

УДК 519.7+004.8

## КОМПЛЕМЕНТАРНЫЕ СИТУАЦИИ<sup>1</sup>

Дулин Сергей Константинович,

д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник,

e-mail: skdulin@mail.ru,

Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации,

автоматизации и связи на железнодорожном транспорте, г. Москва,

Цветков Виктор Яковлевич,

д-р техн. наук, профессор, заместитель руководителя

Центра стратегического анализа и развития НИИАС,

e-mail: cvj2@mail.ru,

Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации,

автоматизации и связи на железнодорожном транспорте, г. Москва,

Щенников Алексей Николаевич,

директор Института информационных технологий и автоматизированного проектирования,

e-mail: anschennikov@mirea.ru,

Российский технологический университет (РТУ МИРЭА), г. Москва

В статье исследуется комплементарность как важное свойство при организации информационных и образовательных ресурсов. Комплементарность рассматривается с позиции полисемического понятия и исследуется как средство оптимизации. Приводится математическая модель комплементарной системы в виде уравнений и условий, задающих область существования оптимального решения. Вводится понятие «комплементарный набор индексов», сущность которого состоит в задании алгоритмизируемых логических условий, определяющих траекторию решения. Предложено представление информационной ситуации, в которой комплементарные условия являются эквифинальными, то есть позволяют разными путями получать правильное решение. Рассмотрены ситуации комплементарности и информационного соответствия, которые могут применяться для построения логического вывода в системах искусственного интеллекта. Представлен пример уравнений линейной комплементарности, которые используются для оптимизации. Приведенный математический аппарат дает возможность оценивать степень комплементарности и информационного соответствия рассматриваемых объектов. Применение подхода комплементарности и информационного соответствия в алгоритмических моделях информационной системы позволит повысить эффективность информационных процессов и управления объектами.

**Ключевые слова:** комплементарность, комплементарный набор индексов, оптимизация, информационная ситуация, информационное соответствие

## COMPLEMENTARY SITUATIONS

Dulin S.K.,

doctor of technical sciences, professor, leading researcher,

e-mail: skdulin@mail.ru,

Research and design Institute of informatization, automation  
and communication in railway transport, Moscow,

Tsvetkov V.Ya.,

doctor of technical sciences, professor, Center for strategic analysis and development, the deputy head,

e-mail: cvj2@mail.ru,

Research and design Institute of information, automation and communication on railway transport, Moscow,

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 17-20-02153 офи\_м\_РЖД)

Shchennikov A.N.,  
director of the Institute of information technologies and computer-aided design,  
e-mail: [anschennikov@mirea.ru](mailto:anschennikov@mirea.ru),  
Russian Technological University (RTU MIREA), Moscow

*The article examines complementarity as an important property in the organization of information and educational resources is explored. Complementarity is considered from the position of a polysemic concept and is studied as a means of optimization. A mathematical model of a complementary system is presented in the form of equations and conditions that define the domain of existence of an optimal solution. The concept of "complementary set of indexes", the essence of which consists in the task computationally tractable logic conditions that determine the solution path. The representation of an information situation in which complementary conditions are equifinal, that is, they allow us to get the correct solution in different ways is proposed. The situations of complementarity and information correspondence that can be used for constructing logical inference in artificial intelligence systems are considered. An example of linear complementarity equations that are used for optimization is presented. The given mathematical apparatus makes it possible to assess the degree of complementarity and information correspondence of the objects under consideration. Applying the complementarity and information correspondence approach in algorithmic models of an information system will increase the efficiency of information processes and object management.*

**Keywords:** complementarity, complementary set of indexes, optimization, information situation, information correspondence

