УДК 539.3

В.М. Пестренин, И.В. Пестренина,
Л.В. Ландик, Е.А. Полянина

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В СОСТАВНОЙ ПЛАСТИНКЕ ВБЛИЗИ КРАЯ ЛИНИИ СОЕДИНЕНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТОЛЩИНЫ И МАТЕРИАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ СОЕДИНЯЮЩЕЙ ПРОСЛОЙКИ

Изучается напряженное состояние в окрестности особой точки пластинки, составленной из двух одинаковых элементов с помощью посредника, например клея, и находящейся в условиях плосконапряженного состояния.

Целью исследования является выявление особенностей рассматриваемого типа задач механики деформируемого твердого тела и изучение влияния материальных свойств и толщины прослойки на концентрацию напряжений вблизи края линии соединения элементов пластинки (в особой точке).

Проводится аналитическая оценка количества ограничений на параметры состояния в точке края линии соединения элемента пластинки и посредника. Устанавливается, что количество независимых ограничений зависит от материальных свойств скрепляемых элементов и, как правило, избыточно (нестандартно). Стандартным количество заданных условий оказывается лишь в исключительных случаях при определенных сочетаниях материальных параметров скрепляемых тел. Отвечающее такому случаю решение называется «опорным». В рассматриваемой задаче – это однородное напряженное и кусочно-однородное деформированное состояние. Решения задач с нестандартно заданными условиями в особой точке строятся вблизи опорного решения, для чего применяется итерационный численно-аналитический метод, основанный на минимизации невязок выполнения всех краевых условий в окрестности особой точки.

Выявлены закономерности, характеризующие изменение напряженного состояния вблизи особой точки в элементах составной пластинки в зависимости от толщины посредника и его материальных свойств. Зависимость коэффициента концентрации напряжений от толщины прослойки практически отсутствует, от материальных свойств – оказывается существенной. Наибольшее значение коэффициент концентрации принимает в более жестком материале.

Ключевые слова: плосконапряженное состояние, особая точка, концентрация напряжений, составные элементы конструкции, итерационный метод.

V.M. Pestrenin, I.V. Pestrenina, L.V. Landik, E.A. Polyanina

Perm State National Research University,
Perm, Russian Federation

STUDY OF THE STRESS STATE IN COMPOSITE PLATE NEAR THE CONNECTING LINE EDGE DEPENDING ON THE THICKNESS AND MATERIAL PARAMETERS OF THE CONNECTING INTERLAYER

The plane-stress state in the vicinity of singular point, in a plate composed of two identical elements with interlayer such as glue is studied.

The purpose of this study is determining characteristics of this solid mechanics problem and influence of material properties and interlayer thickness on stress concentration near the edge of the combining the elements (at the singular point).

Analytical estimation of the restrictions count on the state parameters at the line edge of junction plate element and interlayer is conducted. It is shown that the count of independent restrictions depends on the material properties of the plate elements and is usually redundant (non-standard). Standard restrictions count is only an exceptional case, when certain combinations of plate elements material parameters take place. In this particular case the solution is named as a "*basic-solution*". For considered case of stress-strained plate *basic-solution* has uniform stress and piecewise-homogeneous strain state solution. With material parameters near the basic-solution the nonstandard problem is considered by iterative numerical-analytical method based on minimizing the residual divergence of all the boundary conditions at the singular point vicinity.

A set of stress state problems is calculated. It is shown that the solution is practically independent of the interlayer thickness, but it depends drastically on the material properties of the elements. The more rigid material has the highest value concentration ratio.

Keywords: plane-stress state, singular point, stress concentration, composite plate, iterative method.

Введение

При соединении элементов конструкции посредством сварки, пайки или склеивания вблизи края линии соединения возможна значительная концентрация напряжений. Это обстоятельство снижает эксплуатационные характеристики конструкции, в связи с чем вызывает повышенный интерес исследователей. Часть авторов изучает составные конструкции, моделируя соединяющую их элементы прослойку путем принятия допущений о характере напряженного состояния в ней [1, 2, 3 и др.]. Такой подход позволяет построить аналитические решения, достоверно отражающие напряженное состояние в прослойке вдали от края линии соединения, но не позволяет изучить особенности распределения напряжений в окрестности края, выявить их экстре-

