

зисторів. Глибше розуміння фізичних процесів у цій сфері розкриє величезні потенціальні можливості цього типу транзисторів. Аналізуючи роботи, які пропонуються для моделювання електричних характеристик нанотранзисторів, найбільше відповідає функція Гріна для неврівноважених процесів, оскільки можна отримати розв'язок рівняння Пуассона і Шредінгера.

Література

1. Klitzing K., Dorda G., Pepper M., Phys. Rev. Lett., 45, 1980. – С. 494-497.
2. Buks E., Schuster R., Heiblum H., Umansky U., Nature, 391, 1998. – С. 871-874.
3. Мартінес-Дуарт Дж., Мартін-Палма Р., Агулло-Рueda Ф. Нанотехнологія для микро- и оптоелектроники. Техносфера. – М., 2007. – С. 314-322.
4. Ankona M. Yu Z., Dufton E. et. al, IEEE Trans Electron Device, 47, 2000, 2310-2319.
5. Fischetti M., Laux S., Phys. Rev. B, vol 38, pp. 9721-9745, 1988.

УДК 681.142.2; 622.02.658.284; 621.325 Доц. Д.Д. Пелешко, канд. техн. наук –
НУ "Львівська політехніка"

ЧАСТОТНА ФІЛЬТРАЦІЯ НАБОРІВ ЗОБРАЖЕНЬ

На основі частотного розподілу математичного сподівання запропоновано алгоритм фільтрування наборів зображень на сонові для подальшої їх обробки в задачах підвищення роздільної здатності.

Assoc. prof. D.D. Peleshko – NU "L'vivs'ka Politekhnika"

Frequency filtering of the image set

There is proposed algorithm of filtering the set of image is based on the frequency of mathematical average. This algorithm optimize the set of images for following processing.

Вступ

У різноманітних галузях застосування інформаційних технологій дедалі частіше виникає проблема ефективності збору, перетворення і опрацювання візуальних даних, впровадження нових технологічних рішень, і, насамперед автоматизації процесу оброблення таких даних. Так, при ідентифікації об'єктів у промислових системах, при відеоспостереженні у медичних системах та інших широко використовується інформація, представлена у вигляді зображень – двовимірних проекцій просторових сцен.

Низькі обчислювальні можливості і слабкі апаратні засоби 70-80-х рр. спричинили інтенсивний розвиток алгоритмічно складних методів оброблення зображень. Одними із найбільш ефективних з точки зору отриманих результатів були методи, які опрацьовували набори однотипних зображень і давали змогу вирішити основне завдання – збільшення роздільної здатності. Основним стримуючим фактором розвитку цих методів була велика алгоритмічна складність, яка потребувала дуже значних на той час обчислювальних ресурсів.

Здешевлення потужних апаратних ресурсів у середині 90-х років зменшило актуальність методів роботи із наборами зображень, оскільки основне завдання – підвищення роздільної здатності – вирішувалося на апаратному рівні. Фактично уся робота над зображеннями звелася до розробки швидких методів оброблення окремих зображень. У результаті було розроблено багато

надзвичайно ефективних алгоритмів опрацювання, які давали змогу в реальному часі вирішувати постійно виникаючі нові прикладні завдання.

Упродовж останніх років розвиток апаратних засобів істотно втратив динаміку інтенсивного розвитку. Подальше розширення апаратних можливостей досягнуло таких границь, перехід за які стає невиправдано затратним. Проте отримані сучасні обчислювальні можливості нівелювали залежність від алгоритмічної складності. Іншими словами, на нинішньому етапі з'явилася можливість в реальному часі програмно чи апаратно реалізовувати достатньо складні алгоритми.

1. Постановка задачі

Поряд з досягненням останніх обчислювальних можливостей почали з'являтися нові прикладні напрямки для сфери опрацювання зображень, наприклад Data Mining. Актуалізація робіт, пов'язаних з обробкою наборів зображень, породила нові вимоги до попереднього оброблення зображень. Серед основних завдань попереднього оброблення є фільтрація наборів зображень з метою вилучення "зашумлених" зображень з подальшого оброблення набору.

