возникает необходимость применения рассмотренной теории к непосредственному расчёту электрической проводимости тонких слоёв из достаточно чистых металлов при низких температурах в практических и технических приложениях, например, при промышленном изготовлении интегральных микросхем.

Таблица 1. Относительная погрешность модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя с учётом отклонения от закона Видемана-Франца

$g_0$	$\Delta_1 = 1$	$\Delta_2 = 2$	$\Delta_3 = 3$
0	0 %	0 %	0 %
0,1	6,8 %	8,9 %	9,5 %
0,2	13,7 %	17,8 %	19 %
0,3	20,6 %	26,7 %	28,5 %
0,4	27,5 %	35,7 %	38 %
0,5	34,4 %	44,6 %	47,6 %
0,6	41,4 %	53,6 %	57,1 %
0,7	48,4 %	62,6 %	66,6 %
0,8	55,3 %	71,6 %	76,1 %
0,9	62,4 %	80,6 %	85,7 %
1,0	69,4 %	89,5 %	95,2 %

*Статья поступила в редакцию 01.04.2019 г.*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Sondheimer E. H. The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of thin metallic films // Physical Review. 1950. Vol. 80. Iss. 3. P. 401–406.

2. Савенко О. В. Расчет высокочастотной электропроводности и постоянной Холла для тонкой металлической пленки // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2016. № 4. С. 43–55.
3. Расчёт высокочастотной электропроводности тонкого полупроводникового слоя в случае различных коэффициентов зеркальности его поверхностей / Кузнецова И. А., Романов Д. Н., Савенко О. В., Юшканов А. А. // Микроэлектроника. 2017. Т. 46. № 4. С. 275–283.
4. Кузнецова И. А., Савенко О. В., Юшканов А. А. Влияние граничных условий на электрические и гальваномангнитные свойства тонкой металлической пленки // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2017. № 11. С. 52–60.
5. Завитаев Э. В., Русаков О. В., Чухлеб Е. П. Магнитное поле тонкого металлического слоя // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 1. С. 63–72.
6. Моисеев И. О., Юшканов А. А., Яламов Ю. И. Использование двухпараметрического кинетического уравнения для вычисления электромагнитного поглощения мелкой металлической частицей // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101. № 5. С. 846–850.
7. Завитаев Э. В., Русаков О. В., Юшканов А. А. К вопросу об отклонении от закона Видемана-Франца в тонкой цилиндрической проволоке из металла // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2012. № 2. С. 122–131.
8. De Gennaro S., Rettori A. The low-temperature electrical resistivity of potassium size effects and the role of normal electron-electron scattering // Journal of Physics F: Metal Physics. 1984. Vol. 14. No. 12. P. 237–242.

## REFERENCES

1. Sondheimer E. H. The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of thin metallic films. In: *Physical Review*, 1950, vol. 80, iss. 3, pp. 401–406.
2. Savenko O. V. [Calculation of high-frequency conductivity and Hall constant of a thin metal film]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2016, no. 4, pp. 43–55.
3. Kuznetsova I. A., Romanov D. N., Savenko O. V., Yushkanov A. A. [Calculating the high-frequency electrical conductivity of a thin semiconductor film for different specular reflection coefficients of its surface]. In: *Mikroelektronika* [Russian Microelectronics], 2017, vol. 46, no. 4, pp. 275–283.
4. Kuznetsova I. A., Savenko O. V., Yushkanov A. A. [Influence of boundary conditions on the electric and galvanomagnetic properties of a thin metal film]. In: *Poverkhnost'. Rentgenovskie, sinkhrotronnye i neitronnye issledovaniya* [Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques], 2017, no. 11, pp. 52–60.
5. Zavitaev E. V., Rusakov O. V., Chukhleb E. P. [Magnetic field of a thin metal layer]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 1, pp. 63–72.
6. Moiseev I. O., Yushkanov A. A., Yalamov Yu. I. [Calculation of the electromagnetic absorption by a small metal particle with a two-parameter kinetic equation]. In: *Optika i spektroskopiya* [Optics and Spectroscopy], 2006, vol. 101, no 5, pp. 846–850.
7. Zavitaev E. V., Rusakov O. V., Yushkanov A. A. [To the problem of deviation from the Wiedemann–Franz law in a thin cylindrical metal wire]. In: *Vestnik Moskovskogo*

*gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2012, no. 2, pp. 122–131.

8. De Gennaro S., Rettori A. The low-temperature electrical resistivity of potassium size effects and the role of normal electron-electron scattering. In: *Journal of Physics F: Metal Physics*, 1984, vol. 14, iss. 12, pp. 237–242.

---

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Завитаев Эдуард Валерьевич* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и физики Государственного гуманитарно-технологического университета;

e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru;

*Русаков Олег Владимирович* – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и физики Государственного гуманитарно-технологического университета;

e-mail: olegrusmail@mail.ru;

*Чухлеб Екатерина Петровна* – педагог дополнительного образования Центра дополнительного образования «Малая академия наук Импульс»;

e-mail: e.chuhleb@mail.ru.

### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Eduard V. Zavitaev* – Doctor in physical and mathematical sciences, professor at the Department of Mathematics and Physics, State University of Humanities and Technologies;

e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru;

*Oleg V. Rusakov* – PhD in physical and mathematical sciences, associate professor at the Department of Mathematics and Physics, State University of Humanities and Technologies;

e-mail: olegrusmail@mail.ru;

*Ekaterina P. Chukhleb* – teacher of the additional education at the Center of Additional Education “Junior Academy of Sciences Impulse”;

e-mail: e.chuhleb@mail.ru.

---

### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Завитаев Э. В., Русаков О. В., Чухлеб Е. П. Локальная проводимость субмикронного металлического слоя с учётом поправки к закону Видемана–Франца // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2019. № 2. С. 74–82.

DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82

### FOR CITATION

Zavitaev E. V., Rusakov O. V., Chukhleb E. P. Local conductivity of a submicron metal layer with allowance for a correction to the Wiedemann–Franz law. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2019. no. 2. pp. 74–82.

DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82