пересечении с $F^{-1}Y'$ дающее множество M, т.е. $M = F^{-1}Y' \cap N$. Поскольку множество N замкнуто в X, а отображение F замкнуто, получаем, что множество $F(N)$ замкнуто в Y. Следовательно, замкнуто в Y' множество

$$Y' \cap F(N) = F(F^{-1}Y' \cap N) = F(M).$$

Таким образом, получили, что образ $F(M)$ замкнутого в $F^{-1}Y'$ множества M замкнут в Y', а это означает, что отображение $F : F^{-1}Y' \to Y'$ тоже замкнуто, и, так как $g' = g|_{Y'} : Y' \to Z$, получаем, что map-морфизм $F : F^{-1}g' \to g'$ замкнутый. □

Теорема 4. *Пусть отображение $f : X \to Z$ наследственно нормально, g — отображение пространства Y на пространство Z, а $F : f \to g$ — замкнутый* map-*морфизм. Тогда отображение g наследственно нормально.*

Доказательство. Рассмотрим произвольное подотображение $g' = g|_{Y'} : Y' \to Z$ отображения g. Тогда прообраз $F^{-1}Y' \subset X$ дает нам подотображение $f' : F^{-1}Y' \to Z$ отображения f.

По условию теоремы отображение f наследственно нормально, значит, подотображение f' нормально. По лемме 3 map-морфизм $F : (f' = F^{-1}g') \to g'$ тоже замкнутый. Тогда поскольку отображение f' нормально, то по теореме 1 получаем, что и отображение g' тоже нормально. □

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пасынков Б.А.* О распространении на отображения некоторых понятий и утверждений, касающихся пространств // Отображения и функторы. М.: Изд-во МГУ, 1984. 72–102.
2. *Buhagiar D., Miwa T., Pasynkov B.A.* On metrizable type (MT-) maps and spaces // Topol. and its Appl. 1999. **96**, N 1. 31–51.
3. *Энгелькинг Р.* Общая топология. М.: Мир, 1986.
4. *Nyikos P.* Problem Section. Problem B. 25 // Topol. Proc. 1984. **9**, N 2. 367.
5. *Александров П.С., Пасынков Б.А.* Введение в теорию размерности. М.: Наука, 1973

Поступила в редакцию
26.12.2018

УДК 531.382

ЗАДАЧА МИНИМАКСНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЛИНИИ ВИЗИРОВАНИЯ

В. В. Латонов[1]

Приводится решение задачи минимаксной стабилизации линии визирования в окрестности программной траектории. Движение этой линии описывается системой линейных дифференциальных уравнений четвертого порядка. В задаче возмущения представлены в виде отклонений начального положения от нуля, а также в виде постояннодействующих возмущений. Стабилизация осуществляется посредством линейной обратной связи. Коэффициенты обратной связи вычислены как оптимальные при наихудших возможных возмущениях.

Ключевые слова: линия визирования, оптимизация, стабилизация, минимаксное управление, матричное уравнение.

The solution of the problem of minimax stabilization of the line of sight in the vicinity of the program trajectory is given. The motion of this line is described by a system of fourth-order linear differential equations. In the problem, perturbations are represented as deviations of the initial position from zero as well as constant perturbations. Stabilization is carried out

[1] *Латонов Василий Васильевич* — асп. каф. прикладной механики и управления мех-мат. ф-та МГУ, e-mail: WLatonov@gmail.com.

Latonov Vasilii Vasil'evich — Postgraduate, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Applied Mechanics and Control.

through linear feedback. The feedback coefficients are calculated as optimal for the worst possible perturbations.

Key words: line of sight, optimization, stabilization, minimax control, matrix equation.

1. Введение. В работе [1] изложена математическая постановка задачи минимаксной стабилизации линейной системы, где в качестве критерия качества стабилизации выступает функционал Больца; возмущения в системе — это начальные отклонения от нуля. Метод, использованный в работе [1], разобран на примере стабилизации линейной системы дифференциальных уравнений второго порядка. В работе [2] этот метод применяется для построения минимаксной стабилизации системы третьего порядка. В [3] решается задача минимаксной стабилизации в случае невыполнения условий Калмана. В упомянутых работах отклонения начальных условий от нуля играют роль возмущений.