Метою статті є побудова швидкого і ефективного способу фільтрації набору зображень для подальшого опрацювання в прикладних задачах. Основним базисом для вирішення цієї задачі є методи математичної статистики.

2. Формування генеральної сукупності

Нехай існує набір P дискретних зображень

$$P = \{P_i\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

де: P_i – i -е зображення набору; n – кількість зображень в наборі; i – індекс зображення в наборі. Кожне зображення P_i характеризується своєю довжиною l_i та висотою h_i . Добуток $d_i = l_i h_i$ визначає розмірність зображення.

Якщо через P^Φ позначити відфільтровану підмножину рисунків набору P , а через P^Ψ – множину рисунків з P , які становлять "шум", то очевидно повинна задовольнятися рівність. Тоді завдання фільтрації полягає в побудові множини P^Ψ такої, щоб мала місце

$$P = P^\Phi \cup P^\Psi; \quad P^\Phi \cap P^\Psi = \emptyset. \quad (2)$$

Фактично основне завдання алгоритму зводиться до побудови множини P^Ψ .

Введемо позначення:

- $p_i(x, y) = p_{i(x, y)}$; $i = \overline{1, n}$ – піксел (точка) з координатою (x, y) рисунка P_i ;
- $c_i(x, y) = c_{i(x, y)}$; $i = \overline{1, n}$ – узагальнене в заданій кольоровій палітрі значення кольору пікселя $p_{i(x, y)}$. У разі зображень в градаціях одного кольору c^i виступає значенням функції інтенсивності. Якщо ввести в розгляд $j = j(x, y)$, то значення кольору можна подати у вигляді

$$p_{i(x, y)} = p_{ij} \rightarrow c_{i(x, y)} = c_{ij}; \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, d_i}. \quad (3)$$

Основною характеристичною величиною рисунка візьмемо точкову оцінку значень кольору, а саме середнє статистичне кольору

$$M_i = \frac{1}{d_i} \sum_{j=1}^{d_i} c_{ij}. \quad (4)$$

Це дає змогу до розгляду приймати рисунка з різними значеннями d_i .

У результаті обчислень за формулою (4) отримуємо набір випадкової величини

$$M = \{M_i\}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Розподіл M на проміжку $[1, d_i]$ має стохастичний характер (рис. 1) і не може використовуватися в подальшому розгляді. Для організації генеральної сукупності будуємо інтервали впорядкованої за зростанням (чи спаданням) величини $\{M_i\}$

$$\forall i > 0, \exists z > 0: \quad M_i = M_{iz} \in \Lambda_z = [I_{z-1}, I_z]; \quad z = \overline{1, k}, \quad (6)$$

де: $\Lambda_z = [I_{z-1}, I_z]$ – z -й інтервал; M_{iz} – i -е значення величини M , яке потрапляє в z -й інтервал; I_z – інтервальна границя; $k > 0$ – кількість інтервалів. При цьому незалежно від значення k початкове та кінцеве значення набору інтервальних границь $\{I_z\}$ визначаються за формулами

$$I_0 = \min_{i \in [1, n]} (M_i); \quad I_k = \max_{i \in [1, n]} (M_i). \quad (7)$$

Кожному інтервалу Λ_z у відповідність поставимо значення частоти V_z потрапляння величини M у цей інтервал

$$\Lambda_z \rightarrow V_z, \quad V = \{V_z\}, \quad \Lambda = \{\Lambda_z\} \quad z = \overline{1, k}, \quad (8)$$

Отримана випадкова величина V становить генеральну сукупність для подальших досліджень.

3. Алгоритм фільтрації

Першим кроком алгоритму є перевірка гіпотези про нормальний розподіл випадкової величини V . Для цього використовується критерій Пірсона для випадкової величини χ^2 з густиною розподілу [1, 3]

$$f(V) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma(k/2)} e^{-\frac{V}{2}}, & \text{при } V > 0; \\ 0, & \text{при } V \leq 0; \end{cases} \quad (9)$$

де k – виступає ступенями свободи, а $\Gamma\left(\frac{k}{2}\right) = \int_0^\infty V^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{V}{2}} dV$ – гама-функція [3].

