ВЕСТНИК НАУКИ И ТВОРЧЕСТВА

МЕТОД СПЛАЙН – КОЛЛОКАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ВИХРЯ В ДИНАМИКЕ ОКЕАНА

Кузнецова Наталья Владиславовна,
Дальневосточный Федеральный Университет, г. Владивосток

E-mail: Vento485@gmail.com

Аннотация. В океане наблюдается исключительно большое разнообразие волновых и вихревых движений, что обусловлено влиянием сил различного происхождения на динамику океана. С практической точки зрения особый интерес представляют вихри синоптического масштаба. Их роль велика в формирования климата океана средних распределений океанографических характеристик и их долгопериодической изменчивости.

Ключевые слова: динамика океана, уравнение вихря, решение.

Рассмотрим движение баротропной несжимаемой жидкости в двухмерной ограниченной области Ω_2, представляющей собой прямоугольник со сторонами L_x, L_y [3].

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)u - fv = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)v + fu = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Ось x направлена на восток, y – на север; u, v – соответствующие компоненты скорости, p – давление, ρ – плотность. Кривизна земной поверхности учитывается с помощью известного приближения бета-плоскости, когда параметр Кориолиса f – аппроксимируется линейной функцией меридиональной координаты $f = f_0 + \beta y$. Исключив давление в системе,

перекрестным дифференцированием первого и второго слагаемого соответственно по x и по y и вычитаем из одного уравнения другое, с учетом уравнения неразрывности, получаем выражение:

Введем обозначения:

$$(v_x - u_y)_t + u(v_x - u_y)_x + v(v_x - u_y) + \beta v = 0 \quad (2)$$

$\varsigma = v_x - u_x + f$ - потенциальный вихрь,

ψ - функция тока,определяемая соотношениями $\psi_y = -u$, $\psi_x = v$.

Тогда уравнение примет вид:

$$\zeta_t + J(\psi, \zeta) = 0, \quad (3)$$

Где $\zeta = \psi_{xx} + \psi_{yy} + f$.

Приведя выражение к безразмерному виду по формулам:

$$x, y = Lx^*, y^*; \quad u, v = Uu^*, v^*; \quad t = Tt^*,$$

Где L, U, T – характерные масштабы координат, скоростей и времени, причем $T = \frac{1}{\beta L}$.

Численные значения масштабов выбраны следующими:

$$L = 10^7 см, U = 10 см * с^{-1}, \beta = 2 * 10^{-13} см^{-1} с^{-1}.$$

В безразмерных переменных поделим уравнение на $\frac{U}{LT}$ и для удобства опустим значок (*) в обозначении безразмерных переменных. Обозначим $b = \frac{\beta L^2}{U}$ планетарный параметр и $\zeta = v_x - u_y + by$ - потенциальный вихрь, в безразмерных переменных.

Введем сетку $\Delta_t: \{t_n: t_n = \Delta t * n, n = 0,1,\dots\}$ по временной переменной t. Используем на интервале $[t_n, t_{n+1}]$ линеаризацию нелинейного уравнения, и тогда искомое уравнение вихря примет вид [4]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{b} J(\psi^n, \zeta) = 0. \quad (4)$$

$$\Delta \psi = \zeta - by \quad (5)$$

В рамках данной задачи, представлено решение уравнения (5) методом сплайн – коллокации в комбинации с методом расщепления.

Литература:

1. Кошляков М.Н., Синоптические вихри в океане // Океанология. Физика океана. 1978. Т. 1. С. 62-84.
2. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн - функций // Наука, 1980. С. 352.
3. Каменкович В.М. Основы динамики океана. – Л.: Гидрометиоиздат, 1973.— 240 с.
4. Кузин В.И. Метод конечных элементов в моделировании океанических процессов. – Новосибирск: Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1985. – 190 с.