мальные значения. Другая часть авторов развивает подход, основанный на решении локальной (местной) задачи классической теории упругости в окрестности крайней (особой) точки линии соединения элементов конструкции [4, 5, 6, 7, 8 и др.]. В публикациях этого направления изучаются собственные значения характеристических уравнений соответствующих однородных упругих задач. На основе анализа собственных чисел определяется возможный характер поведения решения вблизи особой точки. В данном подходе исследователи исключают из рассмотрения особую точку, так как помещают в нее полюс криволинейной (в частности, полярной) системы координат. В полюсе нарушается взаимно однозначное соответствие между точкой тела и ее координатами, вследствие чего тензорные параметры не определены. Это означает, в частности, что в полюсе компоненты напряжений нельзя ни задать (как граничные условия), ни определить путем решения задачи. Значения напряжений в этой точке можно рассматривать лишь в асимптотическом смысле. Следует отметить также, что распространение результатов решения локальной задачи (например, заключение о сингулярности поведения асимптотического решения) на поведение решения в реальном элементе конструкции, подвергнутом механическому нагружению, требует дополнительного обоснования.

Использование численного подхода (как правило, метода конечных элементов (МКЭ)) для изучения напряженного состояния вблизи особых точек проводится, например, в работах [9, 10, 11, 12]. Применение этого метода, реализованного в инженерном программном комплексе, вызывает значительные трудности при вычислении полей напряжений в малых областях, где они претерпевают значительные изменения. Поэтому с целью повысить достоверность получаемых результатов разрабатываются способы улучшения численных расчетов. Так, в работе [13] повышение точности вычислений вблизи точек резкого возрастания напряжений достигается путем введения в МКЭ-расчет специальных гибрид-элементов. Авторы статьи [14] проблему повышения точности расчетов при исследовании напряжений в окрестности особых точек в клеевых прослойках решают путем локального сглаживания возможных геометрических концентраторов напряжений.

Отметим, что задача исследования напряженного состояния вблизи особых точек элементов конструкций, как правило, является задачей с нестандартно заданными граничными условиями [15]. В осо-

бой точке количество независимых заданных условий оказывается избыточным (больше трех в точках поверхности и больше двух в точках контура). Стандартной задача становится лишь в исключительных случаях – при определенных сочетаниях геометрических и материальных параметров элементов конструкции. Применение для исследования напряженного состояния вблизи особых точек методов, ориентированных на удовлетворение стандартно заданных граничных условий, не гарантирует выполнение избыточных ограничений.

В настоящей статье изучается напряженное состояние вблизи края линии соединения составной пластинки. Показывается, что рассматриваемая задача оказывается нестандартной, ее решение строится с использованием итерационной численно-аналитической процедуры.

1. Постановка задачи

Рассматривается составной элемент конструкции, представляющий собой две прямоугольные одинаковые по размерам и материальным свойствам пластинки *1*, скрепленные между собой прослойкой *2* (рис. 1).

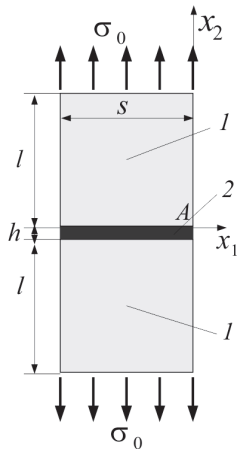


Рис. 1. Составная пластинка

Вводится декартова ортонормированная система координат x_1, x_2. Ось x_1 совпадает с линией соединения пластинки и прослойки, толщина которой h считается постоянной. Точка, отвечающая краю линии соединения верхней пластинки с прослойкой, обозначается через A (особая точка, она же – начало координат). Составная пластинка подвергается растяжению в направлении оси x_2 равномерно распределенными усилиями интенсивности σ_0. Принимается, что она находится в условиях обобщенного плоского напряженного состояния. Материальные параметры скрепляемых пластин и прослойки снабжаются соответствующими индексами внизу: E_1, ν_1, E_2, ν_2; E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона. Параметры состояния элементов составной пластинки снабжаются соответствующими индексами в скобочках вверху: $\sigma_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(1)}, \sigma_{ij}^{(2)}, \varepsilon_{ij}^{(2)}$, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ε_{ij} – тензора деформаций.

