УДК 538.945

КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА МНОГОСЛОЙНЫХ НАНОСТРУКТУР СВЕРХПРОВОДНИК/ФЕРРОМАГНЕТИК

В.Н. КУШНИР

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 29 декабря 2006

Разработан матричный метод решения уравнений микроскопической теории сверхпроводимости структур типа сверхпроводник/ферромагнетик. Уравнения записаны в "грязном пределе" теории. Метод позволяет решить их без ограничений на количество слоев структуры. Дан обзор результатов исследований сверхпроводимости в двухслойных и трехслойных структурах, а также в сверхрешетках. Анализируются зависимости критической температуры от толщин сверхпроводящего и ферромагнитного слоев для структур Nb/PdNi.

Ключевые слова: сверхпроводимость, эффект близости, обменное взаимодействие.

Введение

Интенсивность исследований физических свойств наноструктур типа сверхпроводник/ферромагнетик (S/F) можно отразить количеством обзоров [1–7], появившихся за последние семь лет. В первую очередь, оказался интересным сам факт [8] сосуществования сверхпроводящего и ферромагнитного порядков — это сосуществование наблюдаемо с заметным экспериментальным эффектом в наноструктурах с чередующимися слоями сверхпроводника и ферромагнетика. Сверхпроводимость в них, как и в слоистых структурах сверхпроводник/нормальный металл (S/N), обусловлена эффектом близости — диффузией куперовских пар из сверхпроводящего слоя в нормальный. В ферромагнитных слоях время жизни куперовской пары значительно меньше, чем в нормальных слоях (куперовские пары образованы электронами с противоположными спинами, обменное же взаимодействие в ферромагнетике стремится сориентировать спины электронов в одном направлении). Поэтому затухание конденсатной волновой функции в ферромагнетике происходит значительно быстрее, чем в нормальном металле. Существенно, что на затухание накладываются пространственные осцилляции волновой функции, из-за чего возникают эффекты, характерные только для структур S/F. Это, в частности, немонотонное поведение критической температуры T_c в зависимости от толщины d_M ферромагнитного слоя [9], осцилляции критической температуры [10], критического тока $I_c(d_M)$ [11], плотности числа состояний в ферромагнетике [12]. Для критических зависимостей S/F типично также наличие точек неаналитичности, соответствующих смене вида волновой функции, описывающей критическое состояние. Указанные свойства S/F дают возможность для эффективного их использования в различных устройствах микроэлектроники и спинтроники (джозефсоновские π-контакты [4,5], спиновый вентиль [13]).

Теоретические исследования S/F структур еще в большей степени, чем исследования S/N, затруднены сложностью уравнений микроскопической теории неоднородных

сверхпроводников. К настоящему времени наиболее существенные результаты получены в "грязном" пределе теории [14, 15]: были исследованы критические характеристики двухслойных и трехслойных S/F структур, а также, сверхрешеток (термин сверхрешетка означает многослойную бесконечную периодическую структуру) [1–7]. Разработанные при этом методы решения [16, 17] уравнений "грязного" предела (уравнений Узаделя), плохо приспособлены для расчета многослойных S/F структур. В [18, 19] для исследования многослойных S/N структур разработан и использован "матричный" метод решения уравнений Узаделя. В данной работе дано его обобщение на случай S/F структур.

Основные уравнения

Рассматриваются симметричные S/F структуры с чередующимися плоскими слоями ферромагнитного и сверхпроводящего материалов. Внешние слои структуры — из ферромагнитного материала. Количество бислоев — N_{bl} (количество слоев $N_l = 2\,N_{bl} + 1$), толщины S- и F-слоев равны, соответственно, d_S и d_M. Выбирается система координат с осью OZ, направленной перпендикулярно плоскости слоев. Координатная плоскость XOY совпадает с плоскостью симметрии S/F.

Критическое состояние S/F в отсутствие внешнего магнитного поля в пренебрежении парамагнитными и спин-орбитальными эффектами описывается следующей системой уравнений [1–7]:

$$\left(-\hbar D(z)\frac{d^2}{dz^2} + 2\hbar\left|\omega_n\right| + 2iE_{ex}(z)\,\mathrm{sgn}(\omega_n)\right)F_n(z) = 2\pi k_B T\cdot N(z)V(z)\sum_{m,\,|\omega_m|\le\omega_D} F_m(z) \quad (1)$$

В (1) использованы следующие обозначения: $D(z)$, $N(z)$, $V(z)$, $E_{ex}(z)$ — кусочно-постоянные функции, принимающие значения, соответственно D_S, N_S, V_S, 0 — в области сверхпроводящих слоев, и D_M, N_M, 0, E_{ex} — в области ферромагнитных слоев; D_S, D_M — постоянные диффузии сверхпроводящего и ферромагнитного металлов; N_S, N_M – плотности числа состояний на уровне Ферми; V_S — константа электрон-фононного взаимодействия в сверхпроводнике; $E_{ex} = I_{ex}/2$, I_{ex} — потенциал обменного взаимодействия; $\omega_n \equiv \pi\, k_B T\cdot(2n+1)/\hbar$ — мацубаровские частоты (n=0, ±1,…); ω_D — дебаевская частота; $F_n(z)$ — горьковские аномальные функции Грина.

