

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ НА КОНТАКТНУЮ ЖЕСТКОСТЬ СТЫКОВ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

А.А. Маликов, О.А. Ямникова, О.В. Чечуга

*Описано взаимодействие микронеровностей поверхностного слоя деталей, обработанных опиливанием, шлифованием и фрезерованием. Даны формулы определения контактной жесткости различных стыковых поверхностей. Определены характеристики поверхностного слоя и показаны возможности математического моделирования реальной поверхности с помощью систем Maple и «Компас».*

*Ключевые слова:* микронеровность, моделирование, контактная жесткость.

В работах [1 – 13] рассматриваются деформации в стыках при статическом нагружении сопрягаемых деталей. На основе аналитического обобщения результатов экспериментов со стальными и чугунными образцами различного качества поверхностного слоя предложена зависимость контактного сближения  $y_k$  от давления  $q$  в виде

$$y_k = kq^m, \quad (1)$$

где  $q$  – среднее давление в стыке;  $m = 0,3 \dots 0,5$ ;  $k = 4 \dots 60$  – для стальных образцов;  $k = 10 \dots 130$  – для чугунных образцов.

Контактное сближение поверхностей происходит как за счет деформации неровностей, так и за счет деформации подстилающих слоев. Эти деформации могут происходить как вследствие упругого погружения основы микронеровностей в основной металл в виде жесткого штампа, так и упругих движений подстилающих слоев под нагрузкой, действующих на реальных платформах контакта. Показано, что контактное сближение деталей, обусловленное началом пластических деформаций микронеровностей, будет выражаться зависимостью [5, 7, 10 – 13]

$$y_{kp} = \frac{\eta_\delta}{2 \sum k} (\pi \eta_a \eta_\epsilon k_1 H_{\mu_{\text{нов}}})^2, \quad (2)$$

причем значения коэффициентов  $\eta_a$ ,  $\eta_\delta$ ,  $\eta_\epsilon$  зависят от угла между плоскостями кривизны  $\omega$ .

Материал микронеровностей является упругопластическим, а не жесткопластическим, а поэтому рассмотрение микронеровностей как жесткие штампов, вносит определенную погрешность в расчеты. Поэтому при выводе формул контактной жесткости было принято учитывать деформации нижележащих слоев.

Основное влияние на переход упругих деформаций в пластические – при одинаковом материале, качество поверхности которого зависит от технологических методов обработки контактных поверхностей. Этот эффект во многом обусловлен изменениями микротвердости поверхности и в меньшей степени – изменением радиусов кривизны пиков неровностей.

Важное влияние на  $y_{kp}$  и  $y_{pl}$  оказывает изменение относительного положения следов обработки на контактных поверхностях. Изменение относительного положения следов обработки при контакте с земными поверхностями, перпендикулярными параллели, эквивалентно уменьшению шероховатости этих поверхностей в 2 – 4 раза.

В результате исследований по расчету контактных деформаций при моделировании неровностей множества геометрических фигур в виде сфер, эллипсоидов, стержней, прямоугольников, конусов и т.д. были получены формулы, дающие более объективные результаты.

Для эллиптической модели микронеровностей сближение при упругопластическом статическом контакте плоских поверхностей в общем виде определяется уравнениями [3]

$$y_{ob} = \frac{p_i}{2\pi\sqrt{\rho_{n\min}\rho_{np\min}}}\left(\frac{1}{c_1''\sigma_{T1}} + \frac{1}{c_2''\sigma_{T2}}\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{p_i \cdot c'' \cdot \sigma_T \cdot \rho_{n\min}}{\pi}\right)^{0,5}\left(\frac{\rho_{n\min}}{\rho_{np\min}}\right)^{0,25} \left[ k(e_1) \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + k(e_2) \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right], \quad (3)$$

где  $p_i$  – нагрузка, приходящаяся на единичную неровность, определяемая по зависимости

$$p_i = \frac{2\pi p R \max_1^{v_1} \cdot R \max_2^{v_2}}{k_2 \left( \frac{A_{c1} R p_2}{\sqrt{\rho_{np1}\rho_{n1}}} + \frac{A_{c2} R p_1}{\sqrt{\rho_{np2}\rho_{n2}}} \right) b_1 b_2} \times \frac{1}{\left( \frac{p \sqrt{\rho_{np1}\rho_{n1}} R \max_1^{v_1}}{c_1'' \sigma_T b_1 A_{c1} \sqrt{\rho_{np\min}\rho_{n\min}}} \right)^{\left(1-\frac{1}{v_1}\right)} \left( \frac{p \sqrt{\rho_{np2}\rho_{n2}} R \max_2^{v_2}}{c_2'' \sigma_T b_2 A_{c2} \sqrt{\rho_{np\min}\rho_{n\min}}} \right)^{\left(1-\frac{1}{v_2}\right)}}, \quad (4)$$

где  $k(e)$  – эллиптический интеграл первого рода,

$$k(e) = \int_0^{\pi/4} \frac{d\phi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}}; \quad (5)$$

$e$  – эксцентриситет эллипса,

$$e = \sqrt{1 - \frac{\rho_n}{\rho_{np}}}, \quad (6)$$

где  $k_2$  – коэффициент, зависящий от  $v_1$  и  $v_2$ , значения  $k_2$  приведены в табл. 1;  $\mu, E$  – соответственно коэффициенты Пуассона и модули упругости контактирующих поверхностей;  $H_{\mu nov}, H_{ics}$  – соответственно поверхность и исходная микротвёрдость материала контактирующих поверхностей.

