УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЦАГИ

Том XXII 1991 № 5

УДК 532.525.011.55.011.6

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД УЧЕТА ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЛАХ ПРОДУКТОВ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ НИЗКИХ ДАВЛЕНИЯХ ТОРМОЖЕНИЯ

А. П. Быркин, Б. В. Егоров, В. Н. Комаров

Разработана инженерная методика оценки толщины вытеснения пограничного слоя в соплах плазмотронов, работающих на азоте при низких давлениях торможения и произвольной степени диссоциации. Дана параболическая аппроксимация зависимости толщины вытеснения пограничного слоя от числа Маха с использованием коэффициентов, являющихся функцией степени диссоциации и температурного фактора.

Организация технологии плазмохимических процессов для получения целого ряда веществ, определение скоростей химических газовых реакций и катализа требует создания высокоэнтальпийных потоков газов. Существуют различные конструкции генераторов низкотемпературной плазмы, в которых рабочая температура газа $T \approx 10^4$ К [1]. При таких температурах исходный продукт частично или полностью диссоциирует, причем при одинаковой мощности генератора степень равновесной диссоциации растет по мере падения начального давления.

Так как образование необходимых химических веществ или разнообразных физических кластеров происходит при гораздо более низких температурах, то высокоэнтальпийный поток охлаждают, например, пропуская его через сверхзвуковое сопло Лаваля.

При течении высокоэнтальпийного газа низкой начальной плотности в сверхзвуковом сопле происходит значительное падение давления, поступательной температуры и происходит нарастание пограничного слоя, который может занимать заметную часть сопла. Расчет ламинарных течений с небольшими числами Re и при наличии неравновесных процессов в условиях интенсивного охлаждения стенок сопла представляет сложную и трудоемкую задачу, требующую привлечения полных уравнений Навье — Стокса и современных ЭВМ.

В работе [2] был предложен метод численного решения прямой задачи о течении совершенного газа в гиперзвуковом сопле с учетом эффектов вязкости в одномерном приближении. Согласно этому методу влияние вязкости учитывалось увеличением радиуса условного изоэнтропического контура r на толщину вытеснения ламинарного пограничного слоя δ^*, т. е. геометрический радиус контура сопла определялся по формуле

$$r_w = r + \delta^*. \tag{1}$$

Для определения значений чисел Маха $M_я$ в изоэнтропическом ядре потока в сопле использовалось уравнение расхода в форме

$$\sqrt{q(M_я)}\left(\frac{r_w}{r_*} - \frac{\delta^*}{r_*}\right) = 1, \tag{2}$$

где r_* — действительный или эффективный радиус минимального сечения сопла, $q(M)$ — приведенный расход.

Величиина δ^* определялась по формуле

$$\delta^* = k \frac{x}{\sqrt{\mathrm{Re}_{0x}}} \Phi(M, \gamma, g_w), \qquad (3)$$

где x — координата, отсчитываемая вдоль оси сопла от минимального сечения, $g_w = T_w/T_0$ — температурный фактор, γ — показатель адиабаты, T_0 — температура торможения, T_w — температура стенки, M — число Маха на внешней границе пограничного слоя, $\mathrm{Re}_{0x} = \rho_0 u_{max} x/\eta_0$ — число Рейнольдса, u_{max} — максимальная скорость газа, ρ_0 — плотность и η_0 — вязкость газа в изоэнтропическом заторможенном потоке, $\Phi(M, \gamma, g_w)$ — универсальиая функция, k — коэффициент, зависящий от формы контура сопла.

Правомерность эффективного использования приближенного метода можно проиллюстрировать расчетами течения совершенного газа с $\gamma = 1{,}4$ при давлении $p_0 = 5000$ Па и температуре торможения $T_0 = 450$ К в двух профилированных соплах (рис. 1), рассчитанных на число $M = 6$ и различающихся значениями температуры стенки $T_w = 290$ К (сопло *1*) и $T_w = 80$ К (сопло *2*). Сплошными линиями на рис. 1 приведены расчетные с учетом эффектов вязкости при решении обратной задачи нахождения контуров сопел $r_w(x)$ (см. формулу (1), распределения чисел M на оси — $M_0(x)$ и на невязком контуре $r(x)$ — $M(x)$. Точками показаны экспериментальные значения чисел M на оси [3]. Штриховой линией нанесено распределение чисел Маха в ядре потока $M_я(x)$, рассчитанное по описанной выше приближенной одномерной теории. Видно, что расчеты с использованием точной теории пограничного слоя и приближенной методики дают хорошее согласие.

