

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ВИНТОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ РЕЕЧНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

Предложена методика формообразования обкаточного инструмента, основанная на переходе от плоской задачи к пространственной. Такой подход предполагает введение вспомогательной поверхности, исследование геометрических характеристик которой позволяет устанавливать влияние параметров рейки на форму профиля винтовой поверхности. Полученные результаты обогащают картину формообразования поверхностей, позволяют решить поставленную задачу средствами компьютерной графики, наглядно моделирующими процесс формообразования.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, формообразование, квазвинтовая поверхность.

Постановка задачи формообразования винтовых поверхностей

Процесс проектирования режущего инструмента включает несколько этапов. Одним из важных элементов этого процесса является конструирование его формообразующей поверхности. Решению этой задачи посвящено большое количество работ, в том числе [1–4]. Во многих из них для выполнения расчета требуется вывод соответствующих зависимостей применительно к различным исходным данным. Часто такие зависимости имеют форму трансцендентных уравнений. Для их решения используют численные методы. Все это усложняет процесс профилирования инструмента.

Кроме того, во многих случаях профиль детали состоит не только из участков, полученных огибанием соответствующих участков инструмента, но и переходных кривых, линий подрезов. В этих случаях процесс профилирования носит итеративный характер. При этом на отдельных этапах проектирования осуществляется проверка полученных результатов графическими или аналитическими методами [1]. Часто теоретический профиль из технологических соображений заменяют отрезками и дугами окружностей. В этом случае важной задачей является сравнение исходного профиля изделия с реальным, который будет получен после корректировки профиля инструмента. Это также затрудняет процесс профилирования.

Эффективное решение задач формообразования поверхностей может быть выполнено с применением методов моделирования средствами компьютерной графики [5, 6], позволяющих исследовать влияния различных параметров инструмента на форму профиля детали и наоборот, а также решить некоторые другие вопросы. Для поставленной задачи решение предусмотрено провести в два этапа:

- 1) разработать математические и конструктивные модели поверхностей и их отображения, используемые при моделировании обкаточного инструмента;
- 2) создать поверхностные и твердотельные модели, наглядно реализующие алгоритм моделирования процесса формообразования.

Геометрическое моделирование формообразования винтовых поверхностей

Пусть профиль цилиндрической поверхности (ЦП) рейки задан параметрическими уравнениями вида

$$\begin{aligned}x_r &= x(t), \\ y_r &= y(t)\end{aligned}\quad (1)$$

в подвижной системе координат $0X_rY_rZ_r$, а винтовая поверхность (ВП) детали в системе координат $0_{vp}X_{vp}Y_{vp}Z_{vp}$ (рис. 1). Тогда уравнения перехода из системы координат рейки в систему координат ВП имеют вид

$$\begin{aligned}z'_{vp} &= z_r \cdot \cos \alpha - x_r \cdot \sin \alpha, \\ x'_{vp} &= z_r \cdot \sin \alpha + x_r \cdot \cos \alpha, \\ y'_{vp} &= y_r - R,\end{aligned}\quad (2)$$

где R — радиус начального цилиндра ВП детали.

Уравнения (1) и (2) определяют цилиндрическую поверхность Ω в системе координат детали. ВП детали является огибающей ЦП в ее винтовом движении с параметром p . Уравнения семейства цилиндрических поверхностей будут

$$\begin{aligned}x'_{vp}{}^{sem} &= x'_{vp} \cdot \cos \varphi - y'_{vp} \cdot \sin \varphi, \\ y'_{vp}{}^{sem} &= x'_{vp} \cdot \sin \varphi + y'_{vp} \cdot \cos \varphi, \\ z'_{vp}{}^{sem} &= z'_{vp} + p \cdot \varphi,\end{aligned}\quad (3)$$

где φ — угол поворота поверхности рейки вокруг оси винтовой поверхности.