**Таблица 1**  
**Значения коэффициента  $k_2$**

$\nu_2$	$\nu_1$			
	1,5	2,0	2,5	3,0
1,5	0,33	0,22	0,18	0,16
2,0	0,22	0,16	0,12	0,1
2,5	0,18	0,12	0,09	0,07
3,0	0,16	0,1	0,07	0,05

Средний радиус микронеровностей в одном направлении определяется зависимостью

$$\rho_{cp} = \frac{9S_{cp}^2}{32h_{cp}^2}, \quad (7)$$

где  $S_{cp}$  и  $h_{cp}$  – средняя площадь и средняя высота секущих сегментов на базовой длине  $l$ .

Для практических расчётов величин сближений при сопряжении поверхностей с шероховатостью  $R_z = 0,8 \dots 320$  мкм вполне удовлетворительные по точности результаты даёт расчёт по схеме пластического контакта. Для сферической модели микронеровностей сближение при пластическом контакте плоских поверхностей рассчитывается по формуле

$$y_k = R \max \left( \frac{Q}{A_c \alpha c \sigma_T b} \right)^{1/v}, \quad (8)$$

где  $R_{max}$  – максимальная высота микронеровностей;  $\Phi_c$  – контурная площадь;  $Q$  – равномерно распределённая нормальная нагрузка, действующая на стык;  $\alpha$  – коэффициент, характеризующий упругую осадку ( $0,6 \leq \alpha \leq 1$ );  $\sigma_T$  – предел текучести материала в упрочнённом состоянии;  $c$  – коэффициент,  $c \approx 3$ , причём –  $c\sigma_T \approx HB$ ;  $b, v$  – коэффициенты опорной кривой поверхности.

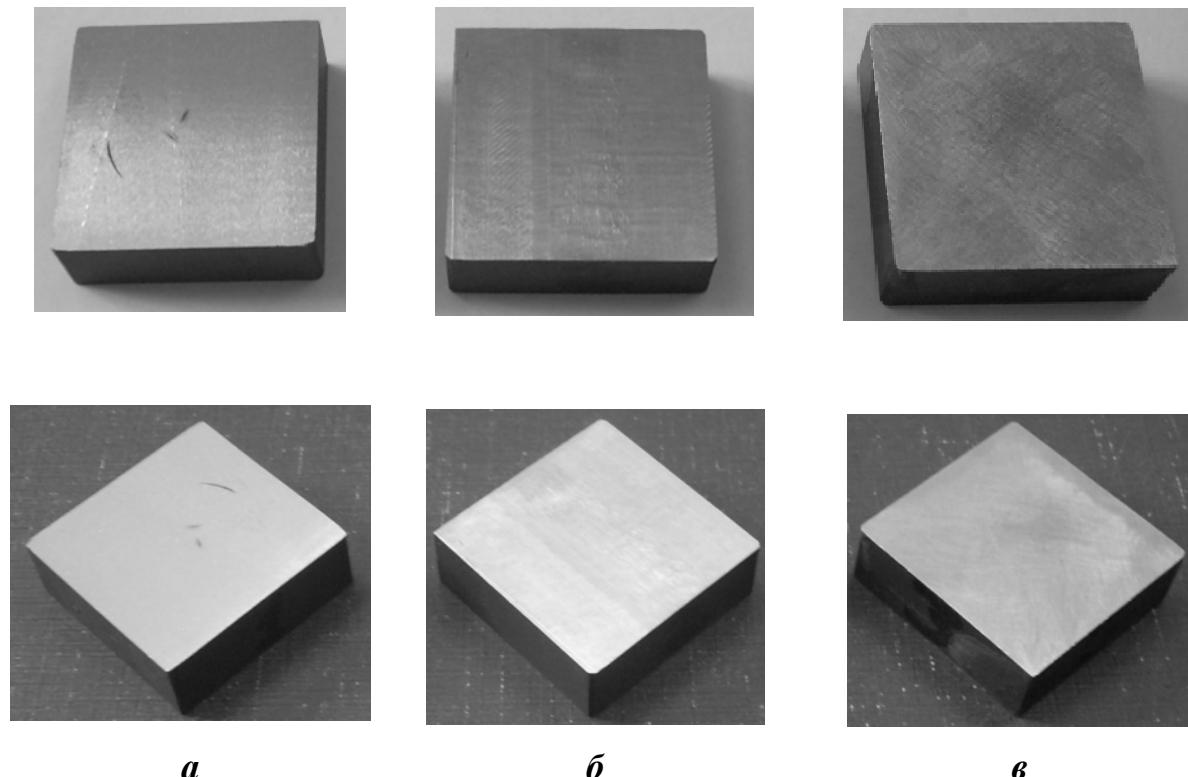
Для исследования свойств реальной поверхности деталей использовались плоские образцы из стали, закаленные до твердости HRC 40...45 (рис. 1).

Исследуемые поверхности подвергались обработке принятыми в сборочном производстве автоматических машин способами (при заданной величине шероховатости  $R_z = 10 \dots 15$  мкм):

- а) получистовым шлифованием периферией круга;
- б) цилиндрическим фрезерованием;
- в) личным напильником с перекрестными (под  $45^\circ$ ) движениями.