С целью лучшего согласования экспериментальных и теоретических результатов для учета эффектов растекания в осесимметричных соплах при использовании формулы (3) рекомендуется значение коэффициента $k = 0{,}85$ (в данной работе величина $k = 0{,}9$). При этом величина δ^* определялась функцией $\Phi(M, \gamma, g_w)$, отвечающей случаю пограничного слоя на пластине.

Конкретный вид функции $\Phi(M, \gamma, g_w)$ найден в работе [4] аппроксимацией результатов работы [2] лишь для случая гиперзвуковых течений ($M \gg 1$) совершенного газа с $\gamma = 1{,}4$:

$$\left.\begin{aligned} \Phi(M, \gamma, g_w) &= f(M, \gamma) \cdot \varphi(g_w), \\ f(M, \gamma) &= M^3(0{,}37 + 4 \cdot 10^{-5} M^3), \\ \varphi(g_w) &= 0{,}27 + 0{,}73 \left(g_w \frac{T_0}{T_{wr}}\right)^{3/4}, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где T_{wr} — температура, отвечающая условию равенства нулю теплового потока в стенку.

Ниже будут даны выражения функции $\Phi(M, \gamma, g_w)$ в характерном для плазмотронов диапазоне чисел Маха $M < 5$ при произвольной степени диссоциации азота и произвольного значения температурного фактора g_w.

В исследуемом далее классе течений высокоэнтальпийного газа низкой начальной плотности в сверхзвуковых соплах ($M < 8$) с небольшим углом раскрытия при значениях параметра бинарного подобия $p_0 r_* < 10$ кПа·см оказывается возможным воспользоваться основными результатами описанной выше приближенной методики.

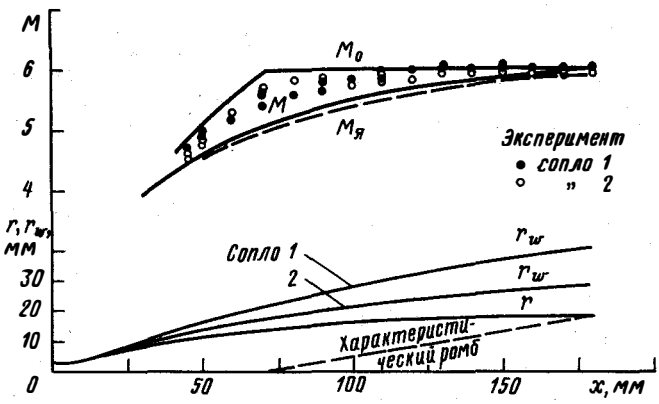


Рис. 1

Анализ неравновесных процессов в форкамере сверхзвукового сопла при начальных давлениях торможения в несколько десятков торр и температур торможения в несколько тысяч кельвинов показал, что для частично диссоциированных двухатомных газов (N_2, O_2, H_2 и др.) существует следующая иерархия основных характерных времен:

$$\tau_{vv} < \tau_{vt} \ll t_{\text{газ}} < \tau_{\text{хим}}, \tag{5}$$

где τ_{ij} — характерные времена колебательно-колебательной и колебательно-поступательной релаксации, $\tau_{\text{хим}}$ — характерное время химических процессов, $t_{\text{газ}}$ — характерное газодинамическое время.

Предполагается, что в газе протекают следующие реакции:

$$\begin{aligned} A_2 + A_2 &\rightleftarrows A + A + A_2, \\ A_2 + A &\rightleftarrows A + A + A, \end{aligned} \tag{6}$$

где A = N, O, H и т. д.

Согласно (5) газ в дозвуковой части сопла можно считать колебательно равновесным и химически замороженным.

В трансзвуковой части сопла колебательные степени свободы замораживаются и в сверхзвуковой части сопла соотношения между характерными временами релаксации следующие:

$$t_{\text{газ}} < \tau_{vv} \ll \tau_{vt} \ll \tau_{\text{хим}}. \tag{7}$$

Согласно (7) течение в невязком потоке от горла сопла и далее вниз по потоку можно охарактеризовать постоянной величиной показателя адиабаты γ и считать газ совершенным. Числа Дамкёлера в сверхзвуковой части сопла:

$$\begin{aligned} \varsigma_w^A &= \tau_{\text{диф}}^A / \tau_{\text{пов}} \ll 1, \\ \varsigma_\partial^A &= \tau_{\text{диф}}^A / \tau_{\text{хим}}^A \ll 1, \\ \varsigma_\partial^{A2} &= \tau_{\text{диф}}^{A2} / \tau_{\text{хим}}^{A2} \ll 1, \end{aligned}$$

где $\tau_{\text{диф}}^i$ — характеристические времена диффузии, $\tau_{\text{пов}}$ — характеристическое время релаксации атомов A на стенке, $\tau_{\text{хим}}$ — характеристические времена диссоциации и рекомбинации в газовой фазе.