Для випадкової величини V введемо в розгляд середнє статистичне M_V дисперсію D_V та середнє квадратичне відхилення S_V

$$M_V = \frac{1}{k} \sum_{z=1}^k V_z; \quad (10)$$

$$D_V = \frac{1}{k-1} \sum_{z=1}^k (V_z - M_V)^2; \quad (11)$$

$$S_V = \sqrt{D_V} . \quad (12)$$

Теоретична частота випадкової величини V , яка відповідає z -у інтервалу обчислюється за формулою Муавра-Лапласа [3]

$$\Phi_z(V_z) = \frac{I_k - I_0}{k} \frac{1}{S_V \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(V_z - M_V)^2}{2S_V^2}} . \quad (13)$$

Тоді обчислюване значення критерію Пірсона визначається за формулою

$$\chi_{\text{обчсл}}^2 = n \sum_{z=1}^k \frac{(V_z - \Phi_z)^2}{\Phi_z} . \quad (14)$$

Порівняно із табличним значенням критерію приймається рішення про правильність із заданим рівнем значимості (α) гіпотези про нормальний розподіл випадкової величини.

У разі прийняття гіпотези про нормальний розподіл випадкової величини V , вона приймається як точкова оцінка для побудови інтервалу довіри.

$$\Lambda_{\text{дов } V} = [A_V; B_V], \quad \text{тут } A_V = M_V - \delta_V; \quad B_V = M_V + \delta_V; \quad \delta = t_V m_V, \quad (15)$$

З довірчою імовірністю

$$p = 2\Phi(t_V). \quad (16)$$

Множник t можна підібрати таким чином, щоб імовірність того, що істинне значення математичного сподівання E_V випадкової величини V лежало за межами інтервалу $\Lambda_{\text{дов}}$ не перевищувало деякого достатньо малого рівня значимості α . Можливість такого вибору існує завдяки тому, що випадкова величина $\frac{M_V - E_V}{m_V}$ має розподіл Ст'юдента з кількістю ступенів свободи $k - 1$.

Тому за t можна взяти з таблиці розподілу Ст'юдента критичну точку, яка відповідає рівню значимості α та кількості ступенів свободи $k - 1$.

Різниця $1 - \alpha$, яка дорівнює p , дає надійність оцінки інтервалу довіри.

Зважаючи на ін'єктивність відображення (8) і впорядкованість $\{\Lambda_z\}$, будуємо інтервал довіри для арифметичного середнього (4). Для цього відображення (8) подамо у вигляді

$$I'_z \rightarrow V_z, \quad I'_z = \frac{I_z - I_{z-1}}{2}, \quad z = \overline{1, k}, \quad (17)$$

А саме відображення $V_z = V(I'_z)$ вважаємо лінійною функцією на проміжку Λ_z . Очевидно, що границі інтервалу довіри (15) потрапляють в який-небудь з проміжків набору V . Нехай A_V потрапляє в інтервал $[V_{z_1}; V_{z_1-1}]$, а B_V в інтервал $[V_{z_2}; V_{z_2-1}]$.

На основі (17) і рівняння прямої лінії [4] отримуємо рівняння

$$\frac{A_V - V_{z_1}}{V_{z_1-1} - V_{z_1}} = \frac{A - I'_{z_1}}{I'_{z_1-1} - I'_{z_1}}; \quad \frac{B_V - V_{z_2}}{V_{z_2-1} - V_{z_2}} = \frac{B - I'_{z_2}}{I'_{z_2-1} - I'_{z_2}}, \quad (18)$$

де A і B є граничними значення інтервалу довіри для арифметичного середнього M . Згідно з (18) вони рівні

$$\Lambda_{\text{дов}} = [A, B]; A = I'_{z_1} + \frac{(I'_{z_1-1} - I'_{z_1})(A_V - V_{z_1})}{V_{z_1-1} - V_{z_1}}; B = I'_{z_2} + \frac{(I'_{z_2-1} - I'_{z_2})(B_V - V_{z_2})}{V_{z_2-1} - V_{z_2}}. \quad (19)$$

На основі (19) стосовно (5) приймається рішення про віднесення рисунка до одного з наборів P^Φ чи P^Ψ . Якщо значення M_i рисунка P_i потрапляє в інтервал $\Lambda_{\text{дов}}$, то рисунок відноситься до набору P^Φ . В іншому разі – до набору P^Ψ .

