

ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. УПРАВЛЕНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

УДК 537.862

И.П. Попов

*Департамент экономического развития, торговли
и труда Курганской области,
Ф.Н. Сарапулов, С.Ф. Сарапулов
Уральский федеральный университет имени
первого Президента России Б.Н. Ельцина*

ЕМКОСТНО-ЕМКОСТНАЯ КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА

Аннотация. Рассматривается электрическая колебательная система, состоящая из однородных элементов – двух конденсаторов. Показана возможность возникновения в такой системе свободных гармонических колебаний.

Ключевые слова: колебательная система, емкость, гармонические колебания, частота.

I.P. Popov

*Department of Economic Development, Trade and Labor
of Kurgan Oblast,
F.N. Sarapulov, S.F. Sarapulov
Ural Federal University, named after the first Russian
President Boris Yeltsin*

CAPACITY-CAPACITANCE OSCILLATING SYSTEM

Abstract. The article considers the electric oscillating system consisting of homogeneous elements: two capacitors. The possibility of free harmonic vibrations in such system is shown.

Index terms: oscillating system, capacitance, harmonic vibrations, frequency.

ВВЕДЕНИЕ

В электрическом колебательном LC -контуре происходит взаимное преобразование энергии магнитного поля катушки индуктивности в энергию электрического поля конденсатора. Индуктивность L и емкость C имеют взаимно противоположный характер реактивности. В связи с этим колебательный LC -контур можно рассматривать в качестве *буреактивной* системы. Характерным свойством этой системы является то, что она имеет фиксированную собственную частоту свободных колебаний $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Другим ее свойством является то, что сдвиг по фазе между колебаниями энергии элементов составляет $\pi/2$.

Ниже рассматривается колебательная система с однородными элементами, а именно, емкостно-емкостная CC -система и возникновение в ней свободных гар-

монических колебаний. Поскольку реактивный характер каждого из двух элементов, входящих в CC -систему, взаимно идентичен, ее можно рассматривать в качестве *монореактивной* системы [1–4].

1 CC -система

На рисунке 1 изображена колебательная система, выполненная в виде двух одинаковых конденсаторов, связанных посредством двухфазной синхронной электрической машины, ротором которой является постоянный магнит.

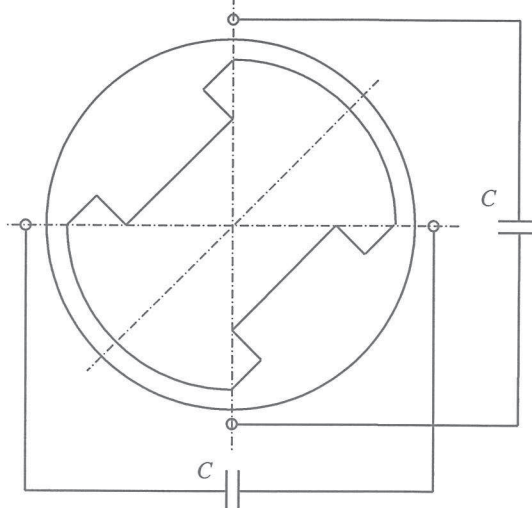


Рисунок 1 – Емкостно-емкостная колебательная система

Конденсаторы емкостью C подключены к фазным обмоткам статора. Число витков каждой обмотки статора n , длина активной части витка l , индукция магнитного поля B , радиус статора R . Активное сопротивление обмоток и соединительных проводников полагаются равными нулю. Индуктивность обмоток не учитывается. Вращающий момент равен нулю.

2 Свободные гармонические колебания

При названных допущениях условия электрического и механического равновесия в соответствии с законом электромагнитной индукции, вторым законом Кирхгофа, законом Ампера и аналогом третьего закона Ньютона для моментов запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} BlnR \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi &= -\frac{1}{C} \int_0^t i_1 dt; \\ BlnR \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi &= -\frac{1}{C} \int_0^t i_2 dt; \\ Bln_1 R \sin \varphi &= -Bln_2 R \cos \varphi, \end{aligned} \right\}$$

Производные первых двух уравнений:

$$i_1 = -Bl nRC \left[\frac{d^2 \varphi}{dt^2} \sin \varphi + \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cos \varphi \right]; \quad (1)$$

$$i_2 = -Bl nRC \left[\frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cos \varphi - \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin \varphi \right]. \quad (2)$$

При подстановке полученных результатов в третье уравнение имеет место тождество:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} \sin^2 \varphi + \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin \varphi \cos \varphi + \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cos^2 \varphi - \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin \varphi \cos \varphi = 0$$

Или

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 0.$$

Решение последнего уравнения следующее:

$$\varphi = A_1 t + A_2;$$

Пусть начальные условия

$$\varphi(0) = \varphi_0,$$

$$\frac{d\varphi}{dt}(0) = \omega_0.$$

Тогда

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0.$$

При этом (1) и (2) принимают вид:

$$i_1 = -Bl nRC \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\frac{E}{X_C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

$$i_2 = Bl nRC \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{E}{X_C} \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Из последних выражений следует, что в системе с двумя конденсаторами емкостью происходят свободные гармонические колебания тока.