В настоящей работе решена задача минимаксной стабилизации системы линейных дифференциальных уравнений четвертого порядка. В задаче рассмотрены возмущения начальных условий системы, а также постояннодействующие возмущения. Стабилизация осуществляется посредством линейной обратной связи. Аналитически описано множество, из которого следует выбирать коэффициенты линейной обратной связи, обеспечивающие требуемый запас устойчивости. Для описания этого множества применена теорема Харитонова [4], из которой определяются условия устойчивости решения системы линейных дифференциальных уравнений с параметрами. Приведен пример решения этой задачи при заданных численных параметрах.

2. Математическая постановка задачи. Рассматривается система, описанная в работе [5]. Рассматривается подвижное основание, движение которого моделируется машиной Дубинса. Через α обозначим угол курса основания. Обозначим через C точку, связанную с основанием. Через $O\xi_1\xi_2\xi_3$ обозначим опорную систему отсчета — систему, не совершающую вращательных движений, а через $Cz_1z_2z_3$ — приборную систему отсчета, жестко связанную с основанием и совершающую поступательные и вращательные движения. Через E обозначим цель, неподвижную относительно инерциальной системы координат и удаленную от основания на бесконечное расстояние. Сопоставим ей линию визирования — прямую, соединяющую эту точку с точкой C. Также на основании закреплен цилиндрический объект, обладающий ненулевой массой и моментами инерции. В дальнейшем будем обозначать его координаты индексом P и называть направляющим цилиндром. Центр масс цилиндра совпадает с точкой C. Цилиндру также сопоставим линию визирования, совпадающую с его осью симметрии. Каждая из линий визирования задается двумя параметрами — углом курса φ и углом возвышения θ. Угол курса отсчитывается от направления оси Cz_2, угол возвышения — от плоскости Cz_1z_2.

Рассмотрим задачу оптимизации стабилизации линии визирования цилиндра в окрестности линии визирования цели на заданном временном промежутке. Обозначим через t_0 момент начала движения основания, через t_1 момент окончания движения ($t_1 = \infty$). Тензор инерции J_r цилиндра в главных осях инерции — диагональный:

$$J_r = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_1 \end{pmatrix}.$$

Параметры (φ_P, θ_P) — это углы курса и возвышения цилиндра; (φ_E, θ_E) — углы курса и возвышения линии визирования цели относительно подвижного основания. Запишем полную систему уравнений, определяющую движение цели и цилиндра в системе координат, связанной с основанием:

$$\begin{cases} (I_1\cos^2\theta_P + I_2\sin^2\theta_P)\ddot{\varphi}_P = u_{\varphi P} - \nu_\alpha(I_1\cos^2\theta_P + I_2\sin^2\theta_P) + \dot{\theta}_P(\omega_\alpha + \dot{\varphi}_P)(I_1 - I_2)\sin(2\theta_P), \\ I_1\ddot{\theta}_P = u_{\theta P} - (\omega_\alpha + \dot{\varphi}_P)^2(I_1 - I_2)\sin\theta_P\cos\theta_P, \\ \ddot{\varphi}_E = -\nu_\alpha, \\ \dot{\omega}_\alpha = \nu_\alpha. \end{cases} \tag{1}$$

Параметры ω_α и ν_α — это угловая скорость и угловое ускорение подвижного основания при вращении вокруг вертикальной оси; $u_{\varphi P}$ и $u_{\theta P}$ — управления, обеспечивающие движение цилиндра.

3. Минимаксная стабилизация билинейной системы. Предположим, что основание движется произвольным образом. Будем считать, что программная траектория направляющего цилиндра такова, что он постоянно направлен на точку, совпадающую с целью E, неподвижную