DOI 10.21777/2500-2112-2020-1-75-82

### Введение

Комплементарность является полисемическим понятием. Лингвистически она является аналогом классификации и может рассматриваться как качество, свойство, отношение, состояние. Анализ определений и трактовок показывает, что большая часть этого понятия отражается прямыми свойствами: согласованность, дополняемость, сопряженность, следуемость, ситуативность. Понятие комплементарности отражается также оппозиционными признаками: не противоречивость, не оппозиционность. Оксфордский словарь дает предикативную интерпретацию комплементарности: *отношение или ситуация*, в которой вещи улучшают или подчеркивают качества друг друга. Словарь Merriam-Webster содержит атрибутивную интерпретацию: комплементарность это *качество или состояние* (взаимодополняемости). В словаре делового английского языка это понятие трактуется как *принцип дополнительности*. Анализ работ в области комплементарности дает основание утверждать, что результатом комплементарности является: согласованность, упорядоченность, системность, эмерджентность и в отдельных случаях синергия. В силу этого комплементарность выступает как оппозиция хаоса и неопределенности. В данной работе комплементарность рассматривается как метод оптимизации. Комплементарность применяют в разных направлениях. Логическую комплементарность применяют в логических схемах и алгоритмах. Наличие комплементарности в системном анализе говорит о качестве системы и ее сбалансированности [7]. Комплементарность информационных ресурсов повышает качество их использования [3]. Организационную комплементарность применяют при формировании команд. Комплементарность в вычислительной практике трактуется как специфический метод оптимизации. Комплементарность связана с состоянием объекта и его изменением.

Комплементарность как отношение имеет множество видов. Это отражается в ее интерпретации: согласование, дополнение, взаимность, состояние. В информационном поле комплементарность относится к информационным отношениям [4]. Комплементарность трактуется разнообразно. Например, в словаре «Академик»<sup>1</sup> приводится более 20 определений, но большинство из них представляют собой интерпретации, связанные с терминами дополнительность, взаимодополняемость, сопряженность. В отличие от такой упрощенной интерпретации зарубежные словари дают расширенную трактовку этого

<sup>1</sup> Академик [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.translate.academic.ru/complementarity/en/tu> (дата обращения: 20.03.2020).

понятия, которая включает несколько предложений. Оксфордский словарь<sup>2</sup> дает следующую трактовку: «отношение или *ситуация взаимной дополняемости*, в которой две или более разные вещи улучшают или подчеркивают качества друг друга». В словаре Merriam-Webster<sup>3</sup> дается такое пояснение: «1. *качество или состояние взаимодополняемости*; 2. *взаимодополняющее соотношение теорий*, объясняющих природу света или другого квантованного излучения как по электромагнитным волнам, так и по частицам». В словаре делового английского языка отмечается, что принцип комплементарности как принцип дополнительности в физике означает наличие у объектов дополнительных свойств, которые не могут быть измерены одновременно. Принцип комплементарности связан с эмерджентностью [6], хотя и не всегда комплементарность создает эмерджентность. В целом следует констатировать важное опосредованное свойство, которое создает комплементарность. Она создает согласованность, упорядоченность, системность и взаимность и является оппозиционной характеристикой хаоса и неопределенности. Такое свойство обуславливает применение комплементарности как инструмента оптимизации [8]. Понятие и оценку комплементарности применяют в образовании, биологии [16], медицине [14], химии. Комплементарный подход применяют при оценке рынка [17] и в инвестиционной деятельности [1]. В области вычислений данный подход применяется редко. Это дает основание провести исследование комплементарности как метода оптимизации.

### Комплементарная система

Комплементарность как средство оптимизации имеет формы различных математических моделей. Часто говорят о комплементарной системе, которую описывают при помощи уравнений и условий, задающих область существования решения. Простая комплементарная система включает два уравнения (1) (2) и два условия (3), (4). Уравнения имеют вид

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), u(t)), \quad (1)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)). \quad (2)$$