Для определения винтовой поверхности детали найдем ее торцовый профиль, являющийся огибающей семейства кривых, полученных в пересечении семейства цилиндрических поверхностей плоскостью $z_{vp} = 0$, а значит, $z'_{vp}{}^{sem} = 0$. Тогда из последнего уравнения системы (3) получим, $z'_{vp} = -p \cdot \varphi$. Подставив выражение для переменной z'_{vp} в первое уравнение системы (2), имеем

$$z_r(t) = x_r \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{p \cdot \varphi}{\cos \alpha}.\quad (4)$$

После подстановки (4) в первое уравнение системы (2) и преобразований получим

$$x'_{vp} = \frac{x_r}{\cos \alpha} - R \cdot \varphi,\quad (5)$$

где $R = p \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

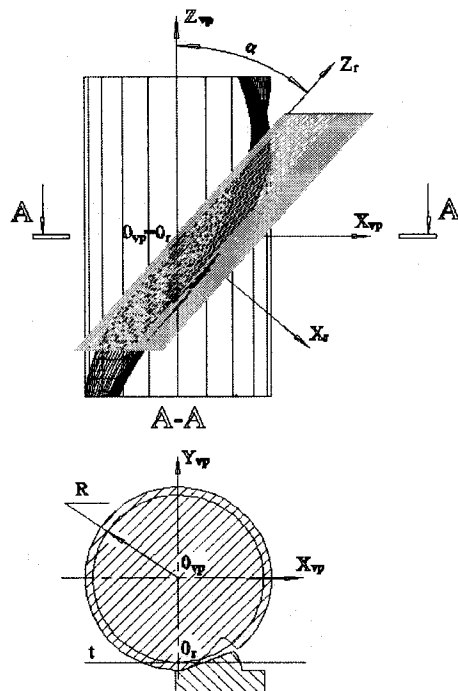


Рис. 1. Системы координат, связанные с деталью $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$ и рейкой $O_rX_rY_r$; t – центроида рейки; R – радиус начального цилиндра ВП детали; α – угол между осью ВП и образующей ЦП рейки

Подставив в первые два уравнения системы (3) выражения для y_{vp}^r и x_{vp}^r из уравнений (2) и (5), соответственно получим

$$\begin{aligned} x_{vp}^{sem} &= \frac{x_r}{\cos \alpha} \cdot \cos \varphi - y_r \cdot \sin \varphi - R \cdot (\varphi \cdot \cos \varphi - \sin \varphi), \\ y_{vp}^{sem} &= \frac{x_r}{\cos \alpha} \cdot \sin \varphi + y_r \cdot \cos \varphi - R \cdot (\varphi \cdot \sin \varphi + \cos \varphi). \end{aligned} \quad (6)$$

Проанализировав полученные уравнения, можно сделать выводы:

1) кривые семейства (6) конгруэнтны кривой, полученной косоугольным проецированием поверхности Ω на координатную плоскость $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$ (направление проецирования параллельно оси $O_{vp}Z_{vp}$);

2) рассматриваемое семейство может быть получено, если одну из кривых этого семейства связать с подвижной прямой t (рис. 2), катящейся по окружности радиуса R .

Следовательно, рассматриваемая пространственная задача сводится к плоской задаче по определению огибающей семейства кривых, связанных с центроидой рейки, катящейся по центроиду колеса. Эта задача решается как способами, использующими дифференциальные параметры кривой семейства, так и с применением средств компьютерной графики [5], моделирующих процесс формообразования и не требующих этих параметров.

С другой стороны, уравнения (6) можно рассматривать как график отображения кривых в пространстве на координатную плоскость $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$. Уравнения этого семейства описывают некоторую поверхность Φ (рис. 2) и имеют вид

$$x_{vp}^{\Phi} = x_{vp}^{sem}, y_{vp}^{\Phi} = y_{vp}^{sem}, z_{vp}^{\Phi} = p_1 \cdot \varphi, \quad (7)$$

где p_1 – константа большая нуля.

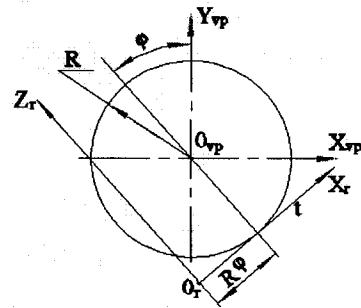


Рис. 2. Системы координат, связанные с профилями детали $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$ и рейки $O_rX_rY_r$; t – центроида рейки, φ – угол поворота центроиды рейки

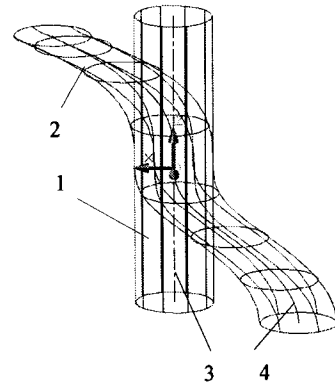


Рис. 3. Отображение цилиндрической поверхности в трубчатую: 1 – цилиндрическая поверхность, 2 – трубчатая поверхность, 3 – ось цилиндрической поверхности, 4 – линия центров трубчатой поверхности