Параметр сверхпроводящего порядка $\Delta(z)$ определяется условием самосогласования Горькова:

$$\Delta(z) = \pi k_B T\cdot N(z)V(z)\sum_{m,\,|\omega_m|\le\omega_D} F_m(z)\,. \quad (2)$$

Уравнения (1) дополняются условиями [20] сшивания функций $F_n(z)$ на плоскостях контакта сверхпроводящего и ферромагнитного слоев:

$$D(z_i+0)N(z_i+0)\frac{dF_n(z_i+0)}{dz} = D(z_i-0)N(z_i-0)\frac{dF_n(z_i-0)}{dz}, \quad (3.1)$$

$$D(z_i-0)\frac{dF_n(z_i-0)}{dz} = \frac{v_{F,M}t_M}{2}\left(F_n(z_i+0)-F_n(z_i-0)\right), \quad (3.2)$$

где z_i (i=1, 2, …, $2N_{bl}$) — Z-координаты контактных плоскостей; $\boldsymbol{v}_{\mathrm{F,M}}$ — скорость Ферми ферромагнетика; t_M — параметр прозрачности [21] SF-границы.

Граничные условия для функций $F_n(z)$ имеют вид

$$\frac{dF_n(-L/2)}{dz} = \frac{dF_n(L/2)}{dz} = 0\,, \quad (4)$$

где L — толщина S/F структуры.

В результате решения граничной задачи (4) получим набор собственных значений для температуры T, наибольшее из которых и есть критическая температура T_c.

Суть матричного метода решения уравнений (1), (3), (4) состоит в том, что оказывается возможным построить матрицант системы (1) в аналитической форме и тем самым решить задачу формально точно. Для этого вначале перейдем к эквивалентной (1) системе уравнений, заменив аномальные функции Грина $F_n(z)$ функциями:

$$\Phi_n^{\pm}(z) = \frac{1}{2}\left(F_n(z) \pm F_{-n-1}(z)\right). \tag{5}$$

Тогда для функций $\Phi_n^{\pm}(z)$ имеют место уравнения:

$$\begin{cases} \left(-\xi_S{}^2(T)\dfrac{d^2}{dz^2} + 2n+1\right)\Phi_n^{+}(z) = 2N_S V_S \sum\limits_{m=0}^{m_D} \Phi_m^{+}(z), \\ \left(-\xi_S{}^2(T)\dfrac{d^2}{dz^2} + 2n+1\right)\Phi_n^{-}(z) = 0, \end{cases} \qquad z \in \Omega_S, \tag{6.1}$$

$$\begin{cases} \left(-\xi_M{}^2(T)\dfrac{d^2}{dz^2} + 2n+1\right)\Phi_n^{+}(z) + 2i\dfrac{\xi_M{}^2(T)}{\zeta_M{}^2}\Phi_n^{-}(z) = 0, \\ \left(-\xi_M{}^2(T)\dfrac{d^2}{dz^2} + 2n+1\right)\Phi_n^{-}(z) + 2i\dfrac{\xi_M{}^2(T)}{\zeta_M{}^2}\Phi_n^{+}(z) = 0, \end{cases} \qquad z \in \Omega_M. \tag{6.2}$$

В (6) введены обозначения:

$$\xi_{S(M)}(T) = \sqrt{\frac{\hbar D_{S(M)}}{2\pi k_B T}} \equiv \xi_{S(M)}\sqrt{\frac{T_S}{T}}\,,\ \zeta_M = \sqrt{\frac{\hbar D_M}{E_{ex}}} \tag{7}$$

где T_S — критическая температура сверхпроводящего материала; $m_D \equiv [\omega_D / 2\pi\, k_B\, T - 0{,}5]$ (квадратные скобки здесь означают целую часть); Ω_S, Ω_M — области значений z, соответствующих сверхпроводящим и ферромагнитным слоям.

Уравнения (6) достаточно определить для $n = 0, 1, \ldots, m_D$, поскольку $\Phi_{-n-1}^{\pm}(z) = \pm\Phi_n^{\pm}(z)$. Очевидно, для функций $\Phi_n^{\pm}(z)$ имеют место условия сшивания в форме (3) и граничные условия в форме (4).