В особой точке разыскиваемое решение должно удовлетворять граничным условиям в напряжениях [15]

$$\sigma_{11}^{(1)}=0,\ \sigma_{11}^{(2)}=0,\ \sigma_{12}^{(1)}=0,\ \sigma_{12}^{(2)}=0, \tag{1}$$

условиям непрерывности напряжений на линии соединения

$$\sigma_{12}^{(1)}=\sigma_{12}^{(2)}=\sigma_{12},\ \sigma_{22}^{(1)}=\sigma_{22}^{(2)}=\sigma_{22} \tag{2}$$

и условию непрерывности деформаций

$$\varepsilon_{11}^{(1)}=\varepsilon_{11}^{(2)}. \tag{3}$$

Условие (3) следует из того, что точки линии соединения одновременно принадлежат пластинке *1* и прослойке *2*, поэтому относительное удлинение линейного элемента в точке *A* в направлении линии соединения (то есть оси x_1) должны совпадать. С использованием физических уравнений

$$\varepsilon_{11}^{(1)}=\frac{1}{E_1}(\sigma_{11}^{(1)}-\nu_1\sigma_{22}^{(1)})=\frac{1}{E_1}(\sigma_{11}^{(1)}-\nu_1\sigma_{22}),$$

$$\varepsilon_{11}^{(2)}=\frac{1}{E_2}(\sigma_{11}^{(2)}-\nu_2\sigma_{22}^{(2)})=\frac{1}{E_1}(\sigma_{11}^{(2)}-\nu_2\sigma_{22})$$

равенство (3) преобразуется к виду

$$\left(\frac{\nu_1}{E_1}-\frac{\nu_2}{E_2}\right)\sigma_{22}=0. \tag{4}$$

Из равенства (4) следует, что если выполняется условие

$$\nu_1E_2-\nu_2E_1\neq 0, \tag{5}$$

то напряжение σ_{22} в точке *A* равно нулю. В этом случае для каждого тела в особой точке заданы все компоненты тензора напряжений

$$\sigma_{11}^{(1)}=0,\ \sigma_{11}^{(2)}=0,\ \sigma_{12}^{(1)}=0,\ \sigma_{12}^{(2)}=0,\ \sigma_{22}^{(1)}=0,\ \sigma_{22}^{(2)}=0. \tag{6}$$

Число независимых заданных условий в точке *A* избыточно (более двух для каждого тела). Такая задача является нестандартной [16], ниже показывается, что ее решение не может быть получено обычными методами. Если условие (5) не выполняется, то есть множитель при

σ_{22} в равенстве (4) обращается в нуль, это напряжение становится не определенным. Оно должно определяться из решения задачи. В этом случае в особой точке для каждого тела *1* и *2* – задаются по два условия, избыточно заданных условий нет, – задача является стандартной. Далее проводится исследование напряженного состояния в окрестности особой точки в зависимости от материальных свойств и толщины прослойки.

2. Решение стандартной задачи

Задача является стандартной при условии $\nu_1 E_2 - \nu_2 E_1 = 0$. Ее решение в этом случае будем называть опорным.



симметрично *а* симметрично *б*

Рис. 2. Стандартное решение растянутой пластинки: (*а*) $\sigma_{22}^{(1)} = \sigma_{22}^{(2)} = \sigma_0$ – однородное напряженное состояние; (*б*) $\varepsilon_{22}{}^{(1)} = \text{const}$; $\varepsilon_{22}{}^{(2)} = \text{const}$; $\varepsilon_{22}{}^{(1)} \neq \varepsilon_{22}{}^{(2)}$ – кусочно-однородное деформированное состояние

Опорное решение можно получить стандартным методом. Воспользуемся методом конечных элементов, реализованным в пакете ANSYS. Вычисления проводим при следующих значениях материальных и геометрических параметров: $s = l = 4$ мм, $h = 0{,}2; 0{,}3; 0{,}4$ мм, $\sigma_0 = 100$ МПа, $E_1 = 0{,}525e4$ МПа, $E_2 = 0{,}4375e4$ МПа, $\nu_1 = 0{,}3$, $\nu_2 = 0{,}25$. На рис. 2 представлены контурные линии напряженного и деформированного состояния составной пластинки в опорном решении (для всех трех толщин прослойки характер решения одинаков). Видно, что напряженное состояние однородно, концентрация напряжений вблизи особой точки отсутствует. Деформированное состояние является кусочно-однородным. Решение не зависит от толщины прослойки.

Изменим модуль Юнга прослойки (примем $E_2 = 0{,}3e4$ МПа) так, чтобы выполнялось условие (5). Задача становится нестандартной. В особой точке задаются условия (6).

