УДК 629.7.05
DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-6-65-78

РЕКОНФИГУРАЦИЯ КОМПЛЕКСНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНОГО СУДНА ПРИ ОТКАЗАХ ПРИВОДОВ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УПРАВЛЕНИЕ

А.М. КУЛЬЧАК[1], В.В. КОСЬЯНЧУК[1], Е.Ю. ЗЫБИН[1]
[1]Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем», г. Москва, Россия

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 17-08-01445а, 18-08-00453а

Законы реконфигурации комплексной системы управления при отказах приводов, рассчитанные без учета физических ограничений на амплитуды отклонения рулевых поверхностей, могут привести к полной потере управляемости и устойчивости воздушного судна. Несмотря на наличие большого числа научных публикаций в данной области, практические системные результаты получены только для односвязных систем с одним входом и одним выходом. Проблемы сходимости итерационных алгоритмов сужения множества допустимых решений и консервативности законов реконфигурации, построенных с использованием весовых матриц, не позволяют решить задачу учета таких ограничений в общем виде. Для сложных многосвязных систем до сих пор общепринятых универсальных подходов не существует. В работе ограничения на отклонения рулевых поверхностей предлагается учитывать по мощности затрачиваемого на реконфигурацию управления. Показывается, как за счет незначительной модификации метода псевдообращения можно получать приближенные псевдообратные (субоптимальные) решения с заранее известными для заданной степени приближения минимально возможными мощностью (нормой матрицы компенсации отказов) и ошибкой (нормой матрицы погрешности) реконфигурации. Это позволяет согласованно понижать мощность и повышать ошибку реконфигурации в несколько шагов вплоть до получения допустимого решения. За счет увеличения ошибки решения задачи на каждом шаге появляется дополнительная свобода в уменьшении мощности реконфигурации. Уменьшение мощности реконфигурации приводит к уменьшению амплитуд отклонений рулевых поверхностей, на которые перераспределяются сигналы с отказавших каналов управления. На модельном примере реконфигурации комплексной системы управления самолета при отказе привода стабилизатора показывается, что псевдообратное решение задачи реконфигурации приводит к значительному выходу элеронов за ограничения и потере управляемости. Решение, рассчитанное с учетом ограничений на управление, снижает в несколько раз отклонения рулевых поверхностей и обеспечивает эффективное решение задачи в допустимой области мощности и ошибки реконфигурации.

Ключевые слова: реконфигурация, комплексная система управления, отказы приводов, ограничения на управление, приближенное псевдообратное решение, мощность реконфигурации, ошибка реконфигурации.

ВВЕДЕНИЕ

Реконфигурация комплексной системы управления (КСУ) воздушного судна (ВС) при отказах приводов осуществляется за счет перераспределения сигналов с отказавших каналов управления на работоспособные [1–7] по информации от системы диагностирования отказов [8, 9]. В результате такого перераспределения отклонения рулевых поверхностей (РП) начинают превышать штатные, и они могут выйти на конструктивные упоры. Поэтому при решении практических задач реконфигурации КСУ ВС всегда необходимо учитывать физические ограничения на амплитуды отклонений его РП. Законы реконфигурации, рассчитанные без учета данных ограничений, могут привести к полной потере управляемости и устойчивости ВС.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РЕКОНФИГУРАЦИИ КСУ ПРИ ОТКАЗАХ ПРИВОДОВ

Представим модель движения ВС с работоспособными приводами в виде

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{1}$$

где x – вектор состояния ВС размерности m; u – вектор управления размерности n, минимальные и максимальные значения которого определяются физическими ограничениями на амплитуды отклонения РП; A – матрица собственной динамики ВС; B – матрица эффективности управления ВС ранга r.

Аналогичным образом введем в рассмотрение модель ВС с отказами приводов $\dot{x}_f = Ax_f + B_f u$, где x_f – вектор состояния ВС с отказами приводов; $B_f = BF$ – матрица эффективности управления ВС с отказами приводов; $F = \mathrm{diag}\left(\begin{bmatrix} f_1 & \cdots & f_k & \cdots & f_n \end{bmatrix}\right)$ – матрица отказов приводов: $f_k = 1$ – отказа нет, $f_k = 0$ – отказ есть.

Запишем также модель ВС с отказами приводов и реконфигурацией

$$\dot{x}_p = Ax_p + B_f u_p, \tag{2}$$

где управление u_p будем искать в виде суммы штатного и компенсирующего, которое определяется матрицей компенсации отказа K и также зависит от штатного:

$$u_p = \left(I + K\right)u = Hu. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2), тогда модель ВС с реконфигурацией примет вид

$$\dot{x}_p = Ax_p + B_f\left(I + K\right)u = Ax_p + B_p u, \tag{4}$$

где $B_p = B_f\left(I + K\right)$ – матрица эффективности управления ВС после реконфигурации.