Свяжем с неподвижной системой координат $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}Z_{vp}$ вспомогательную правую цилиндрическую винтовую поверхность (ЦВП) Ω (рис. 2), образованную винтовым движением кривой, полученной косоугольным проецированием ЦП на координатную плоскость $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$. Ее уравнение в параметрическом виде будет

$$\begin{aligned} x_{vp}^{cnp} &= \frac{x_r}{\cos \alpha} \cdot \cos \varphi - y_r \cdot \sin \varphi, \\ y_{vp}^{cnp} &= \frac{x_r}{\cos \alpha} \cdot \sin \varphi + y_r \cdot \cos \varphi, \\ z_{vp}^{cnp} &= p_1 \cdot \varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

Сравнивая системы уравнений (7) и (8) с учетом уравнений (6) и принимая $p=p_1$, запишем зависимости для получения координат точек поверхности Φ от координат точек вспомогательной ЦВП

$$\begin{aligned} x_{vp}^{sem-k} &= x_{vp}^{cnp} - R \cdot (\varphi \cdot \cos \varphi - \sin \varphi), \\ y_{vp}^{sem-k} &= y_{vp}^{cnp} - R \cdot (\varphi \cdot \sin \varphi + \cos \varphi), \\ z_{vp}^{sem-k} &= z_{vp}^{cnp}. \end{aligned} \quad (9)$$

Рассматривая переход от ЦВП (ψ) к поверхности Φ как результат геометрического преобразования нетрудно заметить, что система (9) описывает нелинейное преобразование. Эта система задает отображение ψ в новую вспомогательную поверхность Φ , которую назовем *квазивиновой поверхностью* (КВП) (рис. 3). В рассматриваемом преобразовании ось ЦВП отображается в пространственную кривую,

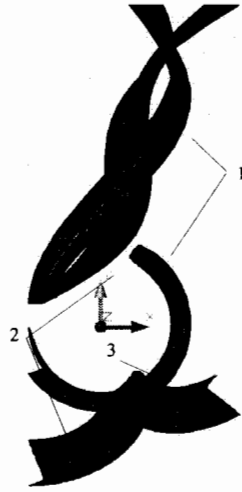


Рис. 4. Проекция моделей поверхностей: 1 – винтовая поверхность; 2 – квазивинтовая поверхность; 3 – горизонтальный очерк КВП

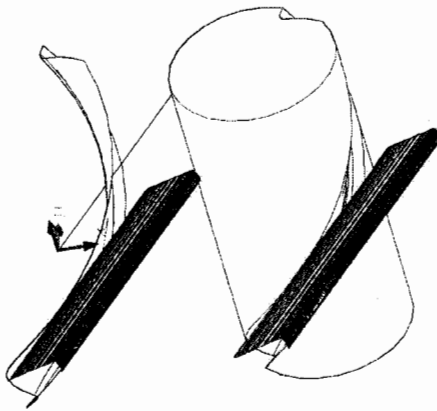


Рис. 6. Модели цилиндрической и винтовой сопряженных поверхностей

которая на координатную плоскость $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$ проецируется в эвольвенту. Цилиндрическая поверхность вращения с осью, совпадающей с осью ЦВП, отображается в трубчатую поверхность, у которой линией центров является упомянутая выше прямая, а плоскостью параллелизма – координатная плоскость $OX_{vp}Y_{vp}$. Полученная КВП используется далее при компьютерном формообразовании винтовой поверхности.

Как известно, касательная плоскость в точке (x_0, y_0, z_0) поверхности, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{aligned} x &= x(t, \varphi), \\ y &= y(t, \varphi), \\ z &= z(t, \varphi), \end{aligned} \quad (10)$$

записывается в виде

$$A \cdot (X - x_0) + B \cdot (Y - y_0) + C \cdot (Z - z_0) = 0,$$

где коэффициенты A, B и C определяются из зависимостей

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial z}{\partial t} \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial \varphi} \frac{\partial x}{\partial t} \end{vmatrix}, C = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial t} \end{vmatrix} \quad (11)$$