На приборе HOMMELTESTERW55 немецкой фирмы «HOMMEL-WERKE» производились замеры параметров поверхностного слоя. При длине  $l_n=4$ мм базовая длина измерения  $L_c=0,25$  мм.

Прибор позволяет находить величину  $t_p$ , обозначая её по DIN EN ISO 4287 как  $R_{mr}(Rp)$ . Однако не возможно задать заранее  $Rp$ , не проведя замеров. Поэтому каждый замер в одном месте образца проводился 2 раза. Первый раз давались предварительные показания  $Rp$ , которые вводились для второго замера как параметр, на котором следует определять величину  $R_{mr}(Rp)$ . Возможности прибора иллюстрируются табл. 2.



*Рис. 1. Фото образцов: а – обработанного получистовым шлифованием периферией круга; б – обработанного цилиндрическим фрезерованием; в – обработанного слесарным способом личным напильником с перекрестными (под 45°) движениями*

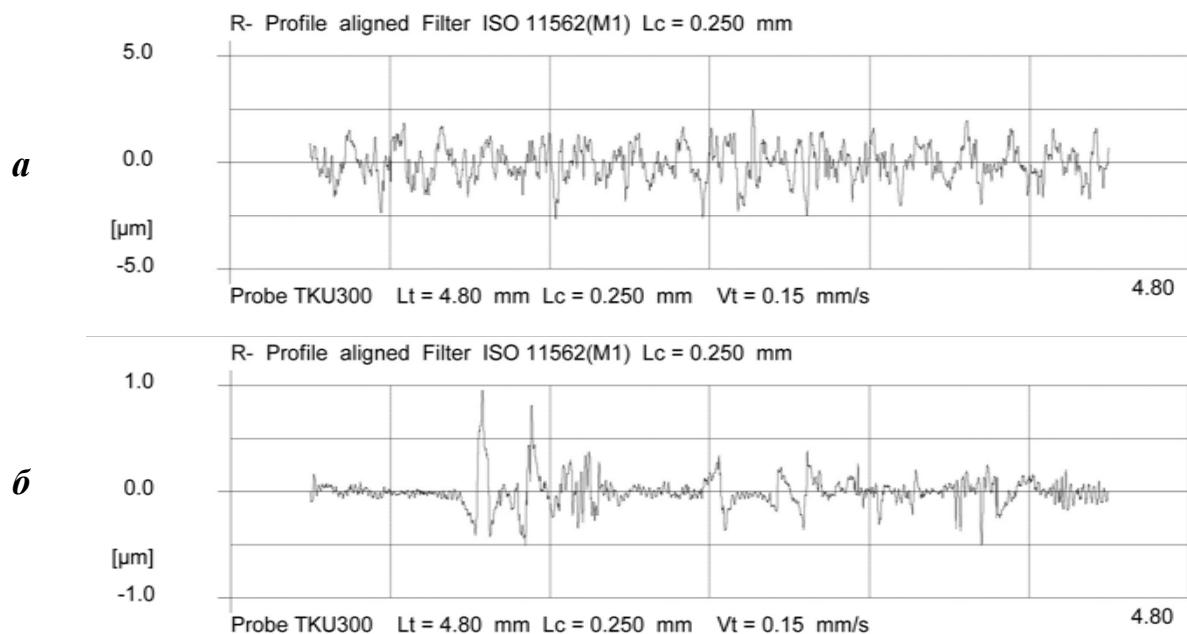
На рис. 2 – 7 попарно представлены профилограммы и волнограммы реальной поверхности исследуемых образцов [3, 5, 6, 8, 10 – 13]. Как видно из снятой профилограммы шлифованной поверхности (рис. 2), шероховатость образца получилась меньше заданной практически в 4 раза, что объясняется самой сущностью процесса шлифования. Тем не менее, этот образец было решено оставить для исследований, поскольку он является характерным представителем шлифованных деталей.

Наилучшая сходимость расчётных результатов с экспериментальными была получена при моделировании шероховатости поверхности сферами и эллипсоидами. При этом для расчета сближений используется формула (3).

