Известия ТИНРО

2007 **Том 150**

УДК 639.2.081.117

В.В. Лихачева, А.В. Славгородская
(Дальрыбвтуз, ДВГТУ, г. Владивосток)

ДИНАМИКА ТРАЛОВОЙ ДОСКИ

Предлагается алгоритм расчета траловой доски как тонкостенной балки переменного сечения с наклонной осью и открытым профилем методом конечных элементов. В качестве уравнений равновесия траловой доски используется уравнение движения Лангранжа второго рода в матричном виде с учетом общей теории деформирования тонкостенных стержней открытого профиля.

Lihacheva V.V., Slavgorodskaya A.V. On a trawl otter board dynamics // Izv. TINRO. — 2007. — Vol. 150. — P. 379–382.

Algorithm of the trawl otter board dynamics calculation by the method of finite elements is offered. The board is considered as a thin-walled beam of variable section with inclined axis and open structure. The second class Lagrange's equations of motion in matrix notation were used as the equations of the board balance, taking into account the general theory of deformation for thin-walled cores with open structure.

В течение последних десятилетий произошло вытеснение тралового флота из наиболее продуктивных и хорошо освоенных шельфовых районов промысла в открытые пространства Мирового океана. Увеличение глубины и скоростей траления, повышение размеров тралов, рост тяговых усилий судов и промысловых механизмов, необходимость облова подвижных скоплений рыбы привели к резкому увеличению динамических нагрузок в различных частях траловой системы.

Траловые системы все чаще стали работать в нестационарных режимах, т.е. в таких режимах движения, когда одновременно изменяется скорость судна, длина вытравленного ваера, глубина хода трала, силы сопротивления различных звеньев траловой системы и т.п. Однако до 1970-х гг. исследования этих закономерностей в основном касались изучения различных аспектов стационарного движения траловых комплексов. Режимы движения, связанные с изменением глубины хода трала, рассматривались упрощенно и лишь для некоторых частных случаев. Это во многом объяснялось тем, что при обильной сырьевой базе и существовавшем тогда уровне развития техники добычи вопрос об изучении нестационарных процессов тралового лова не стоял так остро, как в настоящее время.

Для повышения эффективности проектирования и эксплуатации траловых систем потребовались не только опыт и интуиция конструкторов и добытчиков, но и теория, позволяющая исследовать любые, а главное — динамические, режимы работы промысловых комплексов (Альтшуль, Фридман, 1990). С появлением персональных компьютеров открылась уникальная возможность численно решать сложные системы уравнений, описывающих физические объекты, явления и процессы, и осуществлять их компьютерное моделирование.

Традиционно математическая модель траловой доски сводится к схематизации ее как твердого тела, положение которого в пространстве определяется шестью обобщенными координатами, либо материальной точки с тремя степенями свободы. Задача схематизации распорных досок пластинами с заданными раз-

мерами, массой и коэффициентами сопротивления ведет к значительному усложнению модели, однако это в настоящее время не является препятствием для существующей компьютерной техники и программного обеспечения.

Методы строительной механики (в частности гипотезы сопротивления материалов для стержневых элементов конструкций), проверенные многолетним опытом эксплуатации, иногда имеют более приближенные к практической реальности решения, чем модели теории упругости и пластичности (Дарков, Шапошников, 1986).

Движение любой системы может быть описано с помощью уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{z}_i}\right) - \frac{\partial K}{\partial z_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial z_i} = P_i(t), \tag{1}$$

где z_i — обобщенные координаты, описывающие поведение системы (в случае стержневой системы линейные и угловые перемещения); $\partial \dot{z}_i$ — производные по времени; Φ — функция Рэлея, характеризует рассеяние энергии (диссипацию).

$$\Pi = \frac{1}{2}\vec{z}^{\,\mathrm{T}} R \vec{z} \ \text{— потенциальная энергия;} \tag{2}$$

$$K = \frac{1}{2}\dot{\vec{z}}^{\,\mathrm{T}} M \dot{\vec{z}} \ \text{— кинетическая энергия;} \tag{3}$$

где R — матрица жесткости.

Уравнений вида (1) можно составить столько, сколько степеней свободы имеет система. В нашем случае число степеней равно количеству узловых перемещений. Траловая доска разбивается на конечные балочные элементы поперечными сечениями вдоль геометрической оси.

Здесь $\Phi = \frac{1}{2}\dot{\vec{z}}^{\,\mathrm{T}} C \dot{\vec{z}}$, C — матрица диссипации, определяемая экспериментальным путем.