Выражения (1), (2) содержат следующие обозначения:  $x(t)$  –  $n$ -мерная переменная состояния,  $u(t) \in R^k$  – входной вектор,  $y(t) \in R^k$  – выходной вектор. Таким образом, триада «вход – состояние – выход» задает комплементарную систему. Выражение (1) интерпретируется так: изменение состояния определяется суперпозицией текущего состояния и входного вектора. Выражение (2) означает, что выходной вектор определяется суперпозицией текущего состояния и входного вектора. Уравнения (1), (2) являются достаточно общими и описывают разные процессы. Для привязки их к комплементарной системе необходимо добавить условие стандартного отношения комплементарности, которое выглядит как скалярное произведение вида

$$\langle u | y \rangle = 0 \quad (3)$$

и условие положительности переменных

$$0 \leq y(t) \wedge u(t) \geq 0 = 1. \quad (4)$$

Выражение (3) векторное. Оно использует скобочное выражение ковариантных и контравариантных векторов, введенное А.М.П. Дираком. Выражение (3) означает скалярное произведение между входным и выходным векторами. Выражение (4) – логическое. Оно означает конъюнкцию и определяет векторы как положительно определенные величины.

Таким образом, задача поиска комплементарного решения согласно выражениям (1) – (4) включает следующие условия: динамическую связь между текущим и очередным состоянием, системную связь между входом и выходом, векторную связь между входным и выходным векторами, логическую

<sup>2</sup> Оксфордский словарь [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.en.oxforddictionaries.com/definition/complementarity> (дата обращения: 20.03.2020).

<sup>3</sup> Merriam-Webster [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.merriam-webster.com/dictionary/complementarity> (дата обращения: 20.03.2020).

связь между входным и выходным векторами, задающую их не отрицательность. Отметим, что выражение (3) является общим, поскольку в практике вычислений скалярное произведение может быть реализовано различными алгоритмами или различными логическими условиями вычислений.

Просматривается аналогия между известным методом оптимизации, называемым симплекс-методом. Но в симплекс-методе рассматривается простая оптимизация на кусочно-линейной функции. В выражениях (1), (2) функция выпуклая и не обязательно кусочно-линейная.

Условие равенства нулю скалярного произведения (3) является теоретическим. При решении вычислительной задачи это условие трансформируется в условие специальной организации индексов. В работе [13] такая организация называется «активным набором индексов». По нашему мнению, такое название не полностью отражает суть задачи, и мы назовем это условие «комplementарный набор индексов». Сущность «комplementарного набора индексов» состоит в задании логических условий, которые легко алгоритмизируются, для обеспечения реализации условия (3) в дискретных вычислениях [9; 11].

Условие «комplementарного набора индексов»  $\alpha(t) \subset \{1, \dots, k\}$  состоит в том, что вводится ограничение на индексы, которое имеет вид

$$(y_i(t) = 0, i \in \alpha(t)) \& (u_i(t) = 0, i \notin \alpha(t)). \quad (5)$$

Комplementарный набор индексов задает дискретный режим ортогональности между входом и выходом (3) или иными векторами компlementарной системы. Любое ограничение на индексы задает некий фиксированный режим. Любой фиксированный режим индексов исключает произвольные сочетания индексов для входных и выходных векторов. По существу описание (5) это дискретное вычислительное условие для системы компlementарности. Следует также подчеркнуть, что условие (5) является множественным и допускает разные компlementарные наборы индексов. Фиксированный режим – это один из возможных или допустимых компlementарных наборов индексов. Такая множественность позволяет искать решение оптимизации на разных наборах. Такая множественность позволяет также переходить к другому фиксированному набору индексов, если на первоначальном наборе индексов решение не является оптимальным.

В фиксированном режиме индексов компlementарная система ведет себя как обычная динамическая система, описываемая дифференциальным уравнением (1). Различие в том, что фиксированным набором индексов задается область истинности или область вычисляемости с помощью ограничения (5). Ниже приводятся вопросы, которые возникают в рамках такой формализации.

1. Существует ли единственное решение на первоначально заданном фиксированном компlementарном наборе индексов?
2. Является ли решение на первоначальном наборе индексов оптимальным?
3. Можно ли перейти на новый фиксированный компlementарный набор индексов, который имеет те же самые начальные условия как предыдущий фиксированный набор индексов, но допускает развитие на некотором временном интервале?
4. Если ответ на вопрос 3 отрицательный, то можно ли сформулировать правило перехода для переменной состояния?