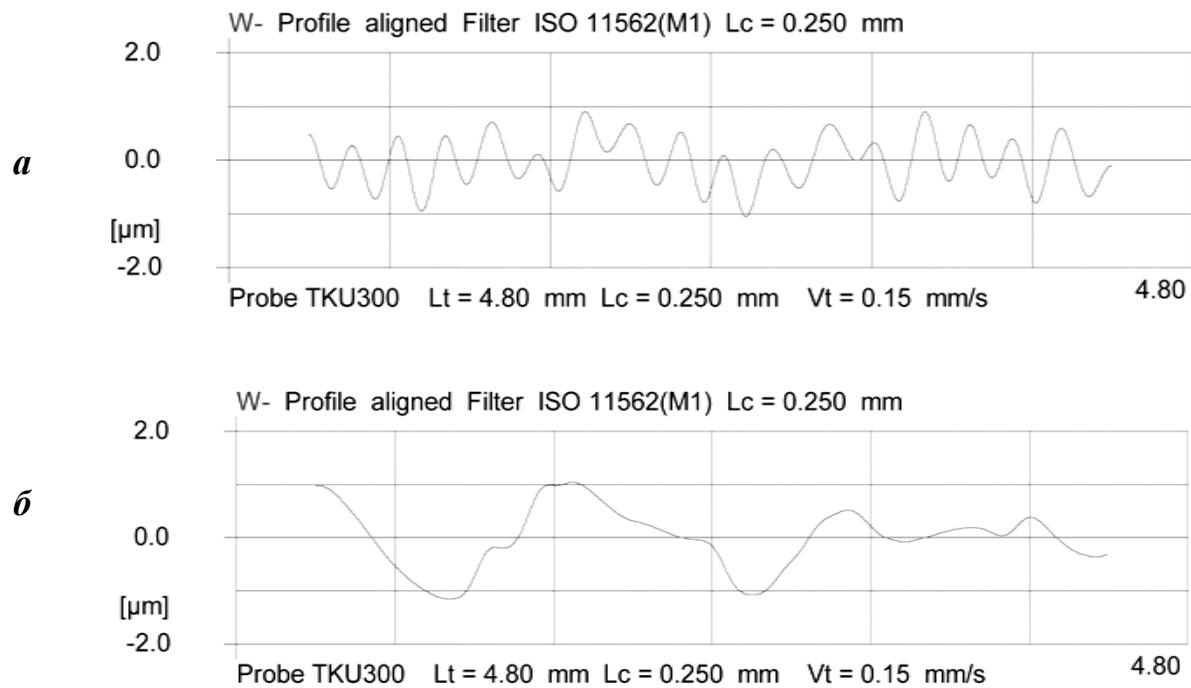
Таблица 2

*Параметры поверхности и функции*

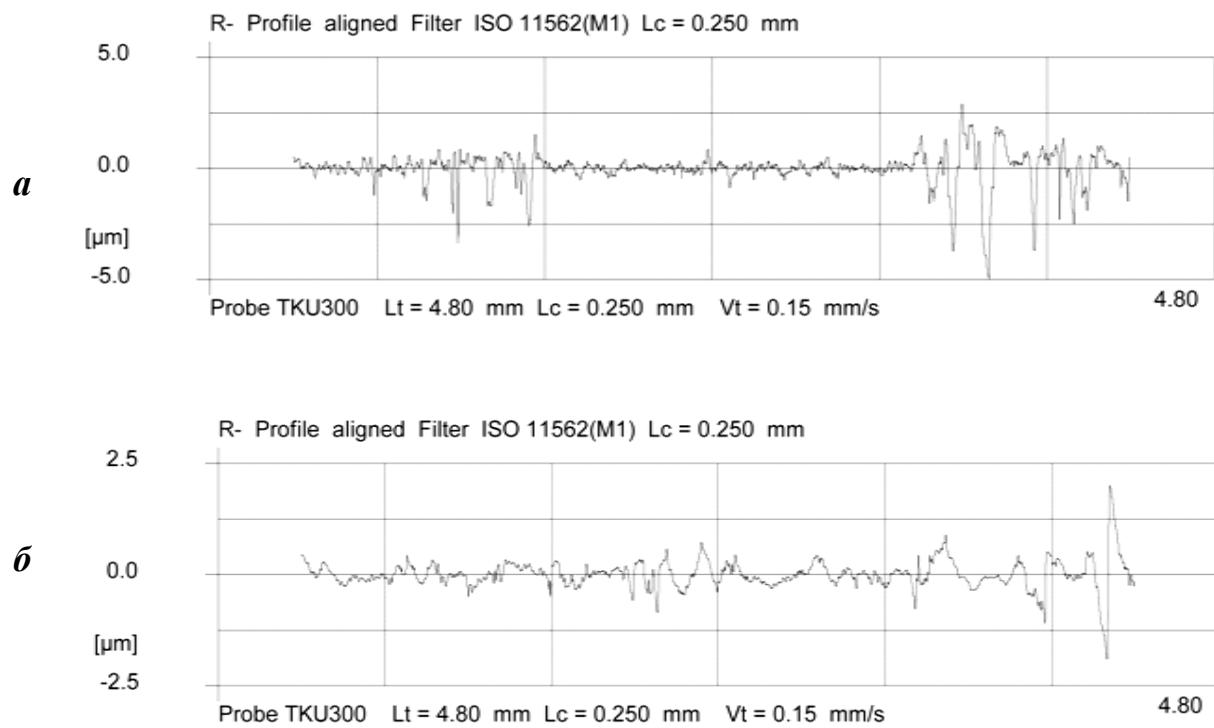
Параметры шероховатости DIN EN ISO 4287:	Ra; Rz; Rmax; Rt; Rq; Rsk; Imo; lo; Rdq; da; In; La; Lq; Rz-ISO; R3z; Rpm; Rp3z; R3zm; Rp; D; RPc; RSm; Rpm/R3z; Ir; Rku; tpif; tpiia; tpiip; tpic; Rt/Ra; Rz1; Rz2; Rz3; Rz4; Rz5; Rmr; Rmr%; Api
Параметры шероховатости DIN EN ISO 13565	Rpk *; Rpk; Rk; Rvk *; Rvk; Mr1; Г. 2; A1; A2; Vo (70 %), 0,01* Rv/Rk
Параметры профиля DIN EN ISO 4287	Pt; Pp; Pz; Pa; Pq; Psk; PSm; Pdq; Ip; Pku; tpaf; tpa; tpab; tpac; PmrO; APa; APa%; Pmr; Pmr%
Параметры волнистости DIN EN ISO 4287	Wt.; Wp; Wz; Wa; Wq; Wsk; WSm; Wdq; Iw; Wku
Параметры Motif DIN EN ISO 12085	R; Rx; AR; Nr; W; Wx; AW; Nw; Wte; Tpaf(CR, CL, CF)
Параметры шероховатости JISB-0601	Rz-JIS; Rmax-JIS
Экран и вывод принтера	Параметры поверхности; статистика; положение профиля; P-, R-, W-, K-профиль; материальное соотношение материала; условия измерения; допуски