Целью реконфигурации управления является определение матрицы реконфигурации H, обеспечивающей совпадение параметров моделей ВС с работоспособными приводами (1) и с реконфигурацией (4), в соответствии с выражениями $B_p = B_f H = B_f\left(I + K\right) = B.$

В результате задача реконфигурации сводится к разрешению матричного уравнения

$$B_f K = B - B_f = \Delta B, \tag{5}$$

относительно K и формированию итоговой матрицы реконфигурации по формуле

$$H = I + K. \tag{6}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ БЕЗ УЧЕТА ОГРАНИЧЕНИЙ НА УПРАВЛЕНИЕ

Представим матрицу B_f с помощью сингулярного разложения вида

$$B_f = L^T \Sigma R^T = \begin{bmatrix} L_{\max}^T & l_{\min}^T & L_0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{\max}^T \\ r_{\min}^T \\ R_0^T \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где L, R – ортогональные матрицы левых и правых сингулярных векторов; Σ – диагональная матрица сингулярных чисел (СЧ) с ранжированными по убыванию положительными числами; $\Sigma_{\max}$ – диагональная матрица максимальных СЧ; $\sigma_{\min}$ – минимальное ненулевое СЧ.

Подставим (7) в исходное уравнение (5)

$$\begin{bmatrix} L_{\max}^T & l_{\min}^T & L_0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{\max}^T \\ r_{\min}^T \\ R_0^T \end{bmatrix} K = \Delta B \tag{8}$$

и умножим (8) слева на матрицу левых сингулярных векторов L:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{\max}^T \\ r_{\min}^T \\ R_0^T \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} L_{\max} \\ l_{\min} \\ L_0 \end{bmatrix} \Delta B.$$

Введем обозначения

$$\begin{bmatrix} K_{\max}^T \\ k_{\min}^T \\ K_0^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\max}^T \\ r_{\min}^T \\ R_0^T \end{bmatrix} K, \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Delta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\max} \\ l_{\min} \\ L_0 \end{bmatrix} \Delta B \tag{10}$$

и запишем эквивалентное (5) уравнение

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{\max}^T \\ k_{\min}^T \\ K_0^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Delta_0 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Из (11) видно, что K_0^T может всегда принимать произвольные значения $K_0^T = \Psi$, а все множество решений уравнения (11) записывается в виде

$$\begin{bmatrix} K_{\max}^T \\ k_{\min}^T \\ K_0^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Psi \end{bmatrix}. \tag{12}$$

При этом погрешность решения (12) после подстановки его в (11) всегда будет равна

$$E = \begin{bmatrix} \Sigma_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Delta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Delta_0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Подставим множество решений (12) эквивалентного уравнения (11) в выражение (9)

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\max}^T \\ r_{\min}^T \\ R_0^T \end{bmatrix} K$$

и запишем решение исходного уравнения (5)

$$K = \begin{bmatrix} R_{\max} & r_{\min} & R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Psi \end{bmatrix}.$$

Далее с учетом (10) получим множество решений задачи методом наименьших квадратов

$$K = \begin{bmatrix} R_{\max} & r_{\min} & R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\min}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\max}\Delta B \\ l_{\min}\Delta B \\ \Psi \end{bmatrix} = B_f^+ \Delta B + R_0 \Psi, \tag{14}$$

обеспечивающее, ввиду свойства инвариантности нормы к ортогональным преобразованиям, минимально возможную норму Фробениуса погрешности решения

$$\varepsilon_{(0)} = \varepsilon_{\min} = \left\| E_{m \times n} \right\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} e_{ij}^2} = \left\| \Delta_0 \right\| = \left\| L_0 \Delta B \right\| = \left\| L_0 B \right\|, \tag{15}$$

которую назовем ошибкой реконфигурации. Для получения решения с минимальной нормой

$$\mu_0 = \mu_{\min} = \left\| K \right\|_{\min} = \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 \\ 0 & \sigma_{\min}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\max}\Delta B \\ l_{\min}\Delta B \end{bmatrix} \right\| \tag{16}$$

запишем псевдообратное решение при $\Psi = 0$:

$$K = B_f^+ \Delta B. \tag{17}$$

Окончательное решение задачи реконфигурации определяется в соответствии с (6).

Псевдообратное решение (17) минимизирует ошибку реконфигурации – евклидову норму разности матриц эффективности управления ВС с работоспособной и реконфигурированной КСУ. Это приводит к максимальному сохранению стереотипа управления летчика и минимальному отклонению собственных значений замкнутой системы [7, 10]. При этом решение существует всегда и для синтеза надежных законов реконфигурации может быть записано в аналитическом виде [5].