В частном случае $E_{ex} \equiv 0$ уравнения (6) совпадают с уравнениями для структуры S/N, и тогда $\Phi_n^{-}(z) \equiv 0$. В отличие от случая S/N, для S/F очевидно $\Phi_n^{-}(z) \neq 0$. Поэтому эффективно размерность ($2(m_D + 1)$) системы уравнений оказывается в два раза больше, чем в случае S/N. Это соответственно приводит к более громоздким вычислениям.

Зная матрицант $\hat{\mathcal{R}}(z, z_0)$ системы уравнений (6) [15,16], граничную задачу (4) можем записать в виде

$$\hat{\mathcal{R}}(L/2, -L/2)\begin{pmatrix} \vec{\Phi}^{+}(-L/2) \\ 0 \\ \vec{\Phi}^{-}(-L/2) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\Phi}^{+}(L/2) \\ 0 \\ \vec{\Phi}^{-}(L/2) \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где вектор-функции $\vec{\Phi}^{\pm}(z) \equiv \left(\Phi_0{}^{\pm}(z), \Phi_1{}^{\pm}(z), ..., \Phi_{m_D}{}^{\pm}(z)\right)^T$. Представляя матрицу $\hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}(z, z_0)$ в блочной форме, получим, в соответствии с (8), характеристическое уравнение

$$\det\begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}_{II,I} & \hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}_{II,III} \\ \hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}_{IV,I} & \hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}_{IV,III} \end{pmatrix} = 0, \tag{9}$$

где для краткости мы опускаем аргументы в матрице $\hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}(L/2, -L/2)$.

В силу того что коэффициентные функции в (6) являются кусочно-постоянными, матрицант $\hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}$ для структур F/S/F…F/S/F и S/F/S…S/F/S находится явно и определяется формулами соответственно

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}} = \hat{\mathfrak{M}}(d_M)\left(\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{MS}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}(d_S)\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{SM}\hat{\mathfrak{M}}(d_M)\right)^{N_{bl}}, \tag{10.1}$$

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{R}}}_{SFS} = \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}(d_S)\left(\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{SM}\hat{\mathfrak{M}}(d_M)\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{MS}\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}(d_S)\right)^{N_{bl}}, \tag{10.2}$$

где $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}(z)$, $\hat{\mathfrak{M}}(z)$ — матрицанты систем уравнений (6.1) и (6.2) соответственно, а $\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{MS}$, $\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{SM}$ — матрицы условий сшивания (3).

Матрицант системы уравнений (6.1) (для S-слоев) имеет вид

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}(z) = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}^{+}(z) & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}^{-}(z) \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Матрицы $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}^{+}(z)$, $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}^{-}(z)$ в (11) определяются формулами

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}^{+}(z) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{C}}\mathrm{diag}\left[\mathrm{ch}\left(\frac{z}{\xi_S^{(k)}}\right)\right]\hat{\mathbf{C}}^T & \hat{\mathbf{C}}\mathrm{diag}\left[\xi_S^{(k)}\mathrm{sh}\left(\frac{z}{\xi_S^{(k)}}\right)\right]\hat{\mathbf{C}}^T \\ \hat{\mathbf{C}}\mathrm{diag}\left[\frac{1}{\xi_S^{(k)}}\mathrm{sh}\left(\frac{z}{\xi_S^{(k)}}\right)\right]\hat{\mathbf{C}}^T & \hat{\mathbf{C}}\mathrm{diag}\left[\mathrm{ch}\left(\frac{z}{\xi_S^{(k)}}\right)\right]\hat{\mathbf{C}}^T \end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}^{-}(z) = \begin{pmatrix} \mathrm{diag}\left[\mathrm{ch}\left(\frac{z}{\zeta_S{}^{(k)}}\right)\right] & \mathrm{diag}\left[\zeta_S{}^{(k)}\mathrm{sh}\left(\frac{z}{\zeta_S{}^{(k)}}\right)\right] \\ \mathrm{diag}\left[\frac{1}{\zeta_S{}^{(k)}}\mathrm{sh}\left(\frac{z}{\zeta_S{}^{(k)}}\right)\right] & \mathrm{diag}\left[\mathrm{ch}\left(\frac{z}{\zeta_S{}^{(k)}}\right)\right] \end{pmatrix}. \tag{13}$$

В (12), (13) использованы следующие обозначения:

$$\xi_S{}^{(k)} = \xi_S{}^{(k)}(T) = \xi_S(T)\sqrt{-\frac{1}{2\mu_S{}^{(k)}(T)}} = \xi_S\sqrt{-\frac{T_S}{2T\mu_S{}^{(k)}(T)}}, \tag{14}$$

$$\zeta_S{}^{(k)} = \zeta_S{}^{(k)}(T) = \xi_S\sqrt{\frac{T_S}{T(2k+1)}}. \tag{15}$$

Величины $\mu_S{}^{(k)}(T)$ в (14) есть корни характеристического для системы (6.1) уравнения

$$\psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi k_B T}+1+\mu_S{}^{(k)}(T)\right)-\psi\left(\frac{1}{2}+\mu_S{}^{(k)}(T)\right)=\psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi k_B T_S}+1\right)-\psi\left(\frac{1}{2}\right), \tag{16}$$

где $\psi(t)$ — дигамма-функция.