4. Результати роботи алгоритму фільтрації

На рис. 1 та рис. 2 наведено набір рисунків, до якого буде застосовуватись запропонований алгоритм. На обох рисунках набір, який буде оброблятися, є однаковим. Характеристики набору є такими:

- кількість рисунків в наборі – 52;
- кольорова палітра – gray (у відтінках сірого);
- розмір рисунків є однаковим і становить 34×54 піксели.

При заданих характеристиках час роботи обох алгоритмів не перевищував 5 с. Червона рамка навколо рисунка визначає за результатами розрахунку даний рисунок шумом.

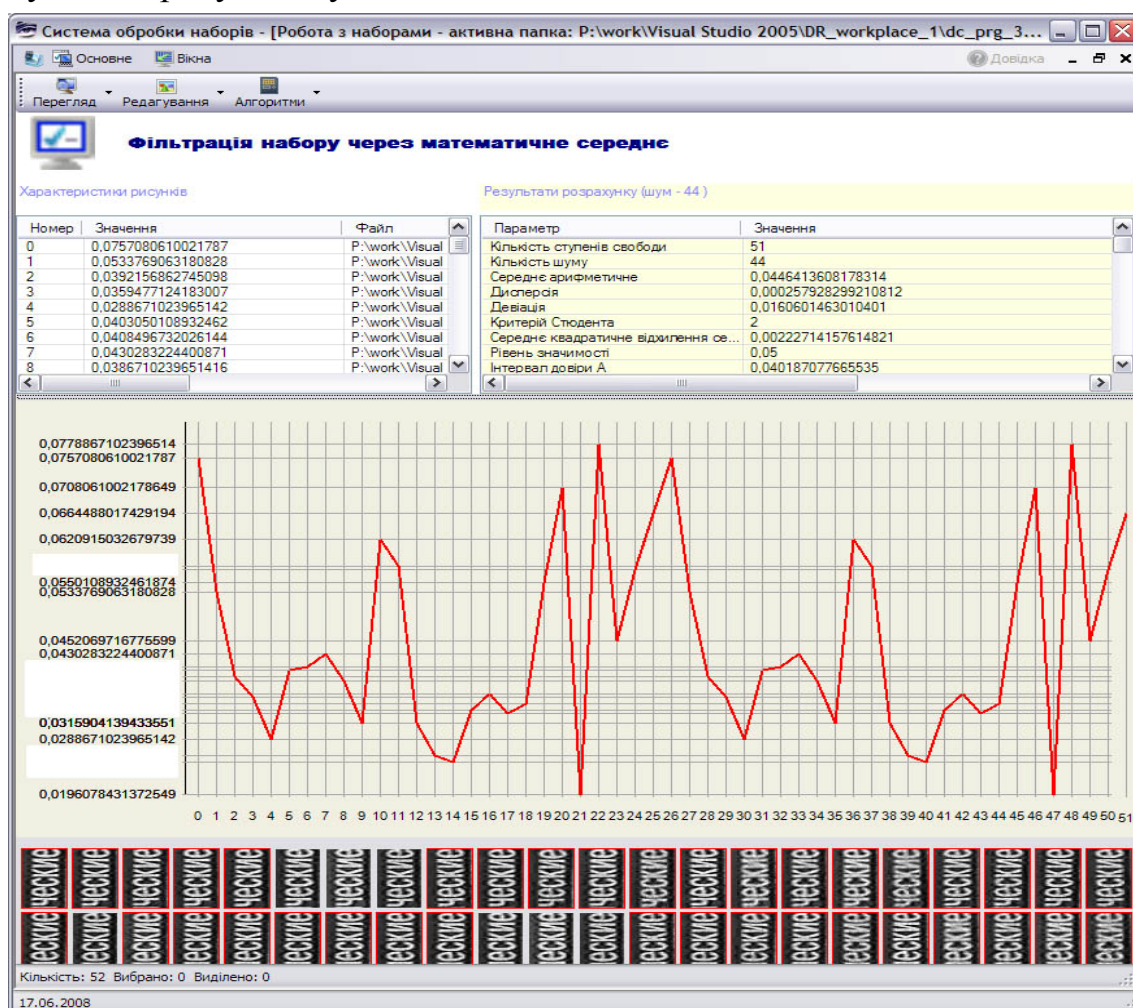


Рис. 1. Результати роботи фільтрації набору за арифметичним середнім

На рис. 1 наведено спробу фільтрації через довірчий інтервал нормального розподілу стосовно математичного середнього (4). Як можна побачити з рисунка, практично увесь набір вважається шумовим – 44 рисунки з 52 були ідентифіковані як шум. Це означає, що будувати довірчий інтервал на основі математичного середнього не можна. Це зумовлено тим, що розподіл математичного середнього в наборі носить стохастичний характер і не підлягає під жоден із відомих розподілів.