Существенным ограничением метода псевдообращения на практике является чрезмерное ужесточение требований к решению по обеспечению минимальной ошибки реконфигурации (15). Несмотря на то, что, как правило, такие требования в явном виде не предъявляются,

это ограничение часто приводит к большим значениям коэффициентов усиления законов реконфигурации, так что РП выходят на конструктивные ограничения. В таких случаях на реконфигурацию затрачивается чрезмерная мощность управления в работоспособных каналах, которой не хватает для сохранения устойчивости и управляемости ВС [7, 10].

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УПРАВЛЕНИЕ

Все разнообразие методов учета ограничений на амплитуды отклонения РП сводится к поэтапному сужению множества неограниченных решений (14) либо к взвешиванию правых и/или левых частей уравнения (5), входных и/или выходных сигналов блока (модуля) реконфигурации (3) [11–17]. Сходимость итерационных алгоритмов сужения множества всех возможных решений за счет перераспределения управления с «перегруженного» канала на «недозагруженные» не всегда позволяет получить требуемое решение. Использование весовых матриц, элементы которых зависят от физических ограничений на отклонения РП, приводит в большинстве случаев к искусственному снижению эффективности работоспособных каналов управления, не гарантируя сохранение работы РП в линейной зоне на всех режимах. При этом многие практические результаты были получены только для односвязных систем с одним входом и одним выходом. Для сложных многосвязных систем до сих пор общепринятых универсальных подходов не существует [2, 3].

В данной работе ограничения на управление предлагается учитывать по норме матрицы компенсации отказов K, характеризующей мощность затрачиваемого на реконфигурацию управления. Очевидно, что минимальная норма этой матрицы, соответствующая полностью работоспособным приводам, равна нулю. Любой отказ и его последующая компенсация приводит к появлению внедиагональных ненулевых элементов в матрице реконфигурации и неизбежному повышению ее нормы. Это, в свою очередь, приводит к снижению запасов управления по работоспособным каналам и степени управляемости ВС.

С физической точки зрения не всегда существует необходимость обеспечивать максимальную точность решения задачи реконфигурации. Решение с меньшей точностью может также достаточно эффективно компенсировать отказ, но при этом появляется дополнительная свобода в уменьшении мощности реконфигурации управления. В результате такая постановка задачи приводит к возможности снижения амплитуд отклонений РП и существенно расширяет область компенсируемых отказов на практике.

Предположим далее, что постановке задачи удовлетворяет менее строгое требование к ошибке решения задачи реконфигурации

$$\varepsilon_{(0)} < \varepsilon_{(1)} = \left\| \begin{bmatrix} \delta_{\min} \\ \Delta_0 \end{bmatrix} \right\| \le \varepsilon_{\text{доп}}. \tag{18}$$

Тогда если множество решений эквивалентного уравнения (11) записать в виде

$$\begin{bmatrix} K_{\max}^T \\ k_{\min}^T \\ K_0^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ 0 \\ \Psi \end{bmatrix}, \tag{19}$$

то погрешность решения (19) после подстановки его в (11) будет заранее удовлетворять (18):

$$E = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ 0 \\ \Psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ \delta_{\min} \\ \Delta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\delta_{\min} \\ -\Delta_0 \end{bmatrix},$$

а приближенное решение с минимально возможной мощностью, аналогично псевдообратному случаю, определяется при $\Psi = 0$ также в единственном виде

$$\begin{bmatrix} K_{\max}^T \\ k_{\min}^T \\ K_0^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} \Delta_{\max} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

со значением нормы

$$\left\| \begin{bmatrix} K_{\max}^T \\ k_{\min}^T \\ K_0^T \end{bmatrix} \right\| = \left\| \left[\Sigma_{\max}^{-1} \Delta_{\max} \right] \right\|. \tag{21}$$

После подстановки множества решений (19) уравнения (11) в выражение (9)

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{\max} \\ 0 \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\max}^T \\ r_{\min}^T \\ R_0^T \end{bmatrix} K$$

можно записать множество всех решений исходного уравнения (5)

$$K = \begin{bmatrix} R_{\max} & r_{\min} & R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\max} \Delta B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_{\max} \Sigma_{\max}^{-1} L_{\max} \Delta B,$$

значение норм которых также совпадает с (21)

$$\mu_{(1)} = \|K\| = \left\| \left[\Sigma_{\max}^{-1} \Delta_{\max} \right] \right\| = \left\| \left[\Sigma_{\max}^{-1} L_{\max} \Delta B \right] \right\|. \tag{22}$$