Системы, описываемые выражениями (1)–(4), называют компlementарными. Интерес для вычислений вызывает более простая ситуация, при которой уравнения (1) и (2) линеаризованы:

$$\frac{dx}{dt}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (6)$$

$$y(t) = C(x(t)) + Du(t). \quad (7)$$

В выражениях (5), (6) A, B, C и D – некие константы. Для выражений (6) и (7) сохраняются условия (3) и (4), т.е.

$$\langle u | y \rangle = 0,$$

$$(0 \leq y(t)) \wedge (u(t) \geq 0) = 1.$$

Система выражений (6), (7), (3), (4) называется линейной компlementарной системой [10; 14]. Уравнения (1) и (2) можно перевести в эквивалентную форму вида

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), u(t), v(t)), \quad (8)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t), v(t)). \quad (9)$$

В выражениях (8), (9)  $v(t)$  обозначает вспомогательный терм, который содержательно не меняет уравнение (1) и (2). В систему линейной комплементарности вспомогательный терм также входит линейно. Это позволяет заменить систему (5) и (6) на расширенную систему вида

$$\frac{dx}{dt}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ev(t), \quad (10)$$

$$y(t) = C(x(t)) + D u(t) + Fv(t). \quad (11)$$

В выражениях (10), (11), обозначения  $A, B, C, D, E$  и  $F$  – линейные отображения.

Полезное обобщение получается, когда отношение комплементарности (3), (4) заменяется соотношением (12)

$$(y(t) \in G) \wedge (u(t) \in G^*) = 0, \quad (12)$$

где  $G$  – конус в  $R^k$ , а  $G^*$  – дуальный конус, определенный как  $G^* = \{u \mid \langle y, u \rangle \geq 0 \text{ для всех } y \in G\}$ . В частности этот формат позволяет включить ограничения, как равенства, так и неравенства.

В развитии этой идеи J.S. Pang and D.E. Stewart [12] предложили понятие дифференциального вариационного неравенства (DVI – Differential variational inequalities), основанное на условиях вида

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt}(t) &= f(x(t), u(t)), \\ u(t) &\in SOL(K, F(x(t), .)). \end{aligned} \quad (13)$$

В выражении (13)  $SOL(K, F)$  – есть решение вариационного неравенства

$$[u' - u, F(u)] \geq 0, u' \in K,$$

в котором  $K$  – непустое замкнутое выпуклое множество. Если, в частности,  $K$  является выпуклым конусом, то DVI становится системой комплементарности конусов.

### Комплементарность как ситуации

Важность комплементарности определяется развитием квантовых вычислений. Кубитом называют меру квантовой информации, реализованной на квантовой системе с двумя ортогональными состояниями, имеющими одновременно значения 0 и 1. Такая система становится возможной при переходе от линейной меры к плоскостной мере. Комплементарность, задаваемая условиями (3) и (4), позволяет формировать квантовую систему с двумя ортогональными состояниями.

Для анализа условий рассмотрим информационную ситуацию, которая является обобщением понятия «условие решения задачи» [15]. Рассмотрим примеры различных условий в одной информационной ситуации. Условия могут быть комплементарны (чаще) и не комплементарны (реже). Каждое условие задает одну траекторию решения. Комплементарные условия являются эквифинальными. Они позволяют разными путями получать правильное решение. Рассмотрим отношения разных условий в общей ситуации. Пусть  $O_{i,j}$  – отношение между  $i$ -ым и  $j$ -ым состояниями в информационной ситуации. Оно характеризуется следующим переходом фиксированных ситуаций

$$O_i(P) \rightarrow O_j(P). \quad (14)$$

Выражение (14) означает, что условие  $O_i$  допускает переход к условию  $O_j$ , то есть условия являются комплементарными, совместимыми. Обратное отношение описывается выражением (15)

$$O_j(Q) \rightarrow O_i(Q). \quad (15)$$

Выражение (15) означает, что условие  $O_i$  допускает переход к условию  $O_j$ , то есть условия являются комплементарными, совместимыми. Следует отметить, что ситуации (14) и (15) не взаимно исключаемы. Они могут существовать одновременно, и в этом случае между ними существует отношение комплементарной эквивалентности. Это отношение называют также отношением информационного соответствия [5] и описывается выражением (16)

$$O_i(h,d,u) \leftrightarrow O_j(h,d,u). \quad (16)$$

Выражение (16) означает, что условие  $O_i$  находится в информационном соответствии с условием  $O_j$  по характеристикам, факторам или параметрам  $(h,d,u)$  [2].

