

2. Если первоначально одинаковые шарики надуть давлениями превышающими $q_{\max}$, но разными. Тогда в шарике меньшего радиуса, после соединения трубочкой давление будет уменьшаться, а шарик большего радиуса начнет раздуваться (!).

3. Пусть в этом эксперименте, первый шарик надуется давлением $q \leq q_{\max}$, а второй – давлением $q \geq q_{\max}$. Процедура выравнивания давлений даст результаты эксперимента 2). Здесь возможен слу-

чай, когда одинаковому давлению соответствуют два разных перемещения w . В этом моменте равновесия размеры шариков не должны изменяться.

© Масолыго А. И., Машнина В. А.,
Тудвасев С. Ю., Сабиров Р. А., 2010

УДК 531.1

А. Н. Мелконян

Научный руководитель – Л. И. Тюрикова

Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева, Красноярск

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ РАКЕТЫ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТОЛЬКО РЕАКТИВНОЙ СИЛЫ

Рассматривается поступательное, прямолинейное движение ракеты в свободном пространстве под действием только реактивной силы. Выявляется основная возможность получения больших скоростей ракеты в конце активного участка пути.

Пусть ракета движется прямолинейно в свободном пространстве под действием одной реактивной силы. Масса ракеты будет непрерывно убывать за счет истечения продуктов горения. Тело, масса M которого непрерывно изменяется с течением времени, называется телом переменной массы, т. е. масса M является непрерывной функцией времени $F(t)$. Чтобы исключить из рассмотрения внутренние силы взаимодействия корпуса ракеты и вылетающих газов, рассмотрим ракету и газы как единую систему. Пусть относительная скорость отбрасываемых двигателем частиц постоянна и направлена прямо противоположно скорости центра масс ракеты. Определим приращение количества движения рассматриваемой системы за время Δt . Пусть в момент времени t ракета имеет массу M и скорость V . В момент времени $t + \Delta t$ масса ракеты уменьшается на массу m вылетающих за время Δt газов, а ее скорость увеличивается на ΔV . Тогда количество движения системы в момент t равно $Q_0 = MV$.

А в момент времени $t + \Delta t$ оно будет состоять из количества движения ракеты массой $M - m_0$ и вылетевших газов массой m , т. е.

$$Q = (M - m)V + \Delta V + m(V + \Delta V + U) = MV + M\Delta V + mU$$

Приращение количества движения за время Δt равно $\Delta Q = Q - Q_0$. Т. е.

$$\Delta Q = MV + M\Delta V + mU - MV = M\Delta V + mU$$

Если рассматривать массу ракеты как убывающую функцию, то приращение этой функции за

время Δt – величина отрицательная, по абсолютному значению равная массе вылетевших за это же время газов, т. е. $m = -\Delta M$, так что

$$\Delta Q = M\Delta V - U\Delta M$$

Разделив это равенство на Δt и перейдя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим

$$\frac{dQ}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} M \frac{\Delta V}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} U \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

$$\frac{dQ}{dt} = M \frac{dV}{dt} - U \frac{dM}{dt} \quad (1)$$

Используем теорему об изменении количества движения в дифференциальной форме:

$$\frac{dQ}{dt} = \sum_{k=1}^n F_k^e \quad (2)$$

Т. е. производная по времени от количества движения системы материальных точек равна главному вектору внешних сил, действующих на систему.

$$M \frac{dV}{dt} - U \frac{dM}{dt} = \sum_{k=1}^n F_k^e$$

$$M \frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^n F_k^e + U \frac{dM}{dt}$$

Это уравнение представляет собой в векторной форме дифференциальное уравнение движения точки переменной массы, называемое уравнением Мещерского. Последнее слагаемое по размерности является силой, обозначим его через

$$\Phi = \frac{\bar{U} dM}{dt}$$

Сила Φ называется реактивной силой, которая обусловлена изменением массы ракеты.

