помощью переключателя «ПРМ/ПРД» производится выбор соответствующего канала. При нажатии на кнопку «Нач. измерение» измеряются СВЧ параметры при нулевых значениях фазы и амплитуды, а также КСВ входа и выхода и подсчет неравномерности коэффициента передачи. Нажатием на кнопку «Измерение» производится измерение СВЧ параметров при различных значениях фаз и аттенюаторов, а также автоматически обрабатываются результаты.

С помощью кнопки «Измерение коэфф_шума» производится измерение коэффициента шума. Некоторые параметра снабжены цветовыми индикаторами. Если измеренные значения не соответствуют техническому заданию, то индикаторы изменят свой цвет на красный. Полный отчет об измеренных параметрах отображается в поле «Результат».

С помощью кнопок «Сохранить», и «Печать» можно соответственно сохранить результаты измерений в формате .txt или распечатать отчет, который представлен на рис. 4.

Выводы

Создание производственно-технологического и испытательного комплекса позволило автоматизировать процесс измерения и статистической обработки измеренных значений параметров субмодулей АФАР. Разработанное программное обеспечение для измерительного стенда позволило производить измерения всех требуемых параметров и сократило время проверки одного модуля до 20–30 сек, что значительно повысило производительность, а также облегчило контроль качества производимой продукции и дало возможность осуществлять управление качеством, а также уменьшило стоимость продукции.

Библиографический список

1. Жерновенков, В.А. Алгоритмы и программное обеспечение стендов для измерения СВЧ параметров модулей АФАР / В.А. Жерновенков // Электронная техника. – М.: НПП Исток, 2011.
2. Евдокимов, Ю.К. LabView для радиоинженера: от виртуальной модели до реального прибора. Практическое руководство в программной среде LabView / Ю.К. Евдокимов, В.Р. Линдваль, Г.И. Щербаков. – М.: ДМК Пресс, 2007.

ОТКЛОНЕНИЕ ОТ ЗАКОНА ВИДЕМАНА–ФРАНЦА В СУБМИКРОННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКЕ

Э.В. ЗАВИТАЕВ, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р физ.-мат. наук,*
О.В. РУСАКОВ, *ст. преподаватель каф. математики и физики МГОГИ,*
А.А. ЮШКАНОВ, *проф. каф. теоретической физики МГОУ, д-р физ.-мат. наук,*
В.Н. ХАРЧЕНКО, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р техн. наук*

caf-physics@mgul.ac.ru

Электрические свойства проводников, характерный линейный размер которых сравним с длиной свободного пробега электронов, существенно отличается от свойств «массивных» проводников [1, 2].

В работе [3] рассчитана высокочастотная электрическая проводимость тонкой цилиндрической проволоки (отношение ее радиуса к длине много меньше единицы). В работе [4] решена задача о влиянии на электрическую проводимость цилиндрической проволоки продольного магнитного поля. В упомянутых работах применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов в металле при произвольном характере их отражения от внутренней поверхности проволоки.

В работах Видемана и Франца в 1853 г. экспериментально установлен закон, согласно которому отношение коэффициента теплопроводности λ к коэффициенту удельной электрической проводимости σ для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально термодинамической температуре

$$\lambda / \sigma = L_0\, T, \qquad (1)$$

где в законе Видемана–Франца L_0 – число Лоренца, равное $3^{-1}(\pi\, k)^2 e^{-2}$, k – постоянная Больцмана, e – заряд электрона и T – абсолютная температура.

Исследование отклонения от закона Видемана–Франца до сих пор остается актуальной задачей, что подтверждается широким спектром научных публикаций, например [5–8].

Величины отклонения от этого закона при низких температурах могут принимать существенные значения [9]. В данной работе мы проведем учет подобного эффекта, к которому в последнее время наблюдается заметный интерес.

Заметим, что задачи о проводимости субмикронных металлических проволок становятся особенно актуальными в связи с бурным развитием микроэлектроники, где такие проволоки широко применяются.