относительно инерциальной системы координат. Запишем уравнения в вариациях по начальным условиям для цилиндра, управлениям и возмущениям. Программные управления, необходимые для поддержания цилиндра в неподвижном положении, — нулевые моменты $u^*_{\varphi P} = 0$ и $u^*_{\theta P} = 0$. Зададим вектор фазовых координат $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$, где $x_1 = \varphi_P - \varphi_E$, $x_2 = \theta_P - \theta_E$, $x_3 = \dot\varphi_P - \dot\varphi_E$, $x_4 = \dot\theta_P - \dot\theta_E$. Также зададим вектор стабилизирующих управлений $\delta u = (\delta u_{\varphi P}, \delta u_{\theta P})$, где $\delta u_{\varphi P} = u_{\varphi P} - u^*_{\varphi P}$, $\delta u_{\theta P} = u_{\theta P} - u^*_{\theta P}$. Зададим переменную v — возмущение по ω_α и переменную w — возмущение по ν_α. При линеаризации системы (1) в окрестности программных траекторий не остается слагаемых, содержащих v и w. Рассмотрим систему, содержащую билинейные компоненты xv, отбросив остальные члены второго порядка малости. В матричной форме она имеет вид $\dot x = (A_0 + A_1 v(t))x + B\delta u + B_1 v(t) + B_2 w(t)$. Будем считать, что $v(t) \equiv v = \text{const}$ и $w \equiv 0$. Ограничим v: $|v| \leqslant \tilde v$. В этом случае компоненты матрицы $A_0 + A_1 v$ принимают значения из конечного отрезка. Полученная система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \dot x_1 = x_3, \\ \dot x_2 = x_4, \\ \dot x_3 = (\delta u_{\varphi P} + (I_1 - I_2)\sin 2\theta_E v x_4)/(I_1 \cos^2\theta_E + I_2 \sin^2\theta_E), \\ \dot x_4 = (\delta u_{\theta P} - (I_1 - I_2)\sin 2\theta_E v x_3)/I_1. \end{cases} \tag{2}$$

Построим стабилизирующее управление следующим образом: $\delta u_{\varphi P} = k_{1\varphi}x_1 + k_{2\varphi}x_3$ и $\delta u_{\theta P} = k_{1\theta}x_2 + k_{2\theta}x_4$. Получим однородную систему линейных дифференциальных уравнений в виде $\dot x = A(\mathbf{k}, v)x$, где через $\mathbf{k}$ обозначается упорядоченная четверка коэффициентов $(k_{1\varphi}, k_{2\varphi}, k_{1\theta}, k_{2\theta})$. Зададим интегральный функционал качества стабилизации:

$$\Phi(\mathbf{k}, x(t_0), v) = \int_{t_0}^{\infty} x^T E_4 x \, dt, \tag{3}$$

где E_4 — единичная матрица размером 4×4. Пусть начальное рассогласование линий визирования принадлежит единичному шару в четырехмерном пространстве, т.е. $||x(t_0)|| \leqslant 1$. Через Q_0 обозначим выпуклое односвязное компактное множество, из которого могут быть выбраны коэффициенты $\mathbf{k}$. Множество Q_0 содержит только те коэффициенты $\mathbf{k}$, при которых решение системы (2) асимптотически устойчиво (в противном случае функционала $\Phi(\mathbf{k}, x(t_0), v)$ может не существовать). Поставим задачу: вычислить коэффициенты линейной обратной связи, при которых функционал (3) принимал бы наименьшее значение в случае возмущений, стремящихся его максимизировать: $\max\limits_{|v|\leqslant\tilde v} \max\limits_{||x(t_0)||\leqslant 1} \Phi(\mathbf{k}, x(t_0), v) \to \min\limits_{\mathbf{k}\in Q_0}$. В настоящей работе рассматривается упрощенная задача: будем считать, что коэффициенты $k_{2\varphi}$ и $k_{2\theta}$ заданы, а минимум будем искать только по коэффициентам $k_{1\varphi}$ и $k_{1\theta}$. Коэффициенты $k_{2\varphi}$ и $k_{2\theta}$ определяют линейную зависимость между скоростью углового движения цилиндра и силой вязкого трения, действующего на него. Далее под функцией переменной $\mathbf{k}$ будем подразумевать функцию параметров $k_{1\varphi}$ и $k_{1\theta}$, а под минимумом по $\mathbf{k}$ — минимум по $k_{1\varphi}$ и $k_{1\theta}$.