Матрицы $\hat{\mathbf{C}}$ в (12) определяются формулами [15, 16]

$$C_n{}^{(k)}=\frac{2s^{(k)}}{2n+1+2\mu_S{}^{(k)}}, \quad n,k=0,1,...,m_D \tag{17}$$

$$s^{(k)}=\left[\sum_{n=0}^{m_D}\left(n+\frac{1}{2}+\mu_S{}^{(k)}\right)^{-2}\right]^{-1/2} \tag{18}$$

и являются ортогональными: $\hat{\mathbf{C}}^T\hat{\mathbf{C}}=\hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{C}}^T=\mathbf{1}$.

Матрицант системы уравнений (6.2) (для F-слоев) имеет вид

$$\hat{\mathfrak{M}}(z)=\begin{pmatrix}\mathrm{Re}\left(\hat{\boldsymbol{\mathcal{M}}}(z)\right) & i\,\mathrm{Im}\left(\hat{\boldsymbol{\mathcal{M}}}(z)\right)\\ i\,\mathrm{Im}\left(\hat{\boldsymbol{\mathcal{M}}}(z)\right) & \mathrm{Re}\left(\hat{\boldsymbol{\mathcal{M}}}(z)\right)\end{pmatrix}. \tag{19}$$

Здесь

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{M}}}(z)=\begin{pmatrix}\mathrm{diag}\left[\mathrm{ch}\left(k_n\cdot z\right)\right] & \mathrm{diag}\left[k_n{}^{-1}\mathrm{sh}\left(k_n\cdot z\right)\right]\\ \mathrm{diag}\left[k_n\,\mathrm{sh}\left(k_n\cdot z\right)\right] & \mathrm{diag}\left[\mathrm{ch}\left(k_n\cdot z\right)\right]\end{pmatrix}, \tag{20}$$

где

$$k_n=\sqrt{\frac{2n+1}{\xi_M{}^2(T)}+\frac{2i}{\zeta_M{}^2}}. \tag{21}$$

В формулах (9), (10), (17) $\mathrm{diag}\left[a_m\right]$ есть диагональная матрица с элементами $\left(\mathrm{diag}\left[a_m\right]\right)_{nk}=\delta_{nk}a_k \quad n,k=0,1,...,m_D$.

Матрицы условий сшивания на S/F границах определяются формулами

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{SM\,(MS)}=\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{P}}_{SM\,(MS)} & \hat{\mathbf{0}}\\ \hat{\mathbf{0}} & \hat{\mathbf{P}}_{SM\,(MS)}\end{pmatrix}, \tag{22}$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{SM}=\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \gamma_b\xi_M\cdot\mathbf{1}\\ 0 & p\cdot\mathbf{1}\end{pmatrix}, \tag{22.SM}$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{MS}=\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \gamma_b\xi_M\,p^{-1}\cdot\mathbf{1}\\ 0 & p^{-1}\cdot\mathbf{1}\end{pmatrix}, \tag{22.MS}$$

где

$$p \equiv \frac{N_M D_M}{N_S D_S} = \frac{\rho_S}{\rho_N}, \tag{23}$$

$$\gamma_b \equiv \frac{2D_M}{v_{F,M}\xi_M t_M} = \frac{2\ell_M}{3\xi_M t_M}. \tag{24}$$

ρ_S, ρ_M — низкотемпературные удельные сопротивления сверхпроводящего и ферромагнитного материалов соответственно, ℓ_M — длина свободного пробега электрона в ферромагнетике.

Таким образом, система дифференциальных уравнений сведена к задаче (8)–(10), то есть, фактически, к задаче на собственные векторы и собственные значения для матриц.

Для достаточно широкого диапазона толщин d_S и d_M экспериментальные данные хорошо описываются одномодовым приближением теории [21]. В этом приближении решение системы (6) записывается через одну из вектор-функций системы фундаментальных решений. Наилучшим является выбор наиболее медленно меняющейся функции. Это значит, что решения уравнений (6) в S и F слоях записываются через фундаментальные решения, соответствующие наименьшим по модулю корням характеристических уравнений для систем (6.1) и (6.2). При этом матрицант $\hat{\mathcal{R}}$ определяется по-прежнему формулой (10), в которой матрицы $\hat{\mathcal{M}}(z)$, $\hat{\mathcal{S}}^{+}(z)$, $\hat{\mathcal{S}}^{-}(z)$, $\hat{\mathbf{P}}_{SM}$, $\hat{\mathbf{P}}_{MS}$ редуцируются к матрицам размерности 2×2 путем отбрасывания элементов с индексами $n\neq 0$, $k\neq 0$. Соответственно, уравнение (8) в одномодовом приближении запишется в виде

$$\hat{\mathcal{R}}\boldsymbol{\Phi}_0(-L/2) = \boldsymbol{\Phi}_0(L/2) \tag{25}$$

где $\boldsymbol{\Phi}_0(z) \equiv \left(\Phi_0^{+}(z) \quad 0 \quad \Phi_0^{-}(z) \quad 0\right)^T$.