В настоящей работе моментным методом рассчитана функция распределения, описывающая линейный отклик электронов в однородной цилиндрической проволоке на переменное электрическое поле, ориентированное вдоль оси симметрии проволоки. По найденной функции распределения удается рассчитать зависимость локальной и интегральной проводимостей проволоки от «коэффициента Видемана–Франца» (отношения коэффициента теплопроводности к произведению коэффициента удельной электрической проводимости на число Лоренца и на абсолютную температуру металла), от отношения радиуса проволоки к длине свободного пробега электронов и частоты, а также от коэффициента зеркальности металла.

Постановка задачи

Рассматривается цилиндрическая проволока из немагнитного металла радиуса R и длины L (считаем, что $L >> R$), к концам которой приложено переменное электрическое напряжение частоты ω. Принимается, что направление электрического поля совпадает с осью симметрии проволоки. Скин-эффект не учитывается, т. к. радиус проволоки R предполагается малым по сравнению с характерной глубиной скин-слоя δ.

Однородное периодическое по времени электрическое поле

$$\mathrm{E} = \mathrm{E}_0 \exp(-i\omega t) \qquad (2)$$

действует на электроны проводимости (они рассматриваются как вырожденный ферми–газ) внутри проволоки и вызывает отклонение f_1 их функции распределения f от равновесной фермиевской f_0

$$f(r,\mathrm{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(r,\mathrm{v}),\ \varepsilon = m\mathrm{v}^2/2,$$

где r – радиус – вектор (начало системы координат выбирается на оси симметрии проволоки);

v – скорость электрона;

m – эффективная масса электрона в металле.

Это приводит к возникновению высокочастотного тока плотности

$$j = e\int v\, f\, \frac{2d^3(mv)}{h^3} = 2e\left(\frac{m}{h}\right)^3 \int v\, f_1 d^3 v\,, \qquad (3)$$

где h – постоянная Планка [10].

В формуле (3) используется стандартная нормировка функции распределения f, при которой плотность электронных состояний равна $2/h^3$. Для равновесной функции $f_0(\varepsilon)$ далее используется ступенчатая аппроксимация [8]:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_F \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon \end{cases},$$

где $\varepsilon = mv_F^2/2$ – энергия Ферми (v_F – скорость Ферми).

Предполагается, что ферми-поверхность имеет сферическую форму.

Задача сводится к отысканию отклонения f_1 функции распределения электронов от равновесной f_0, возникающего под действием высокочастотного поля (2). В линейном приближении по электрическому полю функция f_1 удовлетворяет кинетическому уравнению [11–13]

$$-i\omega\, f_1 + v\frac{\partial f_1}{\partial r} + e(v\,E)\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}, \qquad (4)$$

где предполагается стационарная зависимость от времени ($f_1 \sim \exp(-i\,\omega\, t)$), а интеграл столкновений взят в приближении времени релаксации электронов τ.

Кинетическое уравнение в τ-приближении соответствует случаю, когда рассеяние электронов носит чисто изотропный характер. Данный характер рассеяния электронов реализуется при рассеянии на примесях. Для чистых металлов при низких температурах оказываются существенными электрон – электронные столкновения. При таких столкновениях, суммарный импульс электронной подсистемы сохраняется и соответствующее рассеяние электронов не носит изотропный характер. По этой причине одной теплопроводностью нельзя выразить всех кинетических характеристик металла, и необходимо изменить правую часть уравнения (4), моделирующую интеграл столкновений, чтобы описать ситуацию, при которой рассеяние электронов уже не является чисто изотропным. Интеграл столкновений, учитывающий электрон – электронные столкновения впервые был предложен в [14]. Кинетическое уравнение с учетом данного интеграла столкновений имеет вид

$$\frac{\partial f_1}{\partial t}+v\frac{\partial f_1}{\partial r}+e(v\cdot E)\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}=$$

$$=-\frac{1}{\tau}\left(f_1-\frac{3g_0m}{4\pi v_F^3}v\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\int v\,f_1 d^3v\right). \qquad (5)$$

Введем безразмерный коэффициент W, который назовем коэффициентом Видемана–Франца, равный $W = \lambda\,/\,(T) = 1- g_0$. ($g_0$ – числовой параметр, $0 \le g_0 \le 1$). При выполнении закона Видемана – Франца $W = 1$ и $g_0 = 0$ (уравнение (5) переходит в (4)), это соответствует тому, что электроны при рассеянии полностью утрачивают свой первоначальный импульс, т.е. рассеяние происходит изотропно. При $g_0 = 1$ электроны в результате рассеяния сохраняют свой импульс, то есть трение электронного газа о кристаллическую решетку отсутствует.