При статическом действии нагрузки $K = 0$ и $\Phi = 0$ уравнение Лагранжа принимает вид

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z_i} = P_i. \tag{4}$$

Выражение (1) соответствует принципу стационарности полной энергии системы: *система находится в равновесии тогда, когда полная энергия системы (функция Лагранжа) принимает стационарное значение.*

Выражение для полной энергии системы, записанное через вектор $\vec{Z}$:

$$W = \frac{1}{2}\vec{Z}^{\,\mathrm{T}} R \vec{Z} - \vec{Z}^{\,\mathrm{T}} \vec{P}. \tag{5}$$

Экстремум функции

$$\frac{\partial W}{\partial \vec{Z}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial W}{\partial z_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dfrac{\partial \dot{W}}{\partial z_n} \end{bmatrix} = R\vec{Z} - P = 0. \tag{6}$$

Выражение (6) совпадает с основным уравнением метода конечных элементов (уравнением равновесия), полученным с позиции принципа возможных перемещений. Все три функции, входящие в уравнение Лагранжа, являются квадратичными формами.

Производные для записи уравнений Лагранжа:

$$\frac{\partial П}{\partial \vec{Z}} = R\vec{Z}; \qquad \frac{\partial K}{\partial \vec{Z}} = M\dot{\vec{Z}}; \qquad \frac{\partial Ф}{\partial \dot{\vec{Z}}} = C\dot{\vec{Z}}. \tag{7}$$

Принимая $\frac{\partial K}{\partial \vec{Z}} = 0$ (кинетическая энергия не зависит от координат), получим

$$M\ddot{\vec{Z}} + C\dot{\vec{Z}} + R\vec{Z} = \vec{P}(t). \tag{8}$$

Выражение (8) является уравнением динамического равновесия для системы с конечным числом степеней свободы. Если принять скорости и ускорения равными нулю, то получим уравнение равновесия в перемещениях:

$$R\vec{Z} = \vec{P}(t). \tag{9}$$

Таким образом, уравнение Лагранжа является общим уравнением для решения задач как динамики, так и статики для систем с конечным числом степеней свободы.

Матрица масс:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ & & & m_n \end{bmatrix}; \quad \dot{\vec{Z}} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{z}_n \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Коэффициентами матриц жесткости балочных элементов являются реакции на единичные перемещения в узлах.

Для определения матрицы жесткости R траловой доски, состоящей из балочных конечных элементов, воспользуемся общей теорией деформирования тонкостенных стержней открытого профиля.

Дифференциальное уравнение углов закручивания для изгибного кручения в случае распределенной внешней пары m:

$$\frac{d^4\theta}{dx^4} - \alpha\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{m}{EJ_\omega}, \tag{11}$$

где $\alpha = \sqrt{\frac{GJ_к}{EJ_\omega}}$, а J_ω, $J_к$ — секториально-линейный и полярный моменты инерции поперечного сечения балки; E, G — модули упругости 1-го и 2-го рода.

Внешние нагрузки приводятся к центру изгиба. Проинтегрировав его и определив произвольные постоянные из начальных условий, можем найти величину угла закручивания θ в любом сечении стержня, чем решается задача определения всех силовых факторов:

$$\begin{aligned} M_к &= GJ_к\theta'; \\ B &= -EJ_\omega\theta''; \\ M_\omega &= B' = -EJ_\omega\theta''', \end{aligned} \tag{12}$$

где $M = M_к + M_\omega$ — момент от свободного $M_к$ и изгибного кручения M_ω, B — бимомент.

На основании гипотезы о *недеформируемости контура* сечения при определении касательного перемещения, лежащего в плоскости сечения, можно рассматривать перемещение сечения в новое положение как *поворот жёсткого диска вокруг центра изгиба*, лежащего в плоскости сечения.

Согласно предположению *об отсутствии сдвигов срединной поверхности* тонкостенного профиля прогиб от сдвига и изгиба определяются независимо друг от друга, а полный прогиб равен сумме составляющих.

Перемещения центральной оси стержня с учетом изгибного кручения вокруг центра сдвига:

$$\begin{Bmatrix} \bar{v}^{*}_{i} \\ \bar{w}^{*}_{i} \\ \bar{\theta}^{*}_{ix} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_z \\ 0 & 1 & -a_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{v}_i \\ \vec{w}_i \\ \vec{\theta}_{ixM} \end{Bmatrix}, \qquad (13)$$

где α_y, α_z — главные координаты центра сдвига.

Отметим, что предлагаемый алгоритм позволяет учитывать в расчете положение центра сдвига и дополнительные изгибно-крутильные напряжения, свойственные тонкостенным конструкциям с несимметричным сечением открытого профиля в отличие от традиционного метода расчета, когда конечный элемент является либо плоским треугольным, либо тетраэдром.

Литература

Альтшуль Б.А., Фридман А.Л. Динамика траловой системы. — М., 1990. — 150 с.

Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. — М.: Высш. шк., 1986. — 607 с.

Поступила в редакцию 1.06.07 г.