В такой колебательной системе происходит взаимный обмен между энергиями электрических полей емкостных элементов. При $\varphi = 0$ энергия электрического поля второго емкостного элемента максимальна, а первого – равна нулю. По мере изменения угла первый элемент начинает заряжаться за счет энергии электрического поля второго элемента, который начинает разряжаться.

Замечание 1. В качестве емкостных элементов СС-системы могут использоваться не только конденсаторы, но и устройства, обладающие эквивалентной емкостью, обусловленной неэлектрическими параметрами, например массой [5–10] и коэффициентом упругости [11–13].

Замечание 2. Как и в электрическом биреактивном колебательном С-контуре в рассмотренной монореактивной колебательной СС-системе фазы колебаний энергии катушек сдвинуты на $\pi/2$.

Замечание 3. В отличие от колебательного С-конту-

ра частота свободных колебаний СС-системы не зависит от параметров элементов системы и определяется исключительно начальными условиями. Другими словами, рассмотренная система может совершать свободные гармонические колебания с любой изначально заданной частотой.

Замечание 4. Вращающаяся часть СС-системы совершает равномерное вращательное движение без подвода энергии извне.

Замечание 5. Возможность возникновения свободных колебаний в LC-контуре обусловлена тем, что элементы колебательного контура L и C имеют противоположный характер реактивности. В колебательной СС-системе противоположная реактивность достигается суммированием пространственного сдвига ($\pi/2$) и сдвига по фазе ($\pi/2$).

Замечание 6. В монореактивной СС-системе конденсаторы могут быть связаны между собой не только индуктивным электромеханическим преобразователем, но и синхронными электромеханическими преобразователями, построенными на иных принципах, например емкостными [14] или магнитоэлектрическими [15].

Замечание 7. Емкостно-емкостная система может быть выполнена многофазной.

В качестве примера многофазной монореактивной колебательной системы может рассматриваться трехфазная колебательная СС-система, в которой три одинаковых конденсатора связаны посредством трехфазной синхронной электрической машины.

Список литературы

- 1 Попов И.П. Свободные гармонические колебания в системах с однородными элементами // Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76. Вып. 4. С. 546-549.
- 2 Попов И.П. Колебательные системы, состоящие только из инертных или только упругих элементов, и возникновение в них свободных гармонических колебаний // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 1(21). С. 95-103.
- 3 Попов И.П., Шамарин Е.О. Свободные механические гармонические колебания со смещенными фазами // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2013. № 2(29). С. 39-48.
- 4 Попов И.П. Механические колебательные системы, состоящие только из однородных элементов, и возникновение в них свободных гармонических колебаний // Омский научный вестник. Приборы, машины и технологии. 2012. № 3(113). С. 177-179.
- 5 Попов И.П. Реактивные элементы электрических цепей с «неэлектрическими» параметрами // Вестник Самарского государственного технического университета. Технические науки. 2010. №4(27). С. 166-173.
- 6 Попов И.П. Вращательные инертно-емкостные устройства // Вестник Самарского государственного технического университета. Технические науки. 2011. №3(31). С. 191-196.
- 7 Попов И.П. Свободные гармонические колебания в системах с элементами различной физической природы // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. 2012. Т. 18. № 4. С. 22-24.
- 8 Попов И.П., Сарапулов Ф.Н., Сарапулов С.Ф. О емкостных и индуктивных свойствах электромеханических преобразователей // Вестник Курганского государственного университета. Технические науки. 2011. Вып. 6. №1(20). С. 102-103.
- 9 Попов И.П., Сарапулов Ф.Н., Сарапулов С.Ф. Переходный процесс при подключении электромеханического преобразователя с упругой нагрузкой к источнику постоянного напряжения // Вестник Курганского государственного университета. Технические науки. 2012. Вып. 7. №2(24). С. 80-82.
- 10 Попов И.П., Сарапулов Ф.Н., Сарапулов С.Ф. Инертно-индуктивный осциллятор // Вестник Курганского государственного университета. Технические науки. 2013. Вып. 8. № 2(29). С. 80-81.
- 11 Попов И.П. Функциональная связь между индуктивностью и массой, емкостью и упругостью // Вестник Забайкальского государственного университета. 2013. № 02(93). С. 109-114.
- 12 Попов И.П. Зависимость реактивного сопротивления пьезоэлектрического преобразователя от механических параметров его нагрузки // Научно-технический вестник