Заметим, что

$$W = \sigma_0/\sigma,$$

где $\sigma_0 = ne^2\tau/m$ – объемная статическая удельная проводимость металла при отсутствии отклонения от закона Видемана–Франца;

n – концентрация электронов проводимости в металле.

Функция распределения

Преобразуем кинетическое уравнение (5) используя функцию

$$f_1(r,v) = g(r,v)\delta(\varepsilon-\varepsilon_F)\exp(-i\omega t), \qquad (6)$$

в результате получим новое уравнение

$$-i\omega g+\mathrm{v}\frac{\partial g}{\partial \mathrm{r}}-e\mathrm{v}\mathrm{E}_0=-\frac{g}{\tau}-$$

$$-\frac{3g_0m}{4\pi \mathrm{v}_F^3\tau}\mathrm{v}\int \mathrm{v}\,g\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_F)\,d^3\mathrm{v}.$$

Перейдя в последнем уравнении к цилиндрическим координатам [15], выбрав направление полярной оси Z так, чтобы она совпадала с осью симметрии проволоки, имеем

$$-i\omega g+\mathrm{v}_r\frac{\partial g}{\partial r}+\frac{\mathrm{v}_\varphi}{r}\frac{\partial g}{\partial\varphi}+\mathrm{v}_z\frac{\partial g}{\partial z}+$$

$$+\frac{\mathrm{v}_\varphi^2}{r}\frac{\partial g}{\partial \mathrm{v}_r}-\frac{\mathrm{v}_r\mathrm{v}_\varphi}{r}\frac{\partial g}{\partial \mathrm{v}_\varphi}-e\mathrm{v}_zE_z=$$

$$=-\frac{g}{\tau}-\frac{3g_0m}{4\pi v_F^3\tau}v_z\int v_z\,g\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_F)\,d^3\mathrm{v}. \qquad (7)$$

Решение уравнения (7) проведем с помощью моментного метода [15], согласно которому функция g в приближении двух моментов представляется в виде

$$g=a_1(r)\mathrm{v}_z+a_2(r)\mathrm{v}_z\mathrm{v}_r. \qquad (8)$$

Найдем соответствующие частные производные от выражения (8) и подставим их в уравнение (7). В результате получим

$$\nu(a_1(r)\mathrm{v}_z+a_2(r)\mathrm{v}_z\mathrm{v}_r)+\mathrm{v}_r\mathrm{v}_z\frac{\partial a_1(r)}{\partial r}+$$

$$+\mathrm{v}_r^2\mathrm{v}_z\frac{\partial a_2(r)}{\partial r}+\frac{\mathrm{v}_\varphi^2\mathrm{v}_z}{r}a_2(r)-e\mathrm{v}_zE_0=-\frac{3g_0m}{4\pi v_F^3\tau}\times$$

$$\times v_z\int v_z(a_1(r)\mathrm{v}_z+a_2(r)\mathrm{v}_z\mathrm{v}_r)\delta(\varepsilon-\varepsilon_F)d^3\mathrm{v}. \qquad (9)$$

Здесь мы учли, что $\nu = 1/\tau - i\omega$.

