
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ МНОГОФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ

Ф.В. Рекач, Е.К. Синиченко

Инженерный факультет
Российский университет дружбы народов
ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419

В статье приведены дифференциальные уравнения многофазной жидкости с подробным описанием ее параметров.

Ключевые слова: многофазная жидкость, гидроудар.

Задача о гидравлическом ударе и напорном неустановившемся движении многофазной жидкости сводится к решению волновых уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(gz + \frac{P}{\rho_{\text{см}}} + \frac{\alpha v^2}{2} \right) + \beta \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\lambda}{2D} v |v| = 0, \quad (1)$$

$$v \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} + \rho_{\text{см}} c^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где g — ускорение свободного падения; z — геометрическая высота; P — абсолютное гидродинамическое давление; $\rho_{\text{см}}$ — плотность многофазной жидкости (плотность смеси); α — коэффициент Кориолиса; v — средняя по живому сечению скорость; β — коэффициент Буссинеска; t — время; λ — коэффициент гидравлического сопротивления по длине; D — диаметр трубопровода; c — скорость распространения упругой волны при заданных начальных и граничных условиях.

Для трехфазного напорного потока (жидкая фаза + твердая взвесь + газ) скорость распространения упругой волны c вычисляется по следующей формуле:

$$c = \frac{\sqrt{\frac{E_{\text{ж}}}{\rho}}}{\sqrt{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6}}, \quad (3)$$

где $A_1 = 1 - \varepsilon_{\text{гн}} - \varepsilon_p - \varepsilon_{\text{т}}$; $A_2 = m \frac{D}{e} \frac{E_{\text{ж}}}{E_m}$; $A_3 = \varepsilon_{\text{гн}} \frac{E_{\text{ж}}}{\chi P}$; $A_4 = k_p \frac{P_{\text{ат}} P_{\text{кр}}}{P^2} E_{\text{ж}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{г}}}{\rho} \right)$;

$A_5 = \varepsilon_{\text{т}} \frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{тв}}}$; $A_6 = \varepsilon_{\text{т}} m \frac{D}{e} \frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{т}}} \left(\frac{\rho_{\text{т}}}{\rho} \right)$; $E_{\text{ж}}$ — модуль объемной упругости жидкой фазы; ρ —

плотность жидкой фазы; $\varepsilon_{\text{гн}}$ — объемное содержание нерастворенного газа при абсолютном гидродинамическом давлении P ; ε_p — объемное содержание газа, выделившегося из жидкой фазы; $\varepsilon_{\text{т}}$ — объемное содержание твердой фазы; e — толщина стенок трубопровода; $E_{\text{т}}$ — модуль упругости материала стенок трубопровода; m — параметр, учитыва-

ющий условия закрепления трубопровода; χ — показатель степени политропы ($\chi = 1$ для изотермического процесса и $\chi = 1,41$ для адиабатического процесса); $P_{ат}$ — атмосферное давление; $P_{кр}$ — критическое давление, при котором начинается выделение газа, растворенного в жидкой фазе; k_p — коэффициент, численные значения которого приводятся в работе [1]; $E_{тв}$ — модуль упругости твердой фазы; ρ_t — плотность твердой фазы; ρ_g — плотность газа.

Формула (3) справедлива при $\epsilon_{гн} \leq 0,02 - 0,03$.

Величины ϵ_p и $k_p \frac{P_{ат} P_{кр}}{P^2} E_{ж} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho}\right)$ в формуле (3) учитывают процесс выделения растворенного газа, который происходит при $P \leq P_{кр}$. При $P > P_{кр}$ эти величины не учитываются.

Плотность многофазной жидкости $\rho_{см}$ при $P > P_{кр}$ следует определять по формуле

$$\rho_{см} = \rho(1 - \epsilon_{гн} - \epsilon_t) + \rho_t \epsilon_t + \rho_{гн} \epsilon_{гн}. \quad (4)$$

Объемное содержание нерастворенного газа при абсолютном давлении P вычисляется по формуле

$$\epsilon_{гн} = \epsilon_{гна} \frac{P_{ат}}{P_0} \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{\chi}} = \epsilon_{гна} P_{ат} \frac{P_0^{\frac{1-\chi}{\chi}}}{P^{1/\chi}}, \quad (5)$$

где $\epsilon_{гна}$ — объемное газосодержание нерастворенного газа при атмосферном давлении $P_{ат}$; P_0 — абсолютное гидродинамическое давление в рассматриваемом сечении трубопровода при установившемся давлении.

Параметр m , учитывающий продольную деформацию стенок трубопровода и условия его закрепления, принимается равным [2]:

— для трубопровода, закрепленного на одном конце $m = 1 - \mu / 2$, где μ — коэффициент Пуассона;

— трубопровода, закрепленного с обе их сторон $m = 1 - \mu^2$;

— незакрепленной по концам трубы, а также для трубы, закрепленной по концам, но имеющей компенсационные устройства, допускающие свободное перемещение в продольном направлении $m = 1$.

Объемное газосодержание ϵ_p выделившегося растворенного газа при абсолютном давлении P в первом приближении определяется по формуле

$$\epsilon_p = k_p \frac{P_{ат}}{P} (P_{кр} - P). \quad (6)$$

Для воды в соответствии с опытными данными [2]:

$$k_p = 9,868 W_1 \cdot 10^{-7}, [\text{кПа}]^{-1},$$

где значения удельного объема W_1 при данной температуре и атмосферном давлении приведены в таблице.

Таблица

$t, ^\circ\text{C}$	0	5	10	15	25	30	35
$W_1, \text{см}^3/\text{л}$	29,19	26,20	23,8	21,60	18,70	17,40	16,20

При проведении предварительных расчетов процесс выделения растворенного в жидкой фазе газа можно не учитывать.

Показатель степени политропы χ следует принимать равным 1,41, допуская, что процесс расширения-сжатия газа является адиабатическим.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Трозян Р.Е. Исследование гидравлического удара в трубопроводах при понижении давления: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. — Ереван, 1965. [*Trozyan R.E. Issledovanie gidravlichesкого udara v truboprovodah pri ponizhenii davleniya: Avtoref. diss. ... kand. tehn. nauk. — Erevan, 1965.*]
- [2] Лямаев Б.Ф., Небольсин Г.П., Нелюбов В.А. Стационарные и переходные процессы в сложных гидросистемах. — Л.: Машиностроение, 1978. [*Lyamaev B.F., Nebolsin G.P., Nelyubov V.A. Stacionarnie b perehodbnie processy v slozhnyh gidrosistemah. — L.: Mashinostroyeniye, 1978.*]

DIFFERENTIAL EQUATIONS OF UNSTEADY MOTION OF MULTIPHASE LIQUID

F.V. Rekach, E.K. Sinichenko

Engineering department
Peoples' Friendship University of Russia
Ordzhonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419

Differential equations of multiphase liquid with detailed description of its parameters is described in an article.

Key words: multiphase liquid, water hammer.