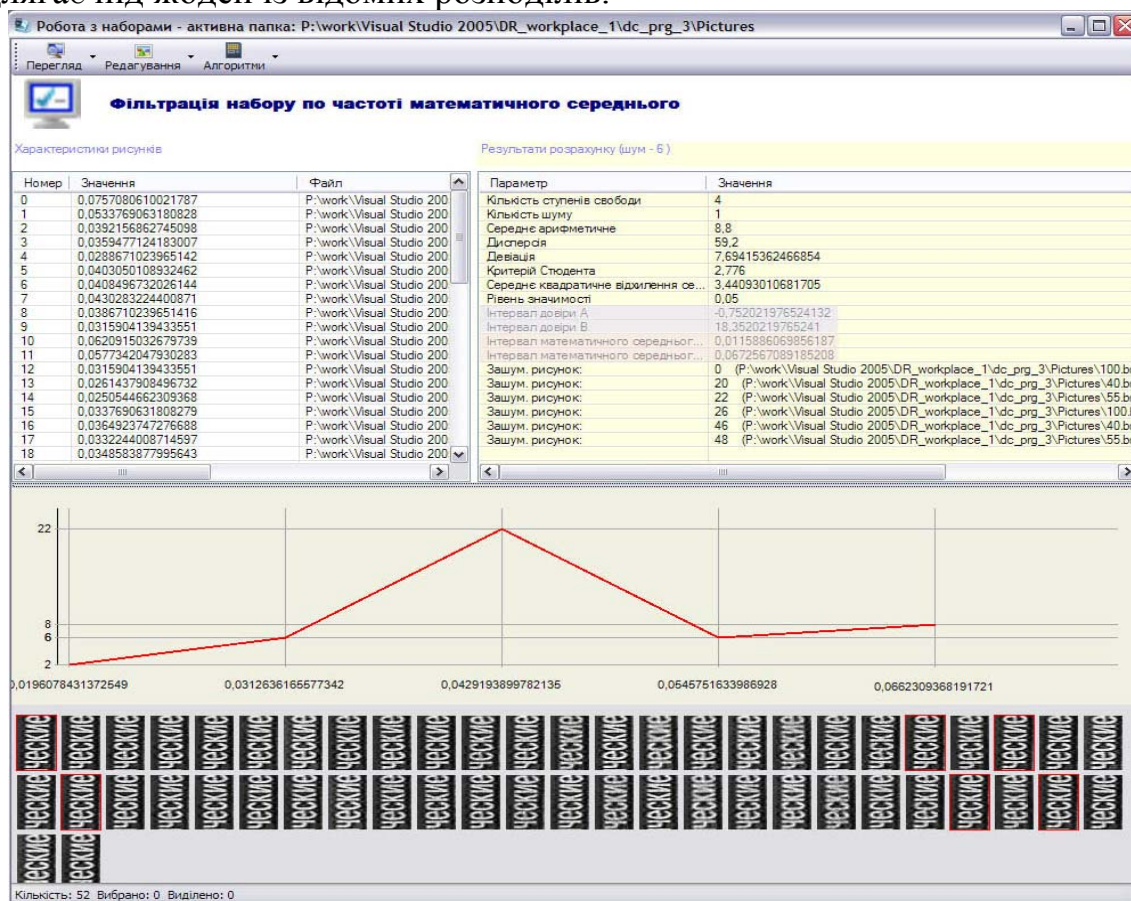


Рис. 2. Результати роботи фільтрації набору за частотою математичного середнього

На противагу рис. 1, на рис. 2. наведено результати роботи алгоритму за частотним розподілом. За результатами роботи алгоритму визначено, що в наборі існує 6 рисунків, які становлять шум і повинні бути видалені з набору. На рисунку в таблиці справа прямокутником, який зафарбований синім кольором, виділено границі частотного інтервалу довіри $\Lambda_{\text{дов } V}$; червоним – інтервалу довіри для арифметичного середнього $\Lambda_{\text{дов}}$. Наведені результати отримані при п'яти частотних інтервалах і дорівнюють значимості – 0.05.

Висновки. Запропонований алгоритм фільтрування наборів зображень дає змогу оптимізувати множину зображень для подальшого оброблення. Тут оптимізація полягає у видаленні зашумлених зображень, які вносять істотні похибки в кінцевий результат.

Основним недоліком алгоритму є відсутність автоматизованої процедури вибору кількості частотних інтервалів. Проте, як показали практичні експерименти, при $k > 3$ результати роботи алгоритму вже є задовільними.

Основними перевагами алгоритму є:

- можливість роботи з рисунками різних розмірів;
- достатньо велика швидкість роботи алгоритму;
- повна фільтрація набору і відкидання шуму.

Низька алгоритмічна складність, оскільки деякі числові характеристики повторно використовуються на різних етапах алгоритму.

Алгоритм не залежить від центрування зображень в наборі.

Література

1. **Колемаев и др.** Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для эконом. спец. вузов/ В.А. Колемаев, О.В. Староверов, В.Б. Турундаевский/ Под ред. В.А. Колемаева. – М.: Высш. шк., 1991. – 400 с.

2. **Бугір М.К.** Посібник з теорії ймовірності та математичної статистики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 1998. – 176 с.