Вычислив интеграл, стоящий в правой части уравнения (9) (учитывая связи

$v_r = v_\perp\cos\varphi$, $v_\varphi = v_\perp\sin\varphi$, $v_\perp^2 + v_z^2 = v_F^2$), имеем

$$\nu(a_1(r)\mathrm{v}_z + a_2(r)\mathrm{v}_z\mathrm{v}_r) + \mathrm{v}_r\mathrm{v}_z\frac{\partial a_1(r)}{\partial r} +$$

$$+\mathrm{v}_r^2\mathrm{v}_z\frac{\partial a_2(r)}{\partial r} + \frac{\mathrm{v}_\varphi^2\mathrm{v}_z}{r}a_2(r) - e\mathrm{v}_z E_0 =$$

$$= -\frac{g_0 v_z}{\tau}a_1(r). \qquad (10)$$

Умножим выражение (10) на v_z и проинтегрируем по пространству скоростей

$$\left(\nu a_1(r) - eE_0 + \frac{g_0}{\tau}a_1(r)\right)\int \mathrm{v}_z^2\, d^3\mathrm{v} +$$

$$+\left(\nu a_2(r) + \frac{\partial a_1(r)}{\partial r}\right)\int \mathrm{v}_z^2\,\mathrm{v}_r\, d^3\mathrm{v} +$$

$$+\frac{\partial a_2(r)}{\partial r}\int \mathrm{v}_r^2\,\mathrm{v}_z^2\, d^3\mathrm{v} +$$

$$+\frac{a_2(r)}{r}\int \mathrm{v}_\varphi^2\mathrm{v}_z^2\, d^3\mathrm{v} = 0.$$

Далее вычислив значения всех четырех интегралов и подставив их в последнее равенство, приходим к уравнению

$$\nu a_1(r) - eE_0 + \frac{1}{7}\mathrm{v}_F^2\frac{\partial a_2(r)}{\partial r} +$$

$$+\frac{1}{7}\mathrm{v}_F^2\frac{a_2(r)}{r} = -\frac{g_0}{\tau}a_1(r). \qquad (11)$$

Еще одно уравнение для нахождения моментных коэффициентов $a_1(r)$ и $a_2(r)$, найдем, умножив (10) на $v_z v_r$ и интегрируя по пространству скоростей

$$\frac{\partial a_1(r)}{\partial r} = -\nu\, a_2(r). \qquad (12)$$

Объединим уравнения (11) и (12) в систему, разрешив ее относительно $a_1(r)$

$$\frac{\partial^2 a_1(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial a_1(r)}{\partial r} -$$

$$-\frac{7\nu^2}{\mathrm{v}_F^2}\left(1 + \frac{g_0}{\nu\tau}\right)a_1(r) = -\frac{7\nu e E_0}{\mathrm{v}_F^2}.$$

Перейдем в полученном уравнении к новой безразмерной переменной $\xi = r/R$, также учтем, что

$$z = \frac{R}{\mathrm{v}_F}\nu = \frac{R}{\mathrm{v}_F}\left(\frac{1}{\tau} - i\omega\right) = x - iy,$$

тогда

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial\xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial a_1}{\partial\xi} - 7z^2\beta^2 a_1 = -\frac{7zeE_0R}{\mathrm{v}_F}, \qquad (13)$$

где

$$\beta = \sqrt{1 + \frac{x}{z}g_0}\,.$$

В результате для определения моментного коэффициента $a_1(\xi)$ мы получили неоднородное модифицированное уравнение Бесселя, частное решение которого

$$a_1 = A_0 = \frac{eE_0R}{z\mathrm{v}_F\beta^2}. \qquad (14)$$

Общее решение однородного модифицированного уравнения Бесселя

$$a_1 = A_1 I_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi) + A_2 K_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi), \qquad (15)$$

где

$$I_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \exp(\xi z\beta\sqrt{7}\cos\alpha)\,d\alpha, \qquad (16)$$

$$K_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi) = \int_0^\infty \frac{\cos(\xi z\beta\sqrt{7}\,t)}{\sqrt{t^2+1}}dt. \qquad (17)$$

Учитывая то обстоятельство, что при $\xi = 0$ плотность тока внутри проволоки не должна быть расходящейся функцией, константу A_2 естественно положить равной нулю.

В результате решение (13) примет вид

$$a_1(\xi) = A_0 + AI_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi), \qquad (18)$$

где $A \equiv A_1$.