Следовательно, пограничный слой в сверхзвуковой части сопла можно считать химически замороженным. Для колебательной релаксации многих двухатомных молекул в этих условиях также числа Дамкёлера $\varsigma_\partial^{\text{кол}} \ll 1$, поэтому пограничный слой оказывается и колебательно замороженным.

В этом случае в сверхзвуковой части сопла газ можно рассматривать как смесь химически и колебательно инертных компонентов A_2 и A с постоянным показателем адиабаты

$$\gamma = \frac{5 + 2\alpha_{A_2}}{3 + 2\alpha_{A_2}}, \tag{8}$$

где α_{A_2} — мольная доля молекул в газе.

Число Прандтля, например, для смеси N и N_2 можно представить в виде

$$\text{Pr} = \frac{0{,}35\left(5 + 3\alpha_{N_2}\right)}{\left(1 + \alpha_{N_2}\right)\left(2{,}62 - 0{,}62\alpha_{N_2}\right)}. \tag{9}$$

Коэффициент вязкости для смеси частично диссоциированного двухатомного газа можно вычислить на основании формулы Уилки $\eta = \Sigma \alpha_i \eta_i$, используя для каждого компонента следующую зависимость от молекулярных параметров:

$$\eta_i = 2{,}6693 \cdot 10^{-5} \sqrt{\mu_i T} / \sigma^2 \Omega^{(2,2)*}, \tag{10}$$

где

$$[\eta] = \frac{2}{\text{см} \cdot \text{с}}, \quad [\mu] = \frac{2}{\text{моль}}, \quad [\sigma^2 \Omega^{(2,2)*}] = \text{Å}^2$$

Использование результатов расчетов работы [4] для обобщенных интегралов столкновения позволило представить температурную зависимость коэффициентов вязкости атомарного и молекулярного компонента в едином виде. Погрешность такого представления коэффициента вязкости менее 3% от общепринятых формул, но это позволило коэффи-

циент вязкости для компонентов смеси диссоциированного азота представить в следующем компактном виде

$$\eta_{N_2} = 2{,}7530 \cdot 10^{-6}\, T^{0{,}731} \text{ г/см} \cdot \text{с},$$

$$\eta_{N_2}/\eta_N = 1{,}414.$$

На основании (7)—(10) течение высокоэнтальпийного газа низкой начальной плотности через тонкое сверхзвуковое сопло можно представить в виде модели совершенного газа как в ядре потока, так и в пограничном слое с известными кинетическими коэффициентами и числами Рейнольдса и Прандтля.

Для сверхзвуковых скоростей ($M \lesssim 5$) на основании (8) — (10) в таблице приведены числа Прандтля и показатель адиабаты замороженного в сверхзвуковой части сопла потока в зависимости от начальной степени диссоциации в форкамере сопла. Согласно (5) в форкамере сопла химические реакции заморожены, в работе, кроме того, предполагалось, что степень диссоциации в сверхзвуковой части сопла была такой же, как в форкамере. Численные расчеты химически и колебательно неравновесного азота подтверждают сделанное предположение с погрешностью вычисления газодинамических параметров менее 1% в области высоких начальных температур торможения [7].

α_{N_2}	1,0	0,9	0,8	0,7	0,5	0,3	0
Pr	0,70	0,688	0,677	0,669	0,656	0,653	0,668
γ	1,40	1,417	1,434	1,455	1,500	1,556	1,667

По данным таблицы для различных значений α_{N_2} мольной доли молекулярного азота — по методу [8] в данной работе проведены расчеты ламинарного пограничного слоя на пластине для чисел Маха на границе пограничного слоя $M = 1 \div 8$. При расчетах значение температурного фактора на стенке g_w задавалось изменяющимся в пределах от 0,01 до 1,0. В результате проведенных расчетов получены зависимости приведенной толщины вытеснения пограничного слоя $\delta^*/x\sqrt{\mathrm{Re}_{0x}}$ от числа M на границе пограничного слоя и температурного фактора g_w.