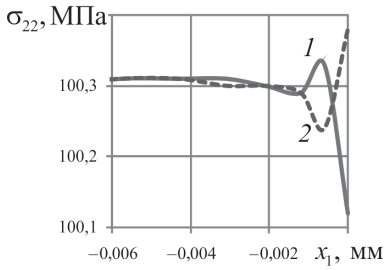


Рис. 3. Решение в окрестности особой точки на линии раздела материалов в пакете ANSYS: *1* – стекло; *2* – клей

Решение с использованием пакета ANSYS такой задачи для напряжений σ_{22} на линии соединения пластинки и прослойки представлено на рис. 3. Видно, что применение стандартного метода (МКЭ-ANSYS) не позволяет согласовать решение с условиями (6) и условиями (2). Поэтому для построения решения в нестандартном случае требуются другие методы исследования.

3. Решение нестандартной задачи

Для построения решения в нестандартном случае используется итерационный численно-аналитический подход, предложенный в работах [15, 16]. При этом на каждом шаге применяется метод конечных элементов, разрешающие уравнения которого получаются как условия стационарности функционала с независимо варьируемыми перемещениями и деформациями. Такой подход позволяет определять параметры состояния (напряжения и деформации) без применения операции дифференцирования приближенного решения для перемещений.

Этапы построения решения.

1. Устанавливаются алгебраические соотношения в напряжениях, которым должно удовлетворять решение:

а) в особой точке – условия (6);

б) на линии соединения (исключая точку A) – $\sigma_{12}^{(1)} = \sigma_{12}^{(2)}$, $\sigma_{22}^{(1)} = \sigma_{22}^{(2)}$;

в) на линии $x_1 = 0$ (исключая точку A) – $\sigma_{11}^{(1)} = 0$, $\sigma_{11}^{(2)} = 0$, $\sigma_{12}^{(1)} = 0$, $\sigma_{12}^{(2)} = 0$.

2. Путем решения стандартной задачи находится нулевое приближение (в равенствах (6) не учитываются условия $\sigma_{22}^{(1)} = 0$, $\sigma_{22}^{(2)} = 0$).

3. Узлы КЭ-сетки, в которых должны выполняться условия а, б, в (см. п.1), объявляются основными. В этих узлах в нулевом приближе-

нии вычисляются значения алгебраических соотношений а,б,в. Образуется вектор невязок.

4. Алгебраические соотношения а, б, в записываются через узловые перемещения и рассматриваются как система уравнений относительно основных перемещений (остальным перемещениям присваиваются значения из нулевого приближения). В нестандартной задаче число таких уравнений оказывается большим, чем число неизвестных (матрица системы уравнений оказывается прямоугольной). Поэтому находится обобщенное (псевдо) решение этой системы уравнений. Полученное решение используется в качестве граничных условий в основных узлах при построении первого приближения.

Далее процесс повторяется. Сходимость итерационного процесса контролируется значением среднеквадратического отклонения величины вектора невязок. Ниже приводятся результаты решения, полученного по описанной процедуре нестандартных задач о растяжении рассматриваемого составного элемента вблизи опорного решения.

Материальные свойства пластинок *1* соответствуют стеклу ($E_1 = 0{,}525e4$ МПа , $\nu_1 = 0{,}3$), модуль упругости прослойки варьировался в пределах $E_2 = 0{,}3e4...0{,}6e4$ МПа , коэффициент Пуассона прослойки сохранялся неизменным ($\nu_2 = 0{,}25$). На рис. 4 приводится типичный график, иллюстрирующий стремление к нулю величины вектора невязок с ростом числа итераций. На рис. 5 приводится зависимость коэффициентов концентрации $\max(\sigma_{22}/\sigma_0)$ в составляющих элементах в зависимости от модуля Юнга прослойки. Кривые, отвечающие разным толщинам прослойки, нанесены линиями различного типа.

Точка пересечения кривых отвечает опорному решению ($\nu_1 E_2 = \nu_2 E_1$). Зависимость коэффициента концентрации напряжений от толщины прослойки практически отсутствует. Зависимость от модуля Юнга прослойки оказывается существенной. Если модуль Юнга прослойки уменьшается от своего значения в опорном решении, то коэффициент концентрации напряжений в пластинке увеличивается, а в прослойке уменьшается. При возрастании модуля Юнга прослойки от значения в опорном решении коэффициент концентрации в прослойке возрастает и остается большим, чем в пластинке. Наибольшее значение напряжение σ_{22} в окрестности точки *A* принимает на свободной по-

верхности (не на линии соединения). Зависимость отношений σ_{22}/σ_0 от координаты x_2 (расстояние от точки *A*) для разных модулей Юнга прослойки показана на рис. 6, 7.