Ситуация частичной комплементарности описывается выражением (17)

$$Q_A \subset Q_B. \quad (17)$$

Выражение (17) означает, что параметры  $Q_B$  объекта  $B$  комплементарны параметрам  $Q_A$  объекта  $A$ . Это дает основание использовать комплементарные параметры объекта  $B$  при решении задач с помощью объекта  $A$  или функционального использования объекта  $A$ .

Ситуация комплементарности как дополнения описывается следующим выражением

$$F_A + F_B = F_C \rightarrow G_C. \quad (18)$$

Выражение (18) означает, что функциональные возможности  $F_B$  объекта  $B$  в совокупности с функциональными возможностями  $F_A$  объекта  $A$  комплементарны и эта комплементарность соответствует функциональным возможностям  $F_C$  объекта  $C$ . Это дает основание использовать функциональные возможности объектов  $B$  и  $A$  для достижения цели  $G_C$ , поставленной перед объектом  $C$ .

### Заключение

Существует отношение комплементарности и ситуация комплементарности. Ситуация комплементарности – это такая ситуация, в которой ряд объектов являются комплементарными, то есть между ними существуют комплементарные отношения. Рассмотренные ситуации комплементарности и информационного соответствия могут применяться для построения логического вывода в системах искусственного интеллекта. Приведенный математический аппарат дает возможность оценивать степень комплементарности и информационного соответствия рассматриваемых объектов. Применение подхода комплементарности и информационного соответствия в алгоритмических моделях системы позволит повысить эффективность информационных процессов и управления объектами. Из вышеизложенного следует, что после построения любой модели системы необходимо оценить ее на основе показателей информационного соответствия и комплементарности с целью повышения количественных и качественных характеристик.

### Список литературы

1. Богутдинов Б.Б., Цветков В.Я. Применение модели комплементарных ресурсов в инвестиционной деятельности // Вестник Мордовского университета. – 2014. – Т. 24, № 4. – С. 103–116.
2. Номоконова О.Ю. Виды информационных соответствий // Славянский форум. – 2018. – № 2 (20). – С. 44–49.
3. Огнева Е.А. Структурное соответствие/несоответствие концептов оригинала и перевода // Социокультурные проблемы перевода: сборник научных трудов: в 2 ч. – Воронеж: Воронежский гос. ун-т, 2006. – Ч. 2, вып. 7. – С. 149–158.
4. Потапов А.С. Информационная ситуация и информационная позиция в информационном поле // Славянский форум. – 2017. – № 1 (15). – С. 283–289.
5. Цветков В.Я. Информационное соответствие // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 1–3. – С. 454, 455.
6. Цветков В.Я. Эмерджентизм // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2017. – № 2-1. – С. 137, 138.

7. Цветков В.Я. Решение проблем с использованием системного анализа // Перспективы науки и образования. – 2015. – № 1. – С. 50–55.
8. Cottle R.W. Linear complementarity problem // Encyclopedia of Optimization. – Springer, US, 2009. – P. 1873–1878.
9. Chang K.H. Complementarity in data mining: thesis. – University of California, Los Angeles, 2015.
10. Heemels W.P.M.H., Schumacher J.M. and Weiland S. Linear complementarity systems // SIAM Journal on Applied Mathematics. – No. 60 (4). – P. 1234–1269.
11. McKenzie J. Assessment of the complementarity of data from multiple analytical techniques. – University of York, 2013.
12. Pang J.S. and Stewart D.E. Differential variational inequalities // Mathematical Programming. Series A 113. – 2008. – P. 345–424.
13. Schumacher J.M. Complementarity systems in optimization // Mathematical Programming. – 2004. – Vol. 101, No. 1. – P. 263–295.
14. Tom Xu K., Farrell T.W. The complementarity and substitution between unconventional and mainstream medicine among racial and ethnic groups in the United States // Health services research. – 2007. – Vol. 42, No. 2. – P. 811–826.
15. Tsvetkov V.Ya. Information Situation and Information Position as a Management Tool // European researcher. Series A. – 2012. – Vol. 36, No. 12-1. – P. 2166–2170.
16. Vallurupalli P., Kay L.E. Complementarity of ensemble and single-molecule measures of protein motion: a relaxation dispersion NMR study of an enzyme complex // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2006. – Vol. 103, No. 32. – P. 11910–11915.
17. Xian W., Yuzeng L., Shaohua Z. Oligopolistic equilibrium analysis for electricity markets: a nonlinear complementarity approach // IEEE Transactions on Power Systems. – 2004. – Vol. 19, No. 3. – P. 1348–1355.