3. **Заварыкин В.М., Житомирский В.Г., Лапчик М.П.** Численные методы. – М.: Просвещение, 1990. – 176 с.

4. **Корн Г., Корн Е.** Справочник по математике. – М.: Наука, 1968. – 720 с.

УДК 330.4.658.8

*Доц. Н.Б. Бідник, канд. екон. наук –
Європейський університет*

ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ І МОДЕЛЕЙ В ЕКОНОМІЦІ, ФІНАНСАХ

Наведено необхідність застосування математичних методів в економіці і у фінансах, досліджено можливості і переваги економіко-математичних методів і моделей у вирішенні практичних проблем. Подано визначення понять модель, моделювання; проведено характеристику різних методів математичного моделювання. Виділено основні напрямки використання економіко-математичного моделювання на підприємстві.

Ключові слова: економіко-математичні методи, моделювання, модель, фінансова діяльність підприємства.

Assoc. prof. N.B. Bidnyk – European University

Usage of Mathematical Methods and Models in Economics, Finances

The necessity of usage of mathematical methods and models in economics and finances is covered, possibilities and advantages of economic and mathematical methods and models in solving practical problems are analysed. Definitions of such notions as model, modelling are presented; characteristics of different methods of mathematical modelling is made. Basic guideline of usage of economic and mathematical modelling at the company are shown.

Keywords: economic and mathematical methods, modelling, model, financial activity of the company.

Вступ. Фінансовий успіх підприємства, його місце на ринку значною мірою залежить від правильної стратегії поведінки. Для вибору раціональних варіантів управління підприємством необхідно прогнозувати можливі ситуації, впливати на них, спрямовуючи його господарську діяльність на досягнення поставленої мети. Виконувати раціональне управління всією економіко-виробничою системою з урахуванням змін кожного виду елементів, вирі-