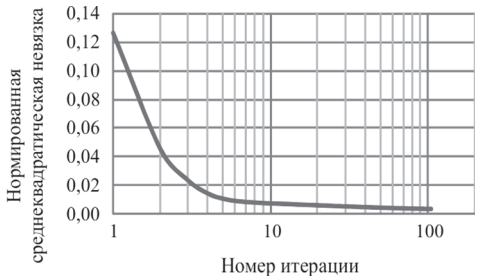


Рис. 4. Изменение величины вектора невязок с ростом числа итераций

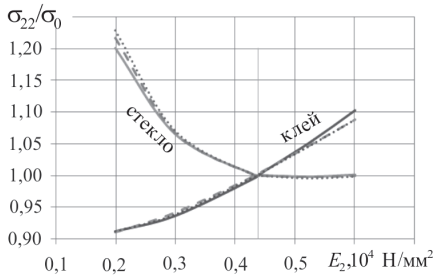


Рис. 5. Зависимость коэффициентов концентрации $\max(\sigma_{22}/\sigma_0)$ в составляющих элементах в зависимости от модуля Юнга прослойки

С ростом модуля E_2 напряжение σ_{22} вблизи точки *A* в прослойке возрастает, в пластинке убывает. Максимальное напряжение реализуется в более жестком материале.

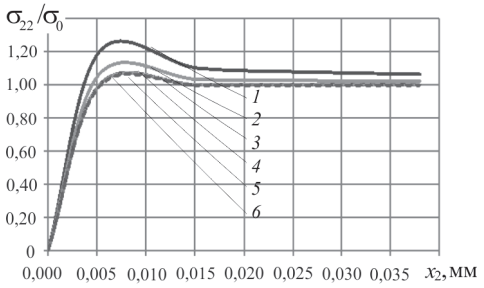


Рис. 6. Зависимость (σ_{22}/σ_0) от координаты x_2 на свободной поверхности в стекле для разных модулей Юнга прослойки: *1* – 0,2; *2* – 0,3; *3* – 0,43; *4* – 0,446; *5* – 0,525; *6* – 0,6,·10^4 МПа

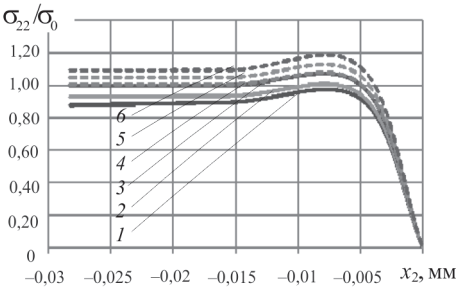


Рис. 7. Зависимость (σ_{22}/σ_0) от координаты x_2 на свободной поверхности в клее для разных модулей Юнга прослойки: *1* – 0,2; *2* – 0,3; *3* – 0,43; *4* – 0,446; *5* – 0,525; *6* – 0,6,·10^4 МПа

Заключение

Анализ задаваемых вблизи особой точки рассматриваемой составной пластинки ограничений позволяет в зависимости от материальных параметров ее элементов определить тип задачи и выбрать ме-

тод исследования. Полученные решения стандартных и нестандартных задач о растяжении пластинки выявляют закономерности напряженного состояния в окрестности концентратора в зависимости от толщины прослойки и ее материальных свойств.

Расчеты проводились на суперкомпьютере ТЕСЛА-ПГУ научно-образовательного центра параллельных и распределенных вычислений Пермского государственного национального исследовательского университета.

Библиографический список

1. Goland M., Reissner E. The Stresses in Cemented Joints, Trans. ASME // Journal of Applied Mechanics. – 1944. – Vol. 11; A17-A27.

2. Bo Zhao, Zhen-Hua Lu, Yi-Ning Lu. Closed-form solutions for elastic stress–strain analysis in unbalanced adhesive single-lap joints considering adherend deformations and bond thickness // International Journal of Adhesion & Adhesives. – 2011. – Vol. 31. – P. 434–445

3. Куреннов С.С. Модель двухпараметрического упругого основания в расчете напряженного состояния клеевого соединения [Электронный ресурс] // Труды МАИ. – 2013. – Вып. № 66. – С. 1–7. – URL: www.mai.ru/science/trudy/published.php

4. Bogy D.B. Two Edge-bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Tractions // Trans. ASME. Ser. E. – 1971. – Vol. 38. – No. 2. – P. 87–96.