Обезразмерим уравнение (12) и воспользуемся им для нахождения моментного коэффициента $a_2(\xi)$. В результате получим

$$a_2(\xi) = -\frac{A\beta\sqrt{7}}{\mathrm{v}_F}I_1(z\beta\sqrt{7}\,\xi), \qquad (19)$$

где

$$I_1(z\beta\sqrt{7}\,\xi) =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\pi} \exp(\xi z\beta\sqrt{7}\cos\alpha)\cos\alpha\, d\alpha. \quad (20)$$

Однозначное решение поставленной задачи возможно при выборе граничного условия для неизвестной функции $f_1(r, v)$ на цилиндрической поверхности металлической проволоки. В качестве такого принимаем условия зеркально-диффузного отражения электронов от поверхности ($r = R$):

$$\int\limits_{v_r<0} v_z f_1(v_r) d^3v = q \int\limits_{v_r<0} v_z f_1(-v_r) d^3v, \quad (21)$$

где v_r и v_z – соответственно, компоненты скорости электрона в плоскости, перпендикулярной к оси симметрии проволоки и вдоль оси симметрии проволоки;

q – коэффициент зеркальности (вероятность зеркального отражения): $0 \le q \le 1$.

При $q = 0$ получаем условие диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности металлической проволоки, а при $q = 1$ условие чисто зеркального отражения. При значениях $q \neq 0$ и $q \neq 1$ получаем различные варианты смешанного зеркально-диффузного отражения электронов.

Граничное условие (21) позволяет получить выражение, связывающее значения моментных коэффициентов $a_1(\xi)$ и $a_2(\xi)$ на границе проволоки. После проведения соответствующих вычислений, имеем

$$\frac{2}{3}a_1(1)(1-q) = \frac{v_F}{4}a_2(1)(1+q). \quad (22)$$

Учитывая (18) и (19), получим, при $\xi = 1$, для определения константы A выражение

$$A = VA_0, \quad (23)$$

где

$$V = \frac{q-1}{3\left[\frac{1}{3}(1-q)I_0(z\beta\sqrt{7}) + \frac{\beta\sqrt{7}}{8}(1+q)I_1(z\beta\sqrt{7})\right]}.$$

Соотношения (14), (18), (19) и (23) полностью определяют отклонение (6) функции распределения от равновесной в случае зеркально-диффузного отражения электронов от внутренней поверхности цилиндрической проволоки с учетом отклонения от закона Видемана–Франца.

Расчет проводимости

Функция (6) позволяет определить плотность тока (3) внутри проволоки. При вычислении интеграла (3) удобно перейти к цилиндрическим координатам, как в пространстве координат, так и в пространстве скоростей. Вектор E параллелен оси Z, ось симметрии проволоки совпадает с осью Z.

Поле (2) в цилиндрических координатах имеет лишь z – компоненту, соответственно, и плотность тока (3) обладает лишь z – компонентой (линии тока являются прямыми параллельными оси Z).

В силу симметрии задачи интегрирования по всему диапазону скоростей v_z заменяются интегрированием по положительному диапазону и результат удваивается, поэтому, подставляя пределы интегрирования и воспользовавшись свойствами δ-функции [3, 4], приходим к выражению

$$j_z = \frac{4em^2}{h^3}\exp(-i\omega t)\times$$

$$\times\int\limits_0^{v_F}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{+\infty} \frac{v_z^2\,\delta\left(v_z - \sqrt{v_F^2 - v_\perp^2}\right)}{\sqrt{v_F^2 - v_\perp^2}}\times$$

$$\times\left[a_1(\xi) + a_2(\xi)v_\perp\cos\varphi\right]v_\perp\, dv_\perp\, d\varphi\, dv_z =$$

$$= \frac{8\pi e m^2 v_F^3}{3h^3} a_1(\xi)\exp(-i\omega t).$$

Окончательно получим

$$j_z = \frac{ne}{m}\exp(-i\omega t)\, a_1(\xi). \quad (24)$$

Здесь мы учли, что концентрация электронов n в проволоке определяется по стандартной формуле, согласно которой

$$n = 2\frac{m^3}{h^3}\int f_0\, d^3v = 2\frac{m^3}{h^3}\frac{4\pi v_F^3}{3}.$$

Воспользовавшись законом Ома в дифференциальной форме, найдем удельную электрическую проводимость субмикронной проволоки

$$\sigma = \frac{e n a_1(\xi)}{m E_0}. \quad (25)$$

Учитывая выражения (14), (18) и (23), получим

$$\sigma = \sigma_0 \frac{x}{z\beta^2}\left(1 + V I_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi)\right), \quad (26)$$

где $\sigma_0 = ne2\tau/m$ – объемная статическая удельная проводимость металла при отсутствии отклонения от закона Видемана–Франца, а интеграл $I_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi)$ определен равенством (16).