Введем обозначения: $C = I_1 \cos^2\theta_E + I_2 \sin^2\theta_E$, $D = (I_1 - I_2)\sin 2\theta_E$. Сначала определим множество Q_0. Наложим дополнительное требование на коэффициенты $\mathbf{k}$: они должны обеспечивать запас устойчивости α_0 решению системы (2). Сделаем замену переменных $x_i = e^{-\alpha_0 t} y_i$, $i = 1, 2, 3, 4$. Характеристический многочлен системы (2) имеет вид

$$P(v, \lambda) = a_0(v) + a_1(v)\lambda + a_2(v)\lambda^2 - \frac{I_1 k_{2\varphi} + C k_{2\theta} + 4 C I_1 \alpha_0}{C I_1}\lambda^3 + \lambda^4,$$

где

$$a_0(v) = (k_{1\varphi}k_{1\theta} - (k_{2\varphi}k_{1\theta} + k_{1\varphi}k_{2\theta})\alpha_0 - (I_1 k_{1\varphi} + C k_{1\varphi} - k_{2\varphi}k_{2\theta} - D^2 v^2)\alpha_0^2 + (I_1 k_{2\varphi} + C k_{2\theta})\alpha_0^3 + C I_1 \alpha_0^4)\tfrac{1}{C I_1},$$

$$a_1(v) = (k_{2\varphi}k_{1\theta} + k_{1\varphi}k_{2\theta} + (2 I_1 k_{1\varphi} + 2 C k_{1\theta} - 2 k_{2\varphi}k_{2\theta} - 2 D^2 v^2)\alpha_0 - 3(I_1 k_{2\varphi} + C k_{2\theta})\alpha_0^2 - 4 C I_1 \alpha_0^3)\tfrac{1}{C I_1},$$

$$a_2(v) = (k_{2\varphi}k_{2\theta} - I_1 k_{1\varphi} - C k_{1\theta} + D^2 v^2 + 3 I_1 k_{2\varphi}\alpha_0 + 3 C k_{2\theta}\alpha_0 + 6 C I_1 \alpha_0^2)\tfrac{1}{C I_1}.$$

Только три коэффициента полинома зависят от v — это a_0, a_1 и a_2. Более того, они зависят только от v^2, поэтому достаточно получить условия устойчивости при $v \in [0, \tilde{v}]$. Рассмотрим четыре полинома, которые получаются из $P(v, \lambda)$ при следующих наборах коэффициентов, зависящих от v:

1) $a_0(\tilde{v})$, $a_1(\tilde{v})$, $a_2(0)$; 2) $a_0(0)$, $a_1(0)$, $a_2(\tilde{v})$; 3) $a_0(\tilde{v})$, $a_1(0)$, $a_2(0)$; 4) $a_0(0)$, $a_1(\tilde{v})$, $a_2(\tilde{v})$.

Этим четырем полиномам соответствуют четыре области устойчивости Q_i, $i = 1, 2, 3, 4$. Согласно теореме Харитонова $Q_0 = \bigcap_{i=1}^{4} Q_i$. Аналитически границы множеств Q_i задаются при помощи неявных функций. Их представление очень громоздко. Однако у всех четырех множеств часть границы определяется одной и той же гиперболой $h(k_{1\varphi}, k_{1\theta}, \alpha_0) = 0$, где

$$h(k_{1\varphi}, k_{1\theta}, \alpha_0) = k_{1\varphi}k_{1\theta} - k_{1\varphi}\alpha_0(k_{2\theta} + I_1\alpha_0) - k_{1\theta}\alpha_0(k_{2\varphi} + C\alpha_0) + \\ + (k_{2\varphi}k_{2\theta} + D^2\tilde{v}^2)\alpha_0^2 + (I_1k_{2\varphi} + Ck_{2\theta})\alpha_0^3 + I_1C\alpha_0^4.$$

Асимптоты этой гиперболы задаются уравнениями $k_{1\varphi} = \alpha_0(k_{2\theta} + I_1\alpha_0)$ и $k_{1\theta} = \alpha_0(k_{2\varphi} + C\alpha_0)$. Обозначим через $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0)$ проекцию на плоскость $(k_{1\varphi}, k_{1\theta})$ множества Q_0. Она представляет особый интерес, поскольку именно на этой плоскости в дальнейшем будет проводиться поиск минимума.