5. Чобанян К.С. Напряжения в составных упругих телах. – Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1987. – 338 с.

6. Аксентян О.К. Особенности напряженно-деформированного состояния плиты в окрестности ребра // Прикладная математика и механика. – 1967. – № 1. – С. 178–186.

7. Аксентян О.К., Лущик О.Н. Напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины стыкового соединения // Прикладная механика. – 1982. – Т. 18, № 7. – С. 66–73.

8. Sinclear G. B. Stress singularities in classical elasticity –I: Removal, interpretation and analysis // App. Mech. Rev. – 2004. – Vol. 57. – No. 4. – P. 251–297.

9. Crocombe A.D., Adams R.D. Influence of the spew fillet and other parameters on the stress distribution in the single lap joint // Int. J. Adhes. Adhes. – 1981. – P. 141–155.

10. Xu L.R., Kuai H., Sengupta S. Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part I. A Biologically Inspired Design // Experimental mechanics. – 2004. – Vol. 44. – No. 6. – P. 608–615.

11. Xu L.R., Kuai H., Sengupta S. Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part II. An integrated numerical analysis // Experimental mechanics. – 2004. – Vol. 44. – No. 6. – P. 616–621. doi: http://dx.doi.org/10.1007/BF02428251

12. Матвеенко В.П., Федоров А.Ю. Оптимизация геометрии составных упругих тел как основа совершенствования методик испытаний на прочность клеевых соединений // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т. 4, № 4. – С. 63–70. doi: http://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2011.4.4.40

13. Barut A., Guven I., Madenci E. Analysis of singular stress fields at junctions of multiple dissimilar materials under mechanical and thermal loading // Int. J. of Solid and Structures. – 2001. – Vol. 38. – No. 50–51. – P. 9077–9109.

14. Stress analysis and failure properties of carbon-fibre-reinforced-plastic/steel double-lap joints / R.D. Adams, R.W. Atkins, J.A. Harris [et al.] // J. Adhes. – 1986. – Vol. 20. – P. 29–53.

15. Пестренин В.М., Пестренина И.В., Ландик Л.В. Напряженное состояние вблизи особой точки составной конструкции в плоской задаче // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2013. – № 4(10). – С. 78–87.

16. Пестренин В.М., Пестренина И.В., Ландик Л.В. Нестандартные задачи для однородных элементов конструкций с особенностями в виде клиньев в условиях плоской задачи // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2014. – № 1(27). – С. 95–109.

References

1. Goland M., Reissner E. The Stresses in Cemented Joints, Trans. ASME. *Journal of Applied Mechanics*, 1944, vol. 11, A17-A27.

2. Bo Zhao, Zhen-Hua Lu, Yi-Ning Lu. Closed-form solutions for elastic stress–strain analysis in unbalanced adhesive single-lap joints considering adherend deformations and bond thickness. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 2011, vol. 31, pp. 434-445.

3. Kurennov S.S. Model dvukhparametricheskogo uprugogo osnovaniya v raschete napryazhennogo sostoyaniya kleevogo soedineniya. *Trudy MAI*, 2013, no. 66, pp. 1-7, available at: www.mai.ru/science/trudy/

4. Bogy D.B. Two Edge-bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Tractions. *Trans. ASME. Ser. E*, 1971, vol. 38, no. 2, pp. 87-96.

5. Chobanyan K.S. Napryazheniya v sostavnykh uprugikh telakh. Erevan: Akademiya nauk Armyanskoj SSR, 1987. 338 p.

6. Aksentyan O.K. Osobennosti napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya plity v okrestnosti rebra. *Prikladnaia matematika i mekhanika*, 1967, no. 1, pp. 178-186.

7. Aksentyan O.K., Luschik O.N. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie v okrestnosti vershiny stykovogo soedineniya. *Prikladnaia mekhanika*, 1982, vol. 18, no. 7, pp. 66-73.

8. Sinclear G.B. Stress singularities in classical elasticity. – I: Removal, interpretation and analysis. *App. Mech. Rev*., 2004, vol. 57, no. 4, pp. 251-297.