Критическая температура двух-, трехслойных структур и сверхрешеток в двухмодовом приближении

В данном пункте на "матричном языке" формулируются и анализируются результаты, полученные в [16, 17]. В численных примерах используются параметры структур, описанных в [22]. Результаты вычислений сравниваются с экспериментальными данными [22].

Можно показать, что критическому состоянию структуры, обладающей плоскостью зеркальной симметрии, соответствуют четные или нечетные вектор-функции $\boldsymbol{\Phi}_0(z)$: $\boldsymbol{\Phi}_0(-z) = \pm\boldsymbol{\Phi}_0(z)$. Это значит, что реализуются состояния, соответствующие собственным значениям $\lambda_{\mathcal{R}}=\pm 1$ матрицы $\hat{\mathcal{R}}(L/2, -L/2)$. Указанные свойства симметрии критического состояния позволяют рассматривать одновременно двух- и трехслойные структуры, а также получить решения для сверхрешетки. Действительно, четная вектор-функция $\boldsymbol{\Phi}_0(z)$, являющаяся решением для трехслойной структуры, и заданная на отрезке [0, L/2], одновременно является решением граничной задачи для двухслойной структуры, полученной делением трехслойной структуры по плоскости симметрии. Периодическим продолжением решений для структур F/S/F на промежутки [$-L/2+m\,L$, $L/2+m\cdot L$] ($m = \pm 1, \pm 2, \ldots$) получим решения для сверхрешетки с толщиной $d_{M,\mathrm{inf}}$ F-слоя, равной удвоенной толщине F-слоя трехслойной структуры. При этом четной функции $\boldsymbol{\Phi}_0(z)$ для трехслойной F/S/F структуры соответствует d-периодические решение для сверхрешетки ($d = d_S + 2d_M$, d_S и d_M — толщины S- и F-слоев трехслойной структуры), а нечетной — 2d-периодическое решение с нулями в серединах S-слоев. Другое 2d-периодическое решение (с нулями в серединах F-слоев) для сверхрешетки может быть получено периодическим продолжением решений для структур S/F/S (здесь $d = 2d_S + d_M$).

Характеристики $T_c(d_S)$, $T_c(d_M)$ трехслойных структур типов F/S/F и S/F/S определяются уравнениями (25), (9) с матрицантом (10) в частном случае N_{bl} =1. Для собственного значения $\lambda_{\mathcal{R}}$=+1 имеем следующее уравнение, определяющее критическую температуру T_{c0} структуры F/S/F:

$$\frac{1}{\xi_S^{(0)}(T)}\mathrm{th}\left(\frac{d_S}{2\xi_S^{(0)}(T)}\right)=-\frac{\mathrm{Re}\left[\left(s_{21}^{-}m_{11}+m_{21}\right)m_{21}^{*}\right]}{\mathrm{Re}\left[\left(s_{21}^{-}m_{11}+m_{21}\right)m_{11}^{*}\right]} \qquad (26)$$

В (26) введены следующие обозначения:

$$m_{11}=m_{11}(T,d_M)=1+\gamma_M\zeta_M\,k_0(T)\,\mathrm{th}\left(k_0(T)\,d_M\right),\quad m_{21}=m_{21}(T,d_M)=pk_0(T)\,\mathrm{th}\left(k_0(T)d_M\right),$$

$$s_{21}^{-}\equiv s_{21}^{-}(T,d_S)=\frac{1}{\zeta_S^{(0)}(T)}th\left(\frac{d_S}{2\zeta_S^{(0)}(T)}\right).$$

Критическая температура T_{c0} структуры S/F/S, соответствующая собственному значению $\lambda_{\mathcal{R}}$=+1, определяется той же формулой (26), в которой произведена замена толщин $d_S/2 \to d_S$, $d_M \to d_M/2$. По причине симметрии формула (29) определяет и критическую температуру двухслойной структуры S/F с толщиной S-слоя $d_{S,2} = d_S/2$. Из уравнения (26) находится также и критическая температура сверхрешетки, при этом параметр d_M в правой части (26) равен половине толщины ($d_{M,\mathrm{inf}}$) F-слоя сверхрешетки.

