3-D МОДЕЛИРОВАНИЕ СНЕЖНОЙ ЛАВИНЫ

А.С. Соловьев, д.т.н., доцент,
А.В. Калач, д.х.н., профессор
ВИ ГПС МЧС России

Ранее была разработана серия моделей снежной лавины, обладающих высокой физической адекватностью, однако только в двумерном варианте [1]. Поэтому в настоящей работе поставлена задача разработать математическую модель снежной лавины в трехмерном варианте, обладающую высокой физической адекватностью в представлении снежной массы.

Предлагаемая модель ориентирована на использование возможностей современных компьютеров. В рамках конечноэлементного приближения снежная масса представляется совокупностью множества (порядка 10^4–10^6) элементов. Каждый элемент представляет собой некоторый объем снега, ведущий себя, как единое целое. Элементы механически взаимодействуют как между собой, так и с поверхностью склона (рисунок 1).

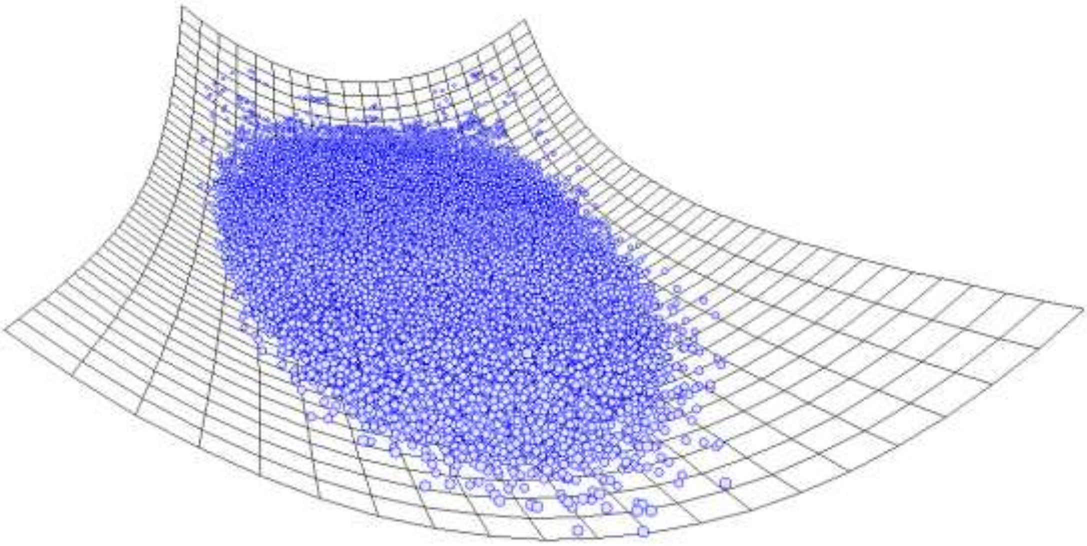

Рис. 1. Разработанная модель схода снежной лавины

Моделирование производится в трехмерном пространстве *XYZ*. Состояние каждого элемента-шара E_i задается шестью переменными: декартовыми координатами его центра (x_i, y_i, z_i) и составляющими скорости (v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}). Механическое взаимодействие элементов между собой принято упруго-вязким, что позволяет заложить в модель основные механические свойства снега: модуль упругости, коэффициент внутреннего трения, предельную деформацию при испытании на разрыв. В модели учитывается, что между соседними элементами могут возникать силы отталкивания при внедрении элементов друг в друга, или притяжения при отдалении сцепленных элементов друг от друга. Аналогичным образом элементы взаимодействуют с поверхностью склона.

Дифференциальные уравнения, описывающие движение элементов снега являются однотипными и в общем виде записываются следующим образом.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = k_1\frac{dx}{dt} + k_2x + k_3$$

где m – масса элемента; x – искомая функция (зависимость координаты x, y или z от времени); t – время; k_1, k_2, k_3 – величины, не зависящие от x, но зависящие от других искомых функций системы дифференциальных уравнений; a – ускорение (соответствующая декартова компонента a_x, a_y или a_z); v – скорость (соответствующая декартова компонента v_x, v_y или v_z).