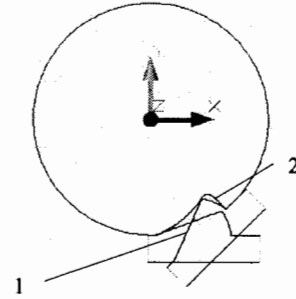


Рис. 5. Моделирование профиля ЦВП детали по очерку КВП: 1 – профиль КВП в процессе моделирования; 2 – профиль ЦВП после формообразования

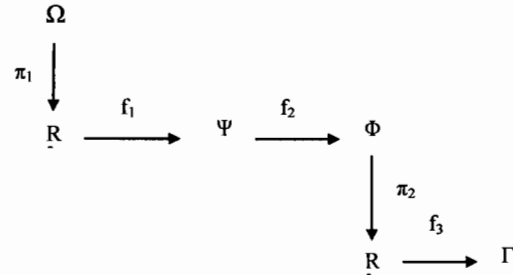


Рис. 7. Диаграмма отображений: π_1 – косоугольное проектирование поверхности Ω ; π_2 – ортогональное проектирование поверхности Φ

Для плоскости, параллельной оси OZ_{vp} , коэффициент C равен нулю и для рассматриваемой КВП, заданной уравнениями (9), после вычисления частных производных и подстановки в зависимость для переменной C , получим

$$\begin{aligned} f(t, \varphi) &= x(t) \cdot \left(\frac{\partial x(t)}{\partial t} \right) / (\cos \alpha)^2 + \\ &+ y(t) \cdot \frac{\partial y(t)}{\partial t} - R \cdot \varphi \cdot \left(\frac{\partial x(t)}{\partial t} \right) / \cos \alpha = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

где $\frac{\partial x(t)}{\partial t}, \frac{\partial y(t)}{\partial t}$ – частные производные по параметру t

переменных из уравнений (1).

Уравнение (12) устанавливает связь криволинейных координат t и φ , а совместно с уравнением (9) выделяют контурную линию на КВП. При этом ортогональная проекция контурной линии на плоскость $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$ является очерком этой поверхности. Этот очерк можно рассматривать как особенность отображения ортогональным проектированием КВП на плоскость $Z_{vp} = 0$ и, соответственно, огибающей рассматриваемого семейства кривых. Полученная огибающая является торцовым профилем искомого ЦВП.

Для установления возможных особых точек на очерке КВП (торцовом профиле ЦВП) запишем уравнение касательной к контурной линии этой поверхности. Так как контурная линия задается уравнениями (9) и (12), то уравнение касательной в точке (x_0, y_0, z_0) будет иметь вид

$$\frac{X - x_0}{k} = \frac{Y - y_0}{l} = \frac{Z - z_0}{m} \quad (13)$$

где $k = \frac{\partial x_{sem}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial f(t, \varphi)}{\partial \varphi} - \frac{\partial x_{sem}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial f(t, \varphi)}{\partial \alpha}$, $l = \frac{\partial y_{sem}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial f(t, \varphi)}{\partial \varphi} - \frac{\partial y_{sem}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial f(t, \varphi)}{\partial \alpha}$,

$$m = \frac{\partial z_{\text{ср}}}{\partial t} \cdot \frac{\partial f(t, \varphi)}{\partial \varphi} - \frac{\partial z_{\text{ср}}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial f(t, \varphi)}{\partial t}, \text{ причем } \frac{\partial f(t, \varphi)}{\partial \varphi} \neq 0.$$

После вычисления частных производных и подстановки в выражения для k , l и m , получим

$$\begin{aligned} m &= -p \cdot f_i(t, \varphi), \\ k &= \frac{m}{p} \cdot \left(-\frac{x(t) \cdot \sin \varphi}{\cos \alpha} - y(t) \cdot \cos \varphi + R \cdot \varphi \cdot \sin \varphi \right) - \\ &\quad - R \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \left(\frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \cos \varphi / \cos \alpha \right) - y(t) \cdot \sin \varphi, \\ l &= \frac{m}{p} \cdot \left(-\frac{x(t) \cdot \cos \varphi}{\cos \alpha} - y(t) \cdot \sin \varphi - R \cdot \varphi \cdot \cos \varphi \right) + \\ &\quad + R \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \left(\frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \sin \varphi / \cos \alpha \right) + y(t) \cdot \cos \varphi. \end{aligned}$$

Эти равенства используются для установления особых точек на очерке КВП и, соответственно, на профиле искомой ЦВП. Так особые точки на очерке КВП будут, если $|k| = |l| = 0$ или $m=0$.