Для отыскания минимакса требуется найти способ вычисления возмущений, доставляющих максимум функционалу (3) при произвольно взятых коэффициентах $\mathbf{k}$ и произвольно выбранном v. Введем обозначение

$$H(\mathbf{k}, v) = \int_{t_0}^{\infty} e^{A^T(\mathbf{k},v)t} E_4 e^{A(\mathbf{k},v)t}\, dt.$$

Тогда интегральный функционал представим в виде терминального функционала:

$$\Phi(\mathbf{k}, x(t_0), v) = x^T(t_0)H(\mathbf{k}, v)x(t_0).$$

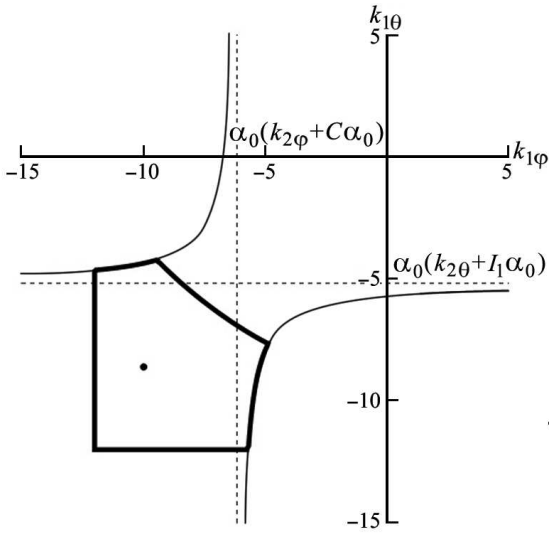
Матрица $H(\mathbf{k}, v)$ согласно результатам, приведенным в работе [6], находится из матричного уравнения

$$A^T(\mathbf{k}, v)H(\mathbf{k}, v) + H(\mathbf{k}, v)A(\mathbf{k}, v) = -E_4,$$

где симметричная матрица $H(\mathbf{k}, v)$ определена положительно. Максимум по шару $||x(t_0)|| \leqslant 1$ функционала $\Phi(\mathbf{k}, x(t_0), v)$ равен его максимуму по сфере $||x(t_0)|| = 1$ при любом фиксированном значении v, поскольку квадратичная функция $x^T(t_0)H(\mathbf{k}, v)x(t_0)$ строго выпуклая. Максимум этой функции совпадает с максимальным собственным значением матрицы $H(\mathbf{k}, v)$, а аргумент $x^0(t_0)$, на котором достигается максимальное значение функции по начальным возмущениям, — это собственный вектор, соответствующий максимальному собственному значению матрицы $H(\mathbf{k}, v)$. Через μ_i обозначим i-е собственное значение матрицы. Абсолютный минимум функции $\max\limits_{|v| \leqslant \tilde{v}} \max\limits_{||x(t_0)||=1} \Phi(\mathbf{k}, x(t_0), v)$ по переменным $\mathbf{k}$ на множестве Q_0 может находиться либо внутри множества Q_0, либо на его границе.

Ограничим все константы неравенствами $k_{1\varphi} \geqslant -12$, $k_{1\theta} \geqslant -12$, чтобы множество $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0)$ было компактным. Матрица $H(\mathbf{k}, v)$ и ее собственные значения и собственные векторы имеют громоздкое представление в аналитическом виде. Зададим параметры системы для численного моделирования: $\theta_E = 0.3$; $I_1 = 2.5$; $I_2 = 1.5$; $k_{2\varphi} = -9$; $k_{2\theta} = -8$; $\alpha_0 = 0.9$; $\tilde{v} = 3.5$. Таким образом, каждая клетка h_{ij} матрицы $H(\mathbf{k}, v)$ — это функция $k_{1\varphi}$, $k_{1\theta}$ и v. Точка минимума собственных значений $H(\mathbf{k}, v)$ может находиться как на границе множества $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0)$, так и внутри него. Используем концепцию активных индексов, предложенную в работе [1]: введем множество индексов $J(\mathbf{k}, v)$, такое, что $j \in J(\mathbf{k}, v)$, если $\mu_j(\mathbf{k}, v) = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant 4} \mu_i(\mathbf{k}, v)$. Все собственные значения этой матрицы — функции $k_{1\varphi}$, $k_{1\theta}$ и v.