Так как на ракету не действуют внешние силы, то:

$$\Phi = M \frac{d\bar{V}}{dt}$$

Так как $dM/dt < 0$, то реактивная сила направлена в сторону, противоположную относительной скорости вылетающих газов $\bar{U}$. Эта сила будет тем больше, чем больше относительная скорость газов $\bar{U}$ и абсолютное значение производной dM/dt , которая является секундным расходом топлива ракеты.

$$M \frac{dV_x}{dt} = U_x \frac{dM}{dt}$$

$$M \frac{dV}{dt} = -U \frac{dM}{dt}$$

Разделим переменные и берем интегралы от обеих частей.

$$\frac{1}{U} dV = - \frac{dM}{M}$$

$$V = V_0 + U \ln \left(\frac{M_0}{M} \right) \quad (4)$$

Определим скорость ракеты в момент выгорания всего топлива. Обозначим массу корпуса ракеты со всем оборудованием M_K , а всю массу топлива через M_T . Тогда $M_0 = M_K + M_T$

Когда все топливо ракеты будет израсходовано, масса ракеты будет равна M_K . Подставляя эти значения в равенство (4), получим:

$$V = V_0 + U \ln \left(\frac{M_K + M_T}{M_K} \right) \quad (5)$$

Эта формула называется формулой Циолковского. При $V_0 = 0$, она получит вид:

$$V = U \ln \left(1 + \frac{M_T}{M_K} \right) \quad (5)$$

Формула Циолковского определяет скорость ракеты, когда все ее топливо будет израсходовано.

Из формулы (5) следует, что при отсутствии внешних сил, предельная скорость ракеты зависит от относительной скорости истечения газов U и относительного запаса топлива M_T/M_K . Из формулы Циолковского следует весьма важный практический результат: для получения возможно больших скоростей ракеты в конце активного участка гораздо выгоднее идти по пути увеличения относительных скоростей отбрасывания частиц, чем по пути увеличения относительного запаса топлива.

Библиографические ссылки

1. Космодемьянский А. А. Циолковский К. Э. М. : Наука, 1987.
2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. 15-е изд. М. : Высш. шк., 2005.
3. Попов М. В. Теоретическая механика. М. : Наука, 1986.

© Мелконян А. Н., Тюрикова Л. И., 2010

УДК 621:396.677

И. С. Морозков, С. В. Ромашенко, Е. А. Шевцов
Научный руководитель – А. К. Шатров
ОАО «Информационные спутниковые системы»
имени академика М. Ф. Решетнева, Железногорск

РЕФЛЕКТОРЫ АНТЕНН КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА БАЗЕ ГИБКОЙ ФОРМООБРАЗУЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ

Облегченные крупногабаритные конструкции являются важным звеном для достижения успеха в космических проектах. В сравнении с другими трансформируемыми крупногабаритными конструкциями надувные конструкции имеют уникальные преимущества для достижения снижения массы и объема в сложном положении.

Надувная антенна в сложенном состоянии имеет минимальные размеры и потенциально самую небольшую массу. Она изготавливается из тонкого гибкого материала, который перед запуском сворачивается, а после запуска раскрывается за счет избыточного давления. Рефлектор такой антенны напоминает круглую параболоидальную подушку с радиопрозрачной передней поверхностью и радиоотражающей тыльной. По краю она подкрепляется надувным тором [1].

Надувные конструкции делятся на типы по способу сохранения формы в рабочем положении:

1. Конструкции, форма которых на протяжении всего срока функционирования сохраняется за счет давления. В этом случае стабильность надувной системы, которая должна оставаться герметичной на протяжении значительного времени, и в основном гарантируется материалом, который может самовосстанавливаться после пробоя или за счет наличия перегородок, когда отсеки выводятся из строя по мере возникновения пробоев. В любом случае необходима система управления пространственным положением КА, которая может компенсировать тягу, создаваемую за счет утечки.