На рис. 2 для $\gamma = 1{,}4$ сплошными линиями и для $\gamma = 1{,}667$ штриховыми нанесены зависимости δ^*/δ_1^* от числа Маха в диапазоне его изменения $1 < M < 8$ при

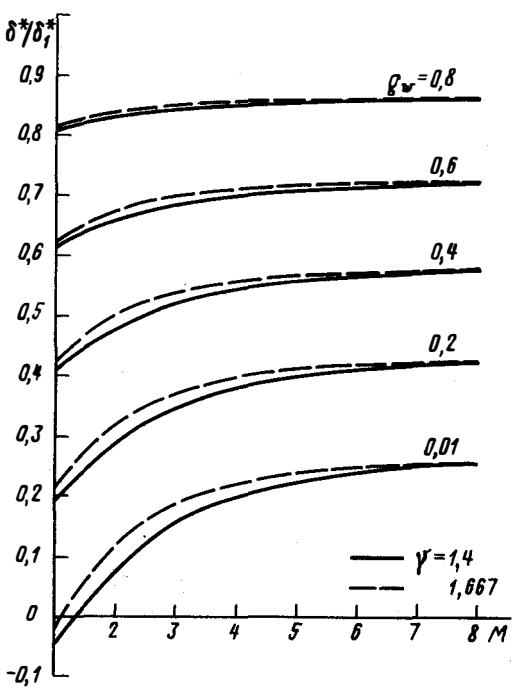


Рис. 2

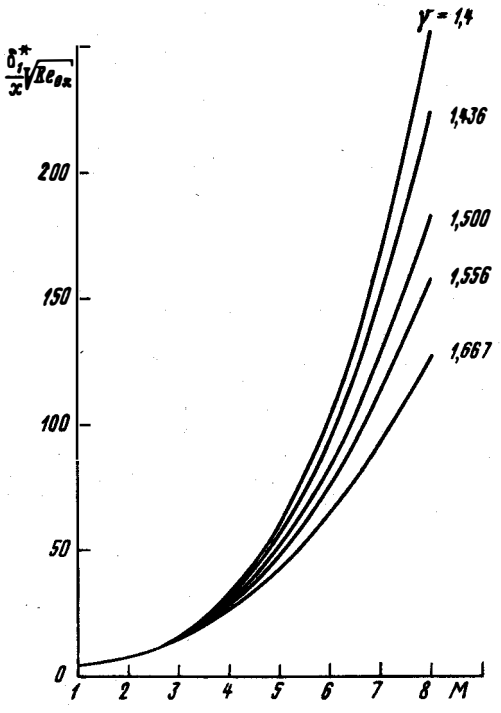
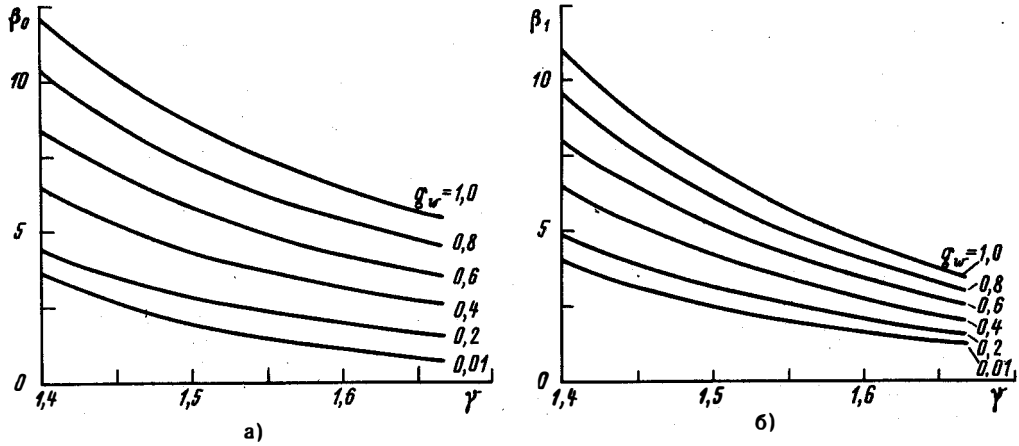