В совокупности с начальными условиями данные уравнения представляют собой задачу Коши. Для ее решения используется численный метод Рунге-Кутта второго порядка (другое название метода – модифицированный метод Эйлера-Коши) [2,3]. Данный метод имеет второй порядок точности по отношению к искомой функции $x(t)$. Метод является универсальным, надежным, а также быстро программируемым. Шаг интегрирования системы дифференциальных уравнений составлял $\Delta t = 0{,}003$ с.

В большинстве компьютерных экспериментов использовали следующие значения параметров модели: диаметр элементов снега $d_Э = 0{,}1$ м; масса элемента снега $m_Э = 0{,}5$ кг; количество элементов снега $N_Э = 50000$; размеры области моделирования 20 х 10 х 10 м^3. коэффициент жесткости взаимодействия элементов снега между собой $c = 300$ Н/м; коэффициент вязкого трения элементов снега между собой $k_В = 1{,}5$ Н·с/м; коэффициент жесткости взаимодействия элементов снега со склоном $c_{ЭС} = 600$ Н/м; коэффициент вязкого трения элементов снега со склоном $k_{ЭС} = 3{,}0$ Н·с/м; коэффициент ограничения взаимодействия элементов $k_{огр} = 1{,}1$;

Основными показателями поражающего действия, которые позволяет определить модель лавины, являются кинетическая энергия $E_К$ движущейся снежной массы и давление $P_С$, оказываемое лавиной на вертикальную ограничивающую стенку. При этом необходимо определить не точечные значения $E_К$ и $P_С$, а функции $E_К(t)$ и $P_С(t)$, по которым в дальнейшем можно определить еще ряд показателей: максимальные значения $E_К$ и $P_С$, моменты времени, соответствующие максимумам функций, средние значения $E_К$ и $P_С$ и т.п. Функции $E_К(t)$ и $P_С(t)$ рассчитываются следующим образом:

$$E_K(t) = \frac{m_Э}{2}\sum_{i=1}^{N_Э}\left(v_{xi}^2(t) + v_{yi}^2(t) + v_{zi}^2(t)\right);$$

$$P_C(t) = -\frac{4}{\pi d_Э^2}\sum_{i=1}^{N_Э}F_{xП-i}(t).$$

В процессе моделирования на экран компьютера выводятся графики функций $E_К(t)$ и $P_С(t)$ для первичного визуального анализа.

Разработанная математическая модель представляет собой систему из сотен тысяч дифференциальных и алгебраических уравнений. Для удобства исследования системы уравнений составлена компьютерная программа «Программа для трехмерного моделирования снежной лавины методом динамики частиц» на языке Object Pascal в интегрированной среде программирования Borland Delphi 7.0.

Программа предназначена для многократного проведения компьютерных экспериментов по сходу снежной лавины и определения на этой основе поражающего действия снежной лавины, в первую очередь кинетической энергии движущейся снежной массы и давления, оказываемого на препятствие в виде вертикальной стенки, ограничивающей движение снежной массы.

Таким образом, в работе представлена трехмерная математическая модель схода снежной лавины, обладающая высокими пространственной детализацией и физической адекватностью, позволяющая изучить влияние параметров снега и поверхности склона на поражающее действие снежной лавины. Разработана компьютерная «Программа для трехмерного моделирования снежной лавины методом динамики частиц» на языке Object Pascal в интегрированной среде программирования Borland Delphi 7.0, предназначенная для многократного проведения компьютерных экспериментов по сходу снежной лавины и определения на этой основе кинетической энергии движущейся снежной массы и давления, оказываемого на препятствие в виде вертикальной стенки, ограничивающей движение снежной массы.

Список использованной литературы

1. Соловьев, А.С. Математическое моделирование чрезвычайных ситуаций, связанных с зарождением и сходом снежных лавин [Текст] / А. С. Соловьев: Дисс. ... докт. техн. наук. – Воронеж, 2014. – 287 с.
2. Хеерман Д.В. Методы компьютерного эксперимента в теоретической физике. – М.: Наука, 1990. – 176 с.
3. Monaghan J. Smoothed Particle Hydrodynamics // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1992. – Vol 30. – P. 543–574.