9. Crocombe A.D., Adams R.D. Influence of the spew fillet and other parameters on the stress distribution in the single lap joint. *Int. J. Adhes. Adhes*, 1981, pp. 141-155.

10. Xu L.R., Kuai H., Sengupta S. Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part I. A Biologically Inspired Design. *Experimental mechanics*, 2004, vol. 44, no. 6, pp. 608-615.

11. Xu L.R., Kuai H., Sengupta S. Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part II. An integrated numerical analysis. *Experimental mechanics*, 2004, vol. 44, no. 6, pp. 616-621.

12. Matveenko V.P., Fedorov A.Y. Optimizatsiya geometrii sostavnykh uprugikh tel kak osnova sovershenstvovaniya metodik ispytanij na prochnost kleevykh soedinenij [Optimization of the geometry of compound elastic bodies with aim to improve strength test procedures for adhesive joints]. *Vychislitelnaya mekhanika sploshnykh sred*, 2011, vol. 4, no. 4, pp. 63-70.

13. Barut A., Guven I., Madenci E. Analysis of singular stress fields at junctions of multiple dissimilar materials under mechanical and thermal loading. *Int. J. of Solid and Structures*, 2001, vol. 38, no. 50-51, pp. 9077-9109.

14. Adams R.D., Atkins R.W., Harris J.A. et al. Stress analysis and failure properties of carbon-fibre-reinforced-plastic/steel double-lap joints. *J. Adhes*., 1986, vol. 20, pp. 29-53.

15. Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Landik L.V. Napryazhennoe sostoyanie vblizi osoboj tochki sostavnoj konstruktsii v ploskoj zadache [The stress state near a singular point of the flat compound designs]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, 2013, no. 4(10), pp. 78-87.

16. Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Landik L.V. Nestandartnye zadachi dlya odnorodnykh elementov konstruktsii s osobennostyami v vide klinjev v usloviyakh ploskoj zadachi [Non-standard problems of homogeneous structural elements with wedge shape features in the plane case]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, 2014, no. 1(27), pp. 95-109.

Об авторах

Пестренин Валерий Михайлович (Пермь, Россия) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики сплошных сред и вычислительных технологий Пермского государственного национального исследовательского университета (614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15, e-mail: PestreninVM@mail.ru).

Пестренина Ирина Владимировна (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры механики сплошных сред и вычислительных технологий Пермского государственного национального исследовательского университета (614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15, e-mail: IPestrenina@gmail.com).

Ландик Лидия Владимировна (Пермь, Россия) – заведующая лабораторией кафедры механики сплошных сред и вычислительных технологий Пермского государственного национального исследовательского университета (614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15, e-mail: LidiaLandik@gmail.com).

Полянина Екатерина Алексеевна (Пермь, Россия) – магистр кафедры механики сплошных сред и вычислительных технологий Пермского государственного национального исследовательского университета (614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15, e-mail: Katenapolyanina@gmail.com).

About the authors

Valery M. Pestrenin (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor Department Continuum Mechanics and Computational Technologies, Perm State National Research University (15, Bukireva str., 614990, Perm, Russian Federation, e-mail: PestreninVM@mail.ru).

Irena V. Pestrenina (Perm, Russian Federation) – Ph. D. in Tecnical Sciences, Associate Professor Department Continuum Mechanics and Computational Technologies, Perm State National Research University (15, Bukireva str., 614990, Perm, Russian Federation, e-mail: IPestrenina@gmail.com).

Lidia V. Landik (Perm, Russian Federation) – Laboratory Head, Department Continuum Mechanics and Computational Technologies, Perm State National Research University (15, Bukireva str., 614990, Perm, Russian Federation, e-mail: LidiaLandik@gmail.com).

Ekaterina A. Polyanina (Perm, Russian Federation) – Masters Degree, Department Continuum Mechanics and Computational Technologies, Perm State National Research University (15, Bukireva str., 614990, Perm, Russian Federation, e-mail: Katenapolyanina@gmail.com).

Получено 28.01.2014

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Пестренин В.М., Пестренина И.В., Ландик Л.В., Полянина Е.А. Исследование напряженного состояния в составной пластинке вблизи края линии соединения в зависимости от толщины и материальных параметров соединяющей прослойки // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2013. – № 1. – С. 153–166.

Please cite this article in English as:

Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Landik L.V., Polyanina E.A. Study of the stress state in composite plate near the connecting line edge depending on the thickness and material parameters of the connecting interlayer. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2013. No. 1. P. 153-166.