γ = 1,4
1,436
1,500
1,556
1,667
200
150
100
50
0
1
2
3
4
5
6
7
8
M

Рис. 3


β0
10
5
0
1,4
1,5
1,6
γ
g_w = 1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,01
а)
β1
10
5
0
1,4
1,5
1,6
γ
g_w = 1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,01
б)

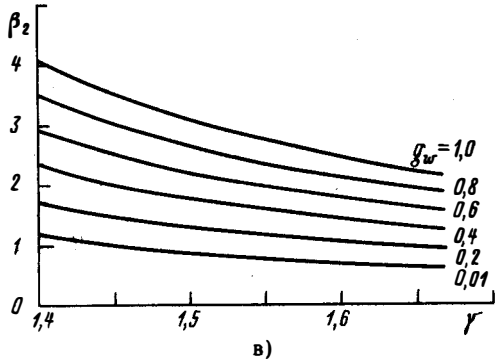

β2
4
3
2
1
0
1,4
1,5
1,6
γ
g_w = 1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,01
в)

Рис. 4

различных значениях g_w. Здесь δ_1^* — толщина вытеснения при температуре стенки, равной температуре торможения. Зависимости $\delta_1^*/x\sqrt{Re_{0x}}$ от числа M для различной степени диссоциации приведены на рис. 3. Из рис. 2 и 3 видно, что γ слабо влияет на величину отношения δ^*/δ_1^* и довольно сильно на само значение δ_1^*. При $M \gg 1$ величины δ^*/δ_1^* стремятся к своим асимптотическим значениям, что подтверждает результаты работы [9].

В целях практического использования результатов расчетов данной работы зависимости $\Phi(M, \gamma, g_w)$ в диапазоне чисел Маха $1 < M < 5$ были аппроксимированы функцией вида

$$\Phi(M, \gamma, g_w) = \beta_0(\gamma, g_w) + \beta_1(\gamma, g_w)M + \beta_2(\gamma, g_w)M^2. \quad (11)$$

Зависимости коэффициентов β_i от γ и g_w приведены на рис. 4,*а* — 4,*в*.

Таким образом, для определения с инженерной степенью точности толщины вытеснения пограничного слоя в соплах плазмотронов, работающих на азоте при низких давлениях торможения с произвольной степенью диссоциации, по известным величинам числа M на внешней границе в конкретном сечении сопла и определенном значении температурного фактора согласно разработанной авторами методики достаточно воспользоваться формулами (3), (11) и рис. 4, *а* — 4, *в* данной работы.

Разброс значений δ^*, полученных по аппроксимационным формулам, например на срезе упомянутых выше сопл, не превышал 5% от точных численных значений при любых значениях g_w и γ. Погрешность предложенной аппроксимации δ^* в трансзвуковой области гораздо выше, однако, как правило, здесь сама величина δ^* не велика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русанов В. Д., Фридман А. А. Физика хнмически активной плазмы.— М.: Наука, 1984.

2. Быркин А. П., Межиров И. И. О расчете течения газа в гиперзвуковом сопле с учетом влияния вязкости (прямая задача).— Ученые записки ЦАГИ, 1971, т. 2, № 1.

3. Кудрявцева Л. И., Межиров И. И., Пономарев С. П., Якушева В. Л. Экспериментальное исследование осесимметричных профилированных сверхзвуковых сопл при малых числах Re.— Ученые записки ЦАГИ, 1973, т. 4, № 3.

4. Кошмаров Ю. А., Рыжов Ю. А., Свирщевский С. Б. Экспериментальные методы в механике разреженного газа.— М.: Машиностроение, 1981.

5. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч. и Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей.— М.: Изд. иностр. лит-ры, 1961.

6. Герасимов Г. Я. Интегралы столкновений, потенциалы атомно-молекулярных и ионно-молекулярных взаимодействий компонентов воздуха до 20 000 К.— Обзоры по теплофизическим свойствам веществ.— 1987, № 5 (67).

7. Егоров Б. В., Комаров В. Н. Взаимовлияние диссипативных и неравновесных процессов при течении высокотемпературного газа в соплах ВАТ.— ИФЖ, 1989, т. 57, № 4.

8. Быркин А. П., Щенников В. В. Об одном численном методе расчета ламинарного пограничного слоя.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1970, № 1.

9. Быркин А. П., Якушева В. Л. Расчет ламинарного пограничного слоя на телах с нулевым градиентом давления с учетом равновесной диссоциации воздуха.— Труды ЦАГИ, 1969 вып. 352.

Рукопись поступила 2/IV 1990 г.