Для собственного значения $\lambda_{\mathcal{R}} = -1$ уравнение, определяющее критическую температуру $T_{c\pi}$ структуры F/S/F, имеет вид

$$\xi_S^{(0)}(T)\mathrm{th}\left(\frac{d_S}{2\xi_S^{(0)}(T)}\right)=-\frac{\mathrm{Re}\left[\left(s_{12}^{-}m_{21}+m_{11}\right)m_{11}^{*}\right]}{\mathrm{Re}\left[\left(s_{12}^{-}m_{21}+m_{11}\right)m_{21}^{*}\right]} \qquad (27.1)$$

где $s_{12}^{-}\equiv s_{12}^{-}(T)=\zeta_S^{(0)}(T)\mathrm{th}\left(\dfrac{d_S}{2\zeta_S^{(0)}(T)}\right)$.

Как можно показать, уравнение (27.1) может иметь решение только в случае достаточно больших толщин S-слоя: $d_S > \pi\left|\xi_S^{(0)}(T)\right|$.

Для структуры S/F/S уравнение, которое определяет критическую температуру $T_{c\pi}$, выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{\xi_S^{(0)}(T)}\mathrm{th}\left(\frac{d_S}{\xi_S^{(0)}(T)}\right)=-\frac{\mathrm{Re}\left[\left(s_{21}^{-}m_{22}+m_{12}\right)m_{12}^{*}\right]}{\mathrm{Re}\left[\left(s_{21}^{-}m_{22}+m_{12}\right)m_{22}^{*}\right]}, \qquad (27.2)$$

где $m_{12}=m_{12}(T,d_M/2)=pk_0\,\mathrm{cth}\left(k_0d_M/2\right)$, $m_{22}=m_{22}(T,d_M/2)=1+\gamma_M\zeta_M\,k_0\,\mathrm{cth}\left(k_0\,d_M/2\right)$.

В этом случае, как было сказано выше, сверхпроводящий конденсат в S/F/S описывается антисимметричной волновой функцией. В литературе для данного состояния используется термин "π-фаза" или "π-состояние" (так как волновая функция меняет знак в середине ферромагнитного слоя). Уравнение (27.2) определяет также критическую температуру $T_{c\pi}$ сверхрешетки с той же толщиной F-слоя и удвоенной толщиной S-слоя ($d_{S,\mathrm{inf}} = 2\,d_S$).

На рис. 1 и 2 приведены графики экспериментальных (квадраты) и теоретических (сплошные линии) зависимостей $T_c(d_{S,2})$ и $T_c(d_{M,2})$ соответственно для двухслойных структур $Nb/Pd_{0.81}Ni_{0.19}$ [22]. Зависимость $T_c(d_{S,2})$ была измерена и рассчитывалась при толщине ферромагнитного слоя $d_{M,2}$=19 нм. Зависимость $T_c(d_{M,2})$ определялась при толщине S-слоя $d_{S,2}$=14 нм. Видно, что одномодовое приближение удовлетворительно воспроизводит экспериментальные данные. В соответствии с вышесказанным характеристика $T_c(d_{M,2})$ двухслойной структуры совпадает с характеристикой $T_{c0}(d_{M,\mathrm{inf}}) = T_c(2d_{M,2})$ состояния сверхрешетки с толщиной $d_{S,\mathrm{inf}}$ = 28 нм, соответствующего d-периодическому решению без