УДК 531.751.1, 531.311, 531.532

И.П. Попов

Департамент экономического развития, торговли и труда Курганской области

СОЗДАНИЕ ИСКУССТВЕННОЙ МАССЫ

Аннотация. Вводится в рассмотрение искусственная инертная масса, реализованная на основе электромеханического преобразователя. Искусственная масса удовлетворяет второму закону Ньютона.

Ключевые слова: искусственный, инертная масса, второй закон Ньютона.

I.P. Popov

Department of Economic Development, Trade and Labor of Kurgan Oblast

CREATING ARTIFICIAL MASS

Abstract. The article introduces artificial inert mass realized using the electromechanical transducer. Artificial mass satisfies Newton's second law.

Index terms: artificial, inert mass, Newton's second law.

ВВЕДЕНИЕ

В классической механике механическая величина инертная масса m по существу определяется основной аксиомой динамики – вторым законом Ньютона. При этом «натуральная» масса объекта пропорциональна количеству вещества, заключенного в объекте.

Под искусственной массой следует понимать величину, неотличимую от «натуральной» массы, т.е. удовлетворяющую второму закону Ньютона. Инертность искусственной массы обуславливается не количеством вещества, а некоторыми иными физическими обстоятельствами.

Искусственная масса может быть компонентом механических систем, в том числе механического линейного гармонического осциллятора и колебательных устройств с однородными элементами [1–5].

1 Устройство, обладающее искусственной массой

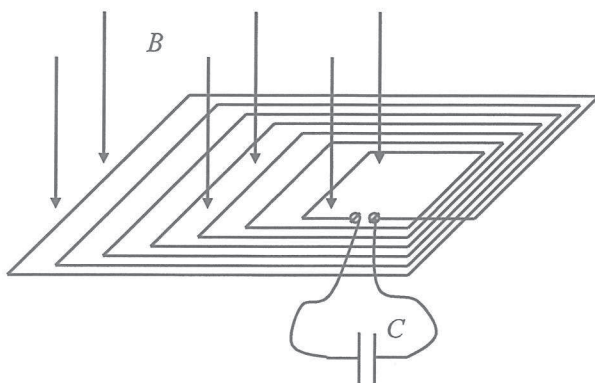


Рисунок 1 – Устройство, обладающее искусственной массой

На рисунке 1 представлено устройство [6; 7], обладающее свойствами инертной массы. Количество проводящих рамок – n , длина их активной части – l , индукция магнитного поля – B , емкость конденсатора – C . Масса, активное сопротивление и индуктивность рамок не учитываются.

2 Математическая модель

При перемещении устройства в рамках возникает ЭДС электромагнитной индукции

$$e_i = -Bln \frac{dx}{dt}.$$

В соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$Bln \frac{dx}{dt} = \frac{1}{C} \int_0^t idt,$$

где правая часть – напряжение на конденсаторе, i – ток. Производная этого выражения

$$Bln \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{C} i,$$

$$i = BlnC \frac{d^2x}{dt^2}.$$

С учетом последнего соотношения запись закона Ампера

$$F = Blni = (Bln)^2 C \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Пусть $y = (Bln)^2$ – параметрический коэффициент. Тогда

$$F = yC \frac{d^2x}{dt^2} = m_C \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Это запись второго закона Ньютона, посредством которого определяется инертная масса. Здесь

$$m_C = yC$$

– искусственная или емкостная масса.

Устройство, обладающее свойствами инертной массы, в сочетании с пружиной с коэффициентом упругости k образует маятник, собственная частота которого равна

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_C}} = \sqrt{\frac{k}{yC}}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена искусственная масса или емкостная масса. Существенной особенностью механических устройств с ее применением является возможность широкого и быстрого регулирования массы.

Полученное выражение дополняют соотношения, связывающие величины различной физической природы [8–12].

Искусственная масса принципиально отличается от аналогий между массой и электромагнитными величинами, поскольку электромагнитные аналоги не могут применяться в качестве элементов механических систем.

Список литературы

1 Попов И.П. Свободные гармонические колебания в системах с