### References

1. Bogutdinov B.B., Cvetkov V.Ya. Primenenie modeli komplementarnykh resursov v investicionnoy deyatel'nosti // Vestnik Mordovskogo universiteta. – 2014. – Т. 24, № 4. – С. 103–116.
2. Nomokonova O.Yu. Vidy informacionnykh sootvetstvij // Slavyanskij forum. – 2018. – № 2 (20). – С. 44–49.
3. Ogneva E.A. Strukturnoe sootvetstvie/nesootvetstvie konceptov originala i perevoda // Sociokul'turnye problemy perevoda: sbornik nauchnykh trudov: v 2 ch. – Voronezh: Voronezhskij gos. un-t, 2006. – Ch. 2, vyp. 7. – С. 149–158.
4. Potapov A.S. Informacionnaya situaciya i informacionnaya poziciya v informacionnom pole // Slavyanskij forum. – 2017. – № 1 (15). – С. 283–289.
5. Cvetkov V.Ya. Informacionnoe sootvetstvie // Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamental'nyh issledovanij. – 2016. – № 1–3. – С. 454, 455.
6. Cvetkov V.Ya. Emerdzhentizm // Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamental'nyh issledovanij. – 2017. – № 2-1. – С. 137, 138.
7. Cvetkov V.Ya. Reshenie problem s ispol'zovaniem sistemnogo analiza // Perspektivy nauki i obrazovaniya. – 2015. – № 1. – С. 50–55.
8. Cottle R.W. Linear complementarity problem // Encyclopedia of Optimization. – Springer, US, 2009. – P. 1873–1878.
9. Chang K.H. Complementarity in data mining: thesis. – University of California, Los Angeles, 2015.
10. Heemels W.P.M.H., Schumacher J.M. and Weiland S. Linear complementarity systems // SIAM Journal on Applied Mathematics. – No. 60 (4). – P. 1234–1269.
11. McKenzie J. Assessment of the complementarity of data from multiple analytical techniques. – University of York, 2013.
12. Pang J.S. and Stewart D.E. Differential variational inequalities // Mathematical Programming. Series A 113. – 2008. – P. 345–424.
13. Schumacher J.M. Complementarity systems in optimization // Mathematical Programming. – 2004. – Vol. 101, No. 1. – P. 263–295.
14. Tom Xu K., Farrell T.W. The complementarity and substitution between unconventional and mainstream medicine among racial and ethnic groups in the United States // Health services research. – 2007. – Vol. 42, No. 2. – P. 811–826.

15. *Tsvetkov V.Ya.* Information Situation and Information Position as a Management Tool // European researcher. Series A. – 2012. – Vol. 36, No. 12-1. – P. 2166–2170.
16. *Vallurupalli P., Kay L.E.* Complementarity of ensemble and single-molecule measures of protein motion: a relaxation dispersion NMR study of an enzyme complex // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2006. – Vol. 103, No. 32. – P. 11910–11915.
17. *Xian W., Yuzeng L., Shaohua Z.* Oligopolistic equilibrium analysis for electricity markets: a nonlinear complementarity approach // IEEE Transactions on Power Systems. – 2004. – Vol. 19, No. 3. – P. 1348–1355.