Воспользовавшись (23), получим выражение для расчета безразмерной удельной электрической проводимости субмикронной проволоки

$$\tilde{\sigma}(x,y,\xi,q,g_0) = \frac{x}{z\beta^2} \times$$

$$\times\left(1 + \frac{(q-1) I_0(z\beta\sqrt{7}\,\xi)}{3\left[\frac{1}{3}(1-q) I_0(z\beta\sqrt{7}) + \frac{\beta\sqrt{7}}{8}(1+q) I_1(z\beta\sqrt{7})\right]}\right). \quad (27)$$

Проинтегрировав выражение (24), определяем полный ток через поперечное сечение цилиндрической проволоки

$$I = \frac{2\pi ne}{m} e^{-i\omega t} R^2 \left(\frac{A_0}{2} + \frac{A}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7})\right). \quad (28)$$

Формально воспользовавшись законом Ома в виде I = G U, где U – напряжение на концах проволоки, получаем формулу для расчета интегральной проводимости субмикронной проволоки G (электрическое поле внутри проволоки однородное, поэтому U = E L)

$$G = \frac{2\pi n e R^2}{m L E_0}\left(\frac{A_0}{2} + \frac{A}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7})\right).$$

Преобразуем полученное выражение, используя равенство (23)

$$G = \frac{\pi n e R^2 A_0}{m L E_0}\left(1 + \frac{2V}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7})\right).$$

Учитывая (14), получим

$$G = \frac{G_0 x}{z\beta^2}\left(1 + \frac{2V}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7})\right), \quad (29)$$

где $G_0 = \pi R^2 \sigma_0 / L$, а интеграл $I_1(z\beta\sqrt{7})$ определен равенством (20) при $\xi = 1$.

Снова воспользовавшись (23), получим выражение для расчета безразмерной интегральной электрической проводимости субмикронной проволоки

$$\tilde{G}(x,y,q,g_0) = \frac{x}{z\beta^2} \times$$

$$\times\left(1 + \frac{2}{z\beta\sqrt{7}} \frac{(q-1) I_1(z\beta\sqrt{7})}{3\left[\frac{1}{3}(1-q) I_0(z\beta\sqrt{7}) + \frac{\beta\sqrt{7}}{8}(1+q) I_1(z\beta\sqrt{7})\right]}\right). \quad (30)$$

Заметим, что при проведении численных расчетов результаты, полученные после применения формул (27) и (30), в случае отсутствия поправки к закону Видемана-Франца, когда $g_0 = 0$ (при этом коэффициент Видемана-Франца $W = 1$), совпадают с результатами работы [3], в которой использовался другой математический подход к проблеме.

Библиографический список

1. Петров, Ю.И. Физика малых частиц / Ю.И. Петров. – М.: Наука, 1984. – 360 с.
2. Завитаев, Э. В. Высокочастотная проводимость тонкой цилиндрической проволоки из металла / Э.В. Завитаев, А. А. Юшканов // Микроэлектроника. – 2008. – Т. 37, № 6 – С. 429–438.
3. Завитаев, Э. В. Зависимость электрической проводимости тонкой цилиндрической проволоки в продольном магнитном поле от характера отражения электронов / Э. В. Завитаев, А. А. Юшканов // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 130, № 5 (11) – С. 887–894.
4. Interaction corrections to the thermal transport coefficients in disordered metals: quantum kinetic equation approach / G. Catelani, I. L. Aleiner // Препринт. A ar Xiv: cond-mat/0405333. – 2004. – P. 35.