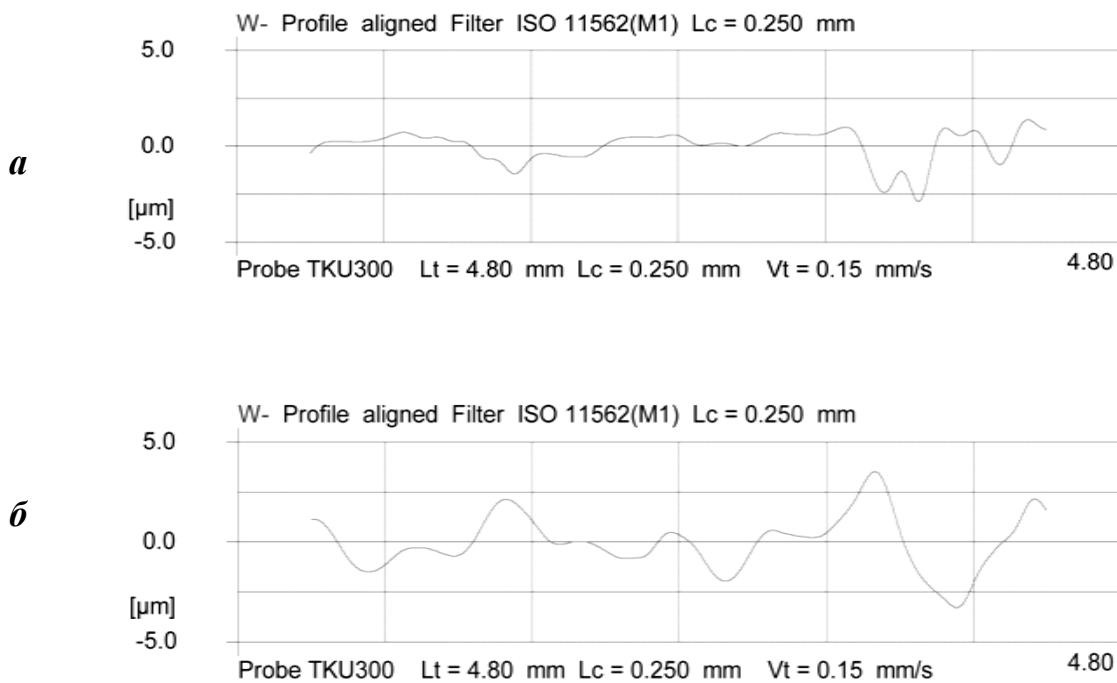
*Рис. 2. Профилограмма поперечных (а), продольных (б) шероховатостей образца, обработанного полуцистовым шлифованием периферией круга*



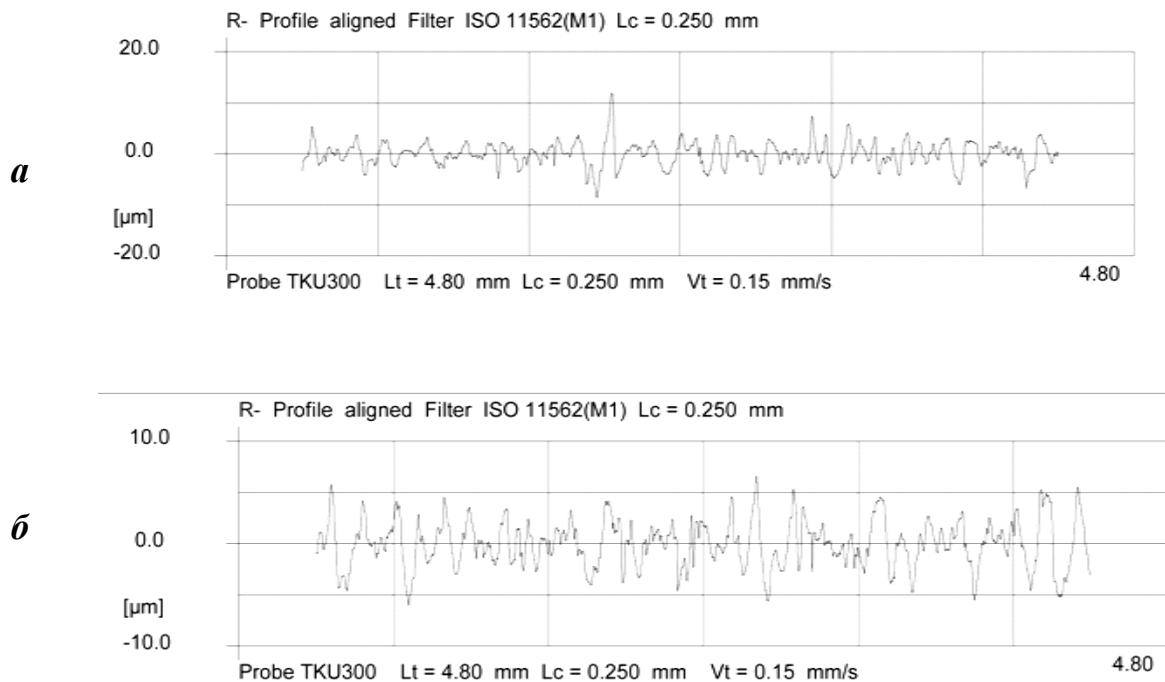
**Рис. 3. Волнограмма поперечных (а) и продольных (б) шероховатостей образца, обработанного получистовым шлифованием периферией круга**