Таким образом, полученные зависимости могут быть использованы при аналитическом профилировании как винтовой, так и цилиндрической поверхности детали, сопряженной как с цилиндрической поверхностью рейки.

Компьютерное моделирование формообразования

Описанные выше поверхности и их отображения реализованы средствами компьютерной графики. Для этого на первом этапе формируется модель тела инструментальной рейки и ее наклонное сечение (рис. 2). Кривая этого сечения является образующей винтовой поверхности ψ , которая нелинейным преобразованием отображается в КВП Φ (рис. 4).

Для получения очерка КВП выполняется ее отображение на координатную плоскость $O_{\text{вр}} X_{\text{вр}} Y_{\text{вр}}$ (рис. 4). Этот очерк является торцовым профилем искомой ЦВП, касающейся заданной цилиндрической поверхности рейки. Однако для получения модели ЦВП возникают определенные трудности в достижении необходимой точности ее профиля по полученной проекции. В связи с этим модели винтовых поверхностей целесообразно использовать для установления возможных особенностей на очерке КВП в зависимости от формы профиля, угла, а также радиуса R .

Для получения модели торцового профиля винтовой поверхности с необходимой точностью целесообразно воспользоваться программой, моделирующей процесс формообразования профиля колеса по заданному профилю рейки [5] (рис. 5). Полученный профиль используется для формирования цилиндрической и (или) винтовой поверхности, сопряженной с цилиндрической поверхностью рейки. Эти поверхности могут быть использованы и для моделирования других винтовых поверхностей [6]. Конечный результат моделирования представлен на рис. 6.

Последовательность моделирования, описанная выше, может быть представлена в виде диаграммы,

показанной на рис. 7. На ней отображение f_1 задается уравнениями (3) и переводит косоугольную проекцию исходной цилиндрической поверхности рейки во вспомогательную ЦВП. Нелинейное преобразование f_2 отображает вспомогательную ЦВП в КВП и задается уравнениями (7). Отображение f_3 переводит очерк КВП в искомую винтовую поверхность детали.

Практическая реализация этапов создания рассмотренных моделей выполнена в виде подпрограмм, написанных на языке программирования AutoLISP в среде САПР AutoCAD. Организация диалога по вводу исходных данных осуществлена на языке DCL (Dialog Control Language).

Выводы

На основании изложенного выше предлагаемая методика позволяет решать следующие задачи:

- формообразование винтовой или цилиндрической поверхности детали по заданной поверхности инструментальной рейки и параметрам их взаимного расположения как аналитически, так и средствами компьютерной графики на основе введения вспомогательной квазिवинтовой поверхности;

- целенаправленно, с использованием визуализации процесса формообразования, вносить изменения в форму профиля, как инструмента, так и изделия, а также корректировать параметры установки изделия относительно инструмента.

Так как рассматриваемая кинематическая схема является не только самостоятельной, но и промежуточной, то данные результаты применимы для различных типов обкаточного инструмента.

Библиографический список

1. Лашнев, С. И. Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ / С. И. Лашнев, М. И. Юликов. — М.: Машиностроение, 1975. — 392 с.
2. Люкшин, В. С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов / В. С. Люкшин. — М.: Машиностроение, 1967. — 372 с.
3. Чемборисов, Н. А. Обзор методов профилирования червячной фрезы для зубчатых венцов / Н. А. Чемборисов, Т. Г. Девяжеева // Металлообработка. — 2010. — № 4. — С. 2–6.
4. Моделирование формообразования сложных поверхностей деталей / А. А. Ляшков [и др.] // Металлообработка. — 2010. — № 4. — С. 36–42.
5. Ляшков, А. А. Программа компьютерного моделирования процесса формообразования зубчатых колес методом обкатки инструментальной рейкой и долбяком / А. А. Ляшков. — М.: ВНИИЦ, 2008. — № 50200802071.
6. Ляшков, А. А. Программа компьютерного моделирования процесса формообразования винтовой поверхности детали инструментальной рейкой и червячной фрезой / А. А. Ляшков. — М.: ВНИИЦ, 2010. — № 50201001024.

ЛЯШКОВ Алексей Ануфриевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры инженерной геометрии и компьютерной графики.
Адрес для переписки: e-mail: 3dogibmod@mail.ru

Статья поступила в редакцию 16.02.2011 г.

© А. А. Ляшков