нулей ("0-состояние"). График зависимости критической температуры $T_{c\pi}(d_{M,\mathrm{inf}})$ "π-состояния" сверхрешетки представлен на рис. 2 штрихпунктирной линией (толщины F-слоя сверхрешетки отложены по верхней горизонтальной оси). Видно, что в данном случае при $d_{M,\mathrm{inf}} > d_{M,\mathrm{inf}}{}^{*}$ ~4 нм энергетически более выгодным становится сверхпроводящее "π-состояние". Это нетривиальное явление, поскольку обычно в задачах квантовой теории основное состояние описывается волновой функцией без нулей. Другие особенности, присущие сверхрешеткам S/F, обнаруживаются на характеристиках $T_c(d_{M,\mathrm{inf}})$ при уменьшении толщины сверхпрововодящего слоя $d_{S,\mathrm{inf}}$. В частности, на рис. 3,*а*. показаны характеристики $T_{c0}(d_{M,\mathrm{inf}})$ (сплошная линия), $T_{c\pi}(d_{M,\mathrm{inf}})$ (штрихпунктирная линия) сверхрешетки с толщиной S-слоя 24 нм. Видно, что существует интервал значений толщин F-слоя ($d_M{}^{*}$, $d_M{}^{**}$), при которых состояние с *d*-периодической волновой функцией исчезает (для соответствующей трехслойной структуры S/F/S исчезает состояние с четной волновой функцией). Это значит, что при $d_{M,\mathrm{inf}} = d_M{}^{*}$ происходит резкий переход от "0-состояния" к "π-состоянию". При $d_{M,\mathrm{inf}} >> d_M{}^{**}$ значения температур $T_{c\pi}$ и T_{c0} очень близки. Поэтому на эксперименте в силу погрешностей в задании материальных и геометрических параметров образцов могут наблюдаться случайные переходы между двумя зависимостями. На рис. 3,*б* показаны характеристики $T_{c0}(d_{M,\mathrm{inf}})$ (сплошная линия), $T_{c\pi}(d_{M,\mathrm{inf}})$ (штрихпунктирная линия) сверхрешетки с еще меньшей толщиной S-слоя (22 нм). В этом случае "0-состояние" существует только при значениях $d_{M,\mathrm{inf}} < d_M{}^{*}$. Более того, при $d_{M,\mathrm{inf}} > d_M{}^{*}$ сверхпроводимость вообще исчезает вплоть до некоторого значения $d_\pi{}^{*}$, где происходит ее возврат уже в виде "π-фазы". Далее существует еще один интервал ($d_\pi{}^{**}$, $d_\pi{}^{***}$) отсутствия сверхпроводимости с возвратом в точке $d_\pi{}^{***}$. Это явление, получившее в литературе название "возвратной сверхпроводимости", обнаружено на эксперименте [23].

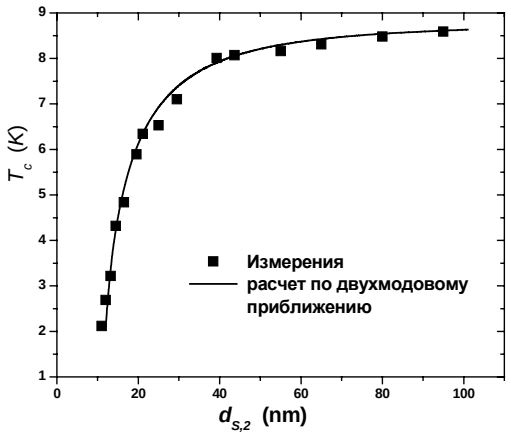


Рис.1. Экспериментальная и теоретическая зависимости критической температуры от толщины S-слоя для двухслойной структуры Nb/PdNi при $d_{M,2}$=19 нм

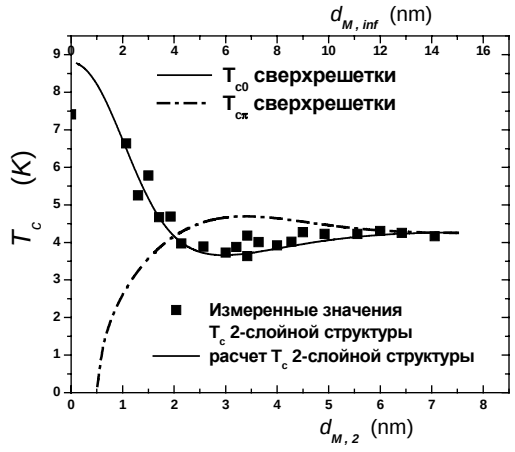
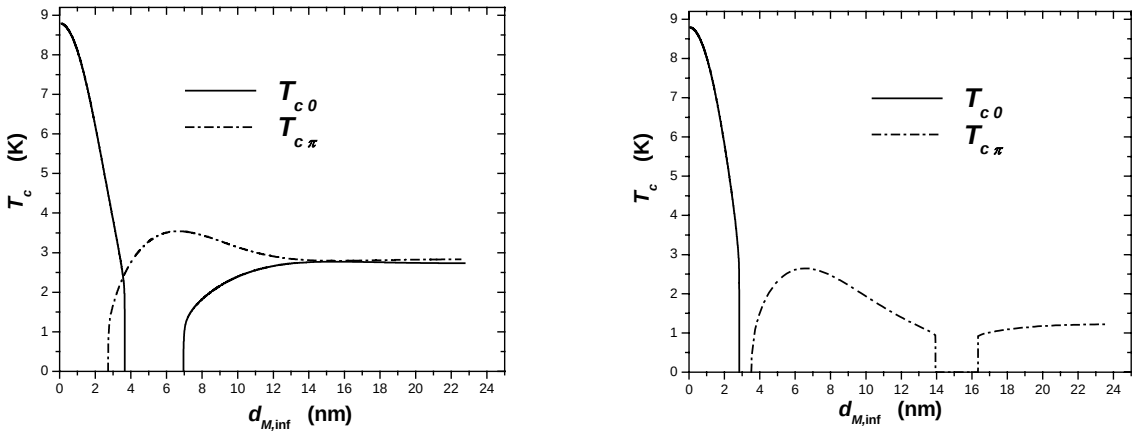