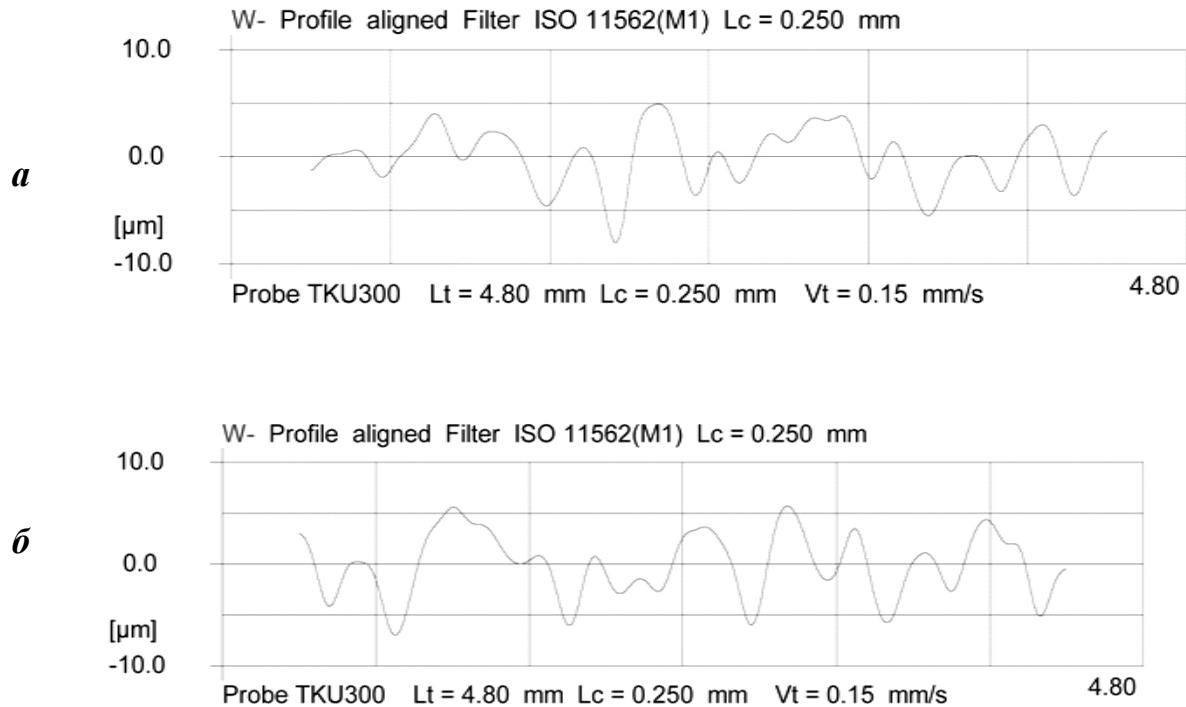
**Рис. 4. Профилограмма поперечных (а), и продольных шероховатостей образца, обработанного чистовым цилиндрическим фрезерованием**



*Рис. 5. Волнограмма поперечных (а) и продольных (б) шероховатостей образца, обработанного чистовым цилиндрическим фрезерованием*



*Рис. 6. Профилограмма шероховатостей образца, обработанного личным напильником с перекрестными (под 45°) движениями, измеренными: а – вдоль одной стороны образца; б – вдоль другой стороны образца*



**Рис. 7. Волнограмма шероховатостей образца, обработанного личным напильником с перекрестными (под 45°) движениями, измеренными: а – вдоль одной стороны образца; б – вдоль другой стороны образца**

Для сферической модели микронеровностей сближение при пластическом контакте плоских поверхностей, лишенных волнистости, рассчитывается по формуле (8). В данном случае основа поверхности может быть описана аналитической функцией

$$z(x, y) = A_1 \sin(k_1 \cdot x) + A_2 \sin(k_2 \cdot y), \quad (9)$$

где  $A_1$ ,  $A_2$  – продольные и поперечные амплитуды колебания,  $k_1$ ,  $k_2$  – продольные и поперечные частоты колебания, которые определяются по экспериментальным данным.

Цель построения – определение характерных особенностей геометрии обработанной поверхности при контактной деформации.

С точки зрения геометрической модели необходимо найти пересечение «аналитическая поверхность и плоскость, имитирующая поверхность контакта» [6, 14 – 18].

Чтобы создать модель поверхности, можно использовать любую систему твердотельного моделирования, но не поверхностную, поскольку только твердая модель позволяет выполнять логические операции, одна из которых – поверхность резания.

Последовательность построения включает следующие этапы.