Рассмотрим внутренние точки множества $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0)$. Необходимое условие минимума для внутренних точек записывается в виде уравнений $\frac{\partial \mu_j(\mathbf{k}^0, v)}{\partial k_{1\varphi}} = \frac{\partial \mu_j(\mathbf{k}^0, v)}{\partial k_{1\theta}} = 0$. Для граничных точек множества $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0)$ условия минимума определяются иначе [1]. Если в граничной точке $\mathbf{k}^0$ достигается локальный минимум функции $\mu_j(\mathbf{k}, v)$ на множестве $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0)$, то существуют $\nu_j \geqslant 0$, $j \in J(\mathbf{k}, v)$, и вектор $a \in K^*$, такие, что $\sum_{j \in J(\mathbf{k},v)}^{N} \nu_j + a \neq 0$ и $\sum_{j \in J(\mathbf{k},v)}^{N} \nu_j \frac{\partial \mu_j(\mathbf{k}^0, v)}{\partial k} + a^T = 0$, где $K^*(\mathbf{k}^0)$ — двойственный конус, построенный в граничной точке $\mathbf{k}^0$. Определение двойственного конуса приведено в работе [7].



Множество $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0^2)$ и точка минимума ($k_{1\varphi}=-9.97701$, $k_{1\theta}=-8.60929$)

Соотношением $\frac{\partial\mu_j(\mathbf{k},v^0)}{\partial v}=0$ определяется необходимое условие максимума на внутренней точке отрезка $[-\tilde{v},\tilde{v}]$. Максимум по v также может достигаться в одной из точек $\pm\tilde{v}$, поэтому значения функции $\mu_j(\mathbf{k},v)$ проверяются и в этих точках.

Воспользуемся указанными условиями и вычислим минимум по $\mathbf{k}$ среди всех максимумов по v от $\mu_j(\mathbf{k},v)$. Численный эксперимент показал, что при заданных параметрах минимакс достигается в точке ($k^0_{1\varphi}=-9.97701$, $k^0_{1\theta}=-8.60929$) при значении $v^0=\pm 3.5$. Наихудшее начальное возмущение достигается в двух точках, симметричных относительно начала координат:

$$x^0(t_0)=(0.101173,0.983958,-0.0169072,0.145961),$$
$$x^0(t_0)=(-0.101173,-0.983958,0.0169072,-0.145961).$$

На рисунке жирными линиями показана проекция Q_0 на плоскость $(k_{1\varphi},k_{1\theta})$ и точка $\mathbf{k}^0$. Также на рисунке изображены ветви гиперболы $h(k_{1\varphi},\,k_{1\theta},\alpha_0)=0$, образующие часть границы множества $\mathrm{pr}_{k_{1\varphi}k_{1\theta}}(Q_0)$, асимптоты этой гиперболы. Точка $k_{2\varphi}=-9$, $k_{2\theta}=-8$, выбранная для численного моделирования, удовлетворяет критерию Гурвица.

4. Выводы. Приведено решение задачи минимаксной стабилизации линии визирования направляющего цилиндра на подвижном основании. Цель задачи — вычисление коэффициентов обратной связи, обеспечивающих оптимальную стабилизацию в смысле квадратичного функционала при наихудших начальных и постояннодействующих возмущениях. Приведено аналитическое описание множества, из которого выбираются коэффициенты обратной связи. Множество построено с применением теоремы Харитонова. Для заданных параметров численно найдены коэффициенты обратной связи.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 18–00–01590.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Alexandrov V.V., Bugrov D.I., Corona M.G., Tikhonova K.V.* Tent-method application for minmax stabilization and maxmin testing // IMA J. Math. Control and Inform. 2017. **34**, N 1. 15–25.
2. *Александрова О.В., Козик А.А.* Минимаксная оптимизация параметров стабилизации программного полета // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2019. № 3. 45–49.
3. *Александров В.В., Рамирез Гутиерез Х.А.* Алгоритм минимаксной стабилизации линейных систем третьего порядка // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2018. № 2. 47–52.
4. *Харитонов В.Л.* Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1978. **14**, № 4. 2086–2088.
5. *Латонов В.В., Тихомиров В.В.* Управление линией визирования цели по видеоизображению // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2018. № 1. 53–59.
6. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
7. *Болтянский В.Г.* Метод шатров в теории экстремальных задач // Успехи матем. наук. 1975. **30**, вып. 3(183). 3–55.

Поступила в редакцию
15.01.2019