Рис. 2. Экспериментальная и теоретические зависимости критической температуры от толщины F-слоя для двухслойной структуры и сверхрешетки Nb/PdNi при $d_{S,\mathrm{inf}}$=2$d_{S,2}$=28 нм



а *б*

Рис. 3. Зависимость критической температуры от толщины F-слоя для сверхрешетки Nb/PdNi: *а* — при $d_{S,\text{inf}}$ = 24 нм; *б* — при $d_{S,\text{inf}}$ = 22 нм

В заключение отметим, что матричный метод дает как удобные формулы для определения критических характеристик S/F структур, так и удобные средства анализа и классификации решений уравнений микроскопической теории (в терминах собственных векторов и собственных значений). В следующей работе с помощью матричного метода будут исследованы свойства структур типа S/F с количеством слоев $3<N_l<\infty$.

Автор признателен dr. C. Cirillo за предоставленные экспериментальные данные и проф. С.Л. Прищепе за полезные обсуждения.

THE CRITICAL TEMPERATURE OF SUPERCONDUCTOR/FERROMAGNET MULTILAYERS

V.N. KUSHNIR

Abstract

The matrix method of dirty limit microscopic theory equations solution elaborated for proximity superconductor/ferromagnet multilayer nanostructures. The method is well suitable for calculations of multilayer critical temperature with arbitrary number of layers. The main results about critical state in bilayers, trilayers and superlattices reviewed. The dependences of critical temperature versus the ferromagnet layer thickness analyzed for Nb/PdNi nanostructures.

Литература

1. *Chien C.L., D. Reich* // J. Magn. Magn. Mater. 1999. Vol. 200. P. 83.
2. *Garifullin I. A.* // J. Magn. Magn. Mater. 2002. Vol. 240. P. 574.
3. *Изюмов Ю.А., Ю. Н Прошин, М.Г. Хусаинов* // УФН. 2002. Т. 172. С. 113.
4. *Golubov A.A., M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev* // Rev. Mod. Phys. 2004. Vol. 76. P. 411.
5. *Buzdin A. I.* // Rev. Mod. Phys. 2005. Vol. 77. P. 935.
6. *Bergeret F. S., A. F. Volkov, K.B. Efetov* // Rev. Mod. Phys. 2005. Vol. 77. P. 1321.
7. *Efetov K.B., I. A. Garifullin, A.F. Volkov, and K. Westerholt* // arXiv:cond-mat/0610708 v1 25 Oct 2006. P. 1–39.
8. *Hauser J.J., H.C. Theurer, N.R. Werthamer* // Phys. Rev. 1966. Vol. 142. P. 118.
9. *Wong H.K., B.Y. Jin, H.O. Yang, J.B. Ketterson, J.E. Hillard* // J. Low Temp. Phys. 1986. Vol. 63. P. 307.
Jiang J.S., D. Davidovic, D. H. Reich, and C.L. Chien // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 74. P. 314.

10. *Ryazanov V.V., V.A. Oboznov, A.Y. Rusanov, A.V. Veretennikov, A.A. Golubov, J. Aarts* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol.86. P. 2427.
11. *Kontos T., M. Aprili, J. Lesueur, and X. Grison //* Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. P. 304.
12. *Tagirov L.R.* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 2058.
13. *Usadel K.* // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 25. P. 507.
14. *Takahashi S. and M. Tachiki* // Phys. Rev. B. 1986. Vol. 33. P. 4620.
15. *Radović Ž., M. Ledvij, L. Dobrosavljević-Grujić, A.I. Buzdin, J.R. Clem* // Phys. Rev. B. 1991. Vol. 44. P. 759.
16. *Fominov Ya. V., N.M. Chtchelkatchev, A.A. Golubov* // Phys. Rev. B. 2002. Vol. 66. P.014507.
17. *Кушнир В.Н.* // Доклады БГУИР. 2005. №4(12), с.5; 2006. №2(14). С. 8.
18. *Kushnir V. N., S.L. Prischepa, C. Cirillo, and C. Attanasio* // European Physical Journal B. 2006. Vol. 52. P. 9.
19. *Куприянов М.Ю., В.Ф. Лукичев* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 139.
20. *Tagirov L.R.* // Physica C. 1998. Vol. 307. P. 145.
21. *Cirillo Carla.* Superconducting proximity effect in Nb/PdNi hybrids: probimg the role of the ferromagnet// Tesi di dottorato di Ricerci in Fisica. 2005 The M.C. Escher Company – the Netherlands.
22. *Zdravkov V., Sidorenko A., Obermeier G., Gsell S., Schreek M., Müller C., Tidecks R., Tagirov L.R.* // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 97. P. 057004.