1. По результатам измерений опытного образца (см. рис. 5 и 7) выявляют значения постоянных  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ .

2. Проводят расчет табличных значений по формуле (10) в виде набора тройки значений  $x_i, y_j, z_{i,j}$ . В данном случае параметры  $i$  и  $j$  определяют номер ряда в поперечном и продольном направлениях соответственно.

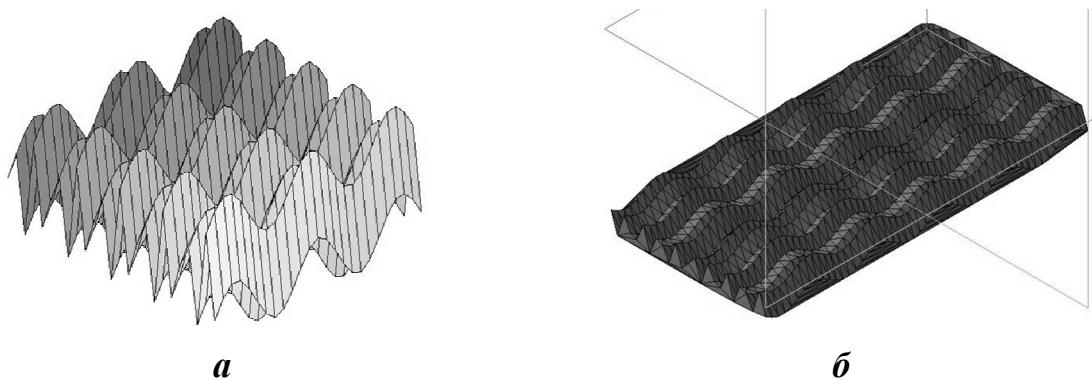
3. Выполняют построение сплайновой поверхности по полученным значениям.

4. С помощью операции «Выдавливание до плоскости» получают твердотельную модель детали после обработки.

5. Выполняют операцию «резка поверхностью» плоскостью, параллельной основанию детали, построенной на высоте  $1/3$  амплитуды колебаний от вершины.

Первый этап – докомпьютерная обработка экспериментальных данных, выполняется самостоятельно, без использования ЭВМ. Величины  $A_1$ ,  $A_2$  – это значения  $Rz$ , а коэффициенты  $k_1$ ,  $k_2$  определяют как количество синусоид на базовой длине.

Второй этап позволяет использовать любые доступные расчетные приложения. Самые наглядные – электронные таблицы типа Excel или Maple (рис. 8, а) (математический модуль).



*Рис. 8. Результаты моделирования обработанной поверхности:  
а – система Maple; б – система «Компас»*

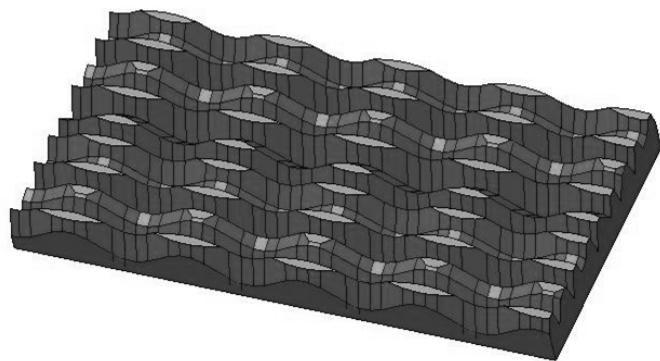
Получить сплайновую поверхность можно в любом приложении 3D моделирования, а также в математических пакетах, работающих с пространственными векторными объектами.

Например, Rhinoceros (поверхностное моделирование). Главное – сохранить результат в формате векторного трехмерного моделирования, например, igs-файл.

Выполнить твердотельное моделирование с помощью операции выдавливания можно только в соответствующем программном обеспечении. В данном случае были использованы две системы 3D-моделирования –

«Компас» и SolidWors. Для построения поверхности использовали систему «Компас» (рис. 9, б), далее результат был передан в систему SolidWors как более мощную, которая без ошибок и с большей точностью аппроксимации выполнила выдавливание.

После результат импортировали обратно в «Компас» (рис. 9), где была выполнена операция резки «поверхности» плоскостью.



**Рис. 9. Модель поверхности контакта (изометрия)**

Очевидно, что при моделировании поверхности с примерно одинаковыми параметрами шероховатости поверхности в поперечном и продольном направлениях в сечении реальной поверхности плоскостью получим примерно равносторонний ромб (квадрат), и в этом случае более адекватной будет формула (8) для контакта сферических поверхностей. В рассматриваемом случае это образцы, полученные слесарной обработкой (см. рис. 6 и 7).

Таким образом, для более наглядного представления о характере контакта реальных поверхностей, заданных снятой с них профилограммой, целесообразно заменять их геометрическими моделями, полученными с помощью описанного программного обеспечения.

### Список литературы

1. Васильев А.С., Грязев В.М., Ямников А.С. Функционально связанные сборочные размерные цепи, обеспечивающие нормированный контакт поверхностей // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2012. № 5. С. 36 – 40.
2. Терехин Н.А., Ямников А.С., Грязев В.М. Сравнительные характеристики поверхностной жесткости деталей // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2011. Вып. 6. Ч. 2. С. 168 – 173.
3. Грязев В.М., Ямников А.С. Сравнительные характеристики поверхностной жесткости деталей автоматических машин // Инженерный журнал с приложением. Справочник. 2013. № 8 (197). С. 7 – 13.

4. Грязев В.М., Ямников А.С. Решение размерных цепей с точностью, нормированной по пятну контакта поверхностей // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2013. № 8. С. 22 – 26.
5. Ямников А.С., Маликов А.А., Грязев В.М. Специфика решения размерных цепей с нормированным пятном контакта поверхностей // Материалы 4-й МНТК «Наукоемкие технологии в машиностроении и двигателестроении»: в 2 ч. Рыбинск, РГАТУ. 3 – 5 сентября, 2012. Ч.1. С. 194 – 199.
6. Ямников А.С., Ямникова О.А.Имитационное моделирование компонентов технологических систем: учеб. пособие. Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. 191 с.
7. Gryazev V.M., Yamnikov A.S. Methodical bases of the solution of dimension chains with norm of soot surface contact // European Science and Technology. Oktober 30th-31st. Munich, Germany. 2012. Vol. I. P. 161 – 168.
8. Терехин Н.А., Ямников А.С., Ямникова О.А. Взаимное влияние погрешностей формы и расположения сопрягаемых поверхностей на относительную площадь пятна контакта // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2014, №10 (171). С. 40 – 43.
9. Алферов В.В. Конструкция и расчет автоматического оружия. М.: Машиностроение, 1977. 248 с.
10. Ямников А.С., Грязев В.М. Выявление и решение размерных цепей с учетом условий контакта сопряженных деталей // Моделирование технологических процессов механической обработки и сборки / под ред. А.В. Киричека Т. 1. М.: Издательский дом «Спектр», 2013. С. 80 – 129.
11. Ямников А.С., Ямникова О.А., Кашмин О.С. Эмпирические зависимости величины сближения контактирующих деталей при импульсной нагрузке // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2015. №3. С. 42 – 48.
12. Васильев А.С., Грязев В.М. Определение характеристик поверхностного слоя деталей, обработанных различными способами //Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. Орел, ФГБОУ ВПО «Госуниверситет - УНПК», №2-5 (292). 2012. С. 3-6.
13. Ямников А.С., Маликов А.А., Грязев В.М. Механизация пригонки размерных цепей с переменными передаточными отношениями // Материалы 4-й МНТК «Наукоемкие технологии в машиностроении и двигателестроении»: в 2 ч. Рыбинск, РГАТУ. 3 – 5 сентября, 2012. Ч. 1. С. 189 – 194.
14. Автоматизация поискового конструирования: Искусственный интеллект в машиностроительном проектировании: монография / под ред. А.И. Половинкина. М.: Радио и связь, 1981. 344 с.
15. Динамическая модель виброустойчивости при точении тонкостенных труб многорезцовыми головками / Г.Т. Быков [и др.] // СТИН. 2009. №12. С. 17 – 21.

16. Ямникова О.А. Построение математической модели колебаний нежесткого вала при обработке резанием // СТИН. 2003. № 1. С. 18 – 21.
17. Ямникова О.А., Дорохин Н.Б. Динамика фрезерования впадин червяков охватывающими фрезами. // Материалы МНТК "Современные проблемы проектирования и производства зубчатых передач" / ТулГУ. Тула, 2000. С. 300 – 303.
18. Ямникова О.А., Серегин Р.Н. Математическое моделирование динамики процесса нарезания трапецидальной резьбы // Известия Тульского государственного университета. Машиностроение. 2001. Вып. 6. С. 223 – 228.

*Маликов Андрей Андреевич, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой, [andrey-malikov@yandex.ru](mailto:andrey-malikov@yandex.ru), Россия, Тула, Тульский государственный университет,*

*Ямникова Ольга Александровна, д-р техн. наук, проф. [yamnikovaoa@mail.ru](mailto:yamnikovaoa@mail.ru), Россия, Тула, Тульский государственный университет,*

*Чечуга Ольга Владимировна, канд. техн. наук, доц., [sourie\\_1@mail.ru](mailto:sourie_1@mail.ru), Россия, Тула, Тульский государственный университет*

#### ***MODELING THE EFFECT OF CHARACTERISTICS SURFACE LAYER ON CONTACT HARDNESS OF DETAILS OF MACHINE PARTS***

*A.A. Malikov, O.A. Yamnikova, O.V. Chechuga*

*The interaction of microroughnesses in the surface layer of parts treated with sawing, grinding and milling is described, formulas are given for determining the contact stiffness of various butt surfaces, the characteristics of the surface layer are determined, and the possibilities of mathematical modeling of the real surface with the help of Maple and Compass systems are shown.*

*Key words: microroughness, modeling, contact stiffness.*

*Malikov Andrey Andreevich, doctor of technical sciences, professor, head of chair, [andrey-malikov@yandex.ru](mailto:andrey-malikov@yandex.ru), Russia, Tula, Tula State University,*

*Yamnikova Olga Aleksandrovna, doctor of technical sciences, professor, [yamnikovaoa@mail.ru](mailto:yamnikovaoa@mail.ru), Russia, Tula, Tula State University,*

*Chechuga Olga Vladimirovna, candidate of technical sciences, docent, [sourie\\_1@mail.ru](mailto:sourie_1@mail.ru), Russia, Tula, Tula State University*