Условие разрешимости исходной задачи реконфигурации при этом имеет вид

$$\varepsilon_{(1)} = \left\| \begin{bmatrix} \delta_{\min} \\ \Delta_0 \end{bmatrix} \right\| = \left\| \begin{bmatrix} l_{\min} B \\ L_0 B \end{bmatrix} \right\| \le \varepsilon_{\text{доп}}. \tag{23}$$

Сравним полученные решения. Найдем коэффициенты эффективности приближения решения по мощности ρ_μ и ошибке ρ_ε как отношения норм (16), (22) и (15), (23):

$$\rho_{\mu}^{(1)} = \frac{\mu(0)}{\mu(1)} = \frac{\left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\max}^{-1} L_{\max} \Delta B \\ \sigma_{\min}^{-1} l_{\min} \Delta B \end{bmatrix} \right\|}{\left\| \left[\Sigma_{\max}^{-1} L_{\max} \Delta B \right] \right\|} = \frac{\sqrt{\left\| \Sigma_{\max}^{-1} L_{\max} \Delta B \right\|^2 + \left\| \sigma_{\min}^{-1} l_{\min} \Delta B \right\|^2}}{\left\| \left[\Sigma_{\max}^{-1} L_{\max} \Delta B \right] \right\|}, \tag{24}$$

$$\rho_{\varepsilon}^{(1)} = \frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon(1)} = \frac{\left\| L_0 B \right\|}{\left\| \begin{bmatrix} l_{\min} B \\ L_0 B \end{bmatrix} \right\|} = \frac{\left\| L_0 B \right\|}{\sqrt{\left\| L_0 B \right\|^2 + \left\| l_{\min} B \right\|^2}}. \tag{25}$$

Из (24), (25) видно, что при увеличении ξ норма решения (мощность реконфигурации) всегда уменьшается $(\rho_{\mu}^{(1)} > 1)$, а норма погрешности решения (ошибка реконфигурации) – увеличивается или не изменяется $(\rho_{\varepsilon}^{(1)} \le 1)$. Уменьшение мощности реконфигурации приводит к уменьшению амплитуд отклонений РП, на которые перераспределяются сигналы с отказавших каналов управления. Поэтому если и в первом приближении мощность реконфигурации вновь превышает допустимую, но ошибка реконфигурации все еще находится в допустимой области, необходимо повторить аналогичные расчеты для всех возможных степеней приближений $\xi = 0,1,...,r-1$ с нивелированием влияния следующих минимальных СЧ в матрице $\Sigma_{\max}$

$$\mu(\xi) = \left\| \Sigma_{1:r-\xi}^{-1} L_{1:r-\xi,1:m} \Delta B \right\|, \tag{26}$$

$$\varepsilon(\xi) = \left\| L_{r-\xi+1:m,1:m} B \right\|, \tag{27}$$

вплоть до получения решения с допустимой мощностью, гарантирующей невыход РП на физические упоры

$$H^{(\xi)} = I + R_{1:m,1:r-\xi} \Sigma_{1:r-\xi}^{-1} L_{1:r-\xi,1:m} \Delta B. \tag{28}$$

Понижение мощности решения в большинстве случаев приводит к одновременному увеличению ошибки реконфигурации. Выход решения из допустимой зоны ошибки реконфигурации говорит о практической некомпенсируемости возникающего отказа.

Точное определение границ допустимых решений $\mu_{\text{доп}}$ и $\varepsilon_{\text{доп}}$ является отдельной сложной задачей, так как они зависят от многих факторов: штатных сигналов управления, ограничений на отклонения РП, динамических характеристик приводов, параметров отказов, эффективностей РП и т. д. [10, 13–15, 17]. Анализ результатов модельных экспериментов показывает, что для сохранения устойчивости и управляемости ВС после реконфигурации мощность реконфигурации не должна превышать нормы матрицы эффективности управления ВС с работоспособными приводами $\mu_{\text{доп}} \le \|B\|$. В этом случае при отсутствии резких маневров ВС в большинстве случаев оставшегося запаса по управлению оказывается достаточно для компенсации отказов и сохранения характеристик устойчивости и управляемости ВС.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РЕКОНФИГУРАЦИИ КСУ

Для проверки работоспособности разработанного подхода рассмотрим пример решения задачи реконфигурации КСУ самолета с учетом ограничений на управление при отказе привода стабилизатора. Пусть динамика самолета описывается линейной моделью вида (1), где

$$A=\begin{bmatrix} -0,0233 & -10,2099 & -9,8098 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0057 & -0,9300 & 0,0008 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0057 & 0,9300 & -0,0008 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0002 & -0,7897 & -0,0001 & -0,2721 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0278 & 0,1139 & 0,9876 & 0,137 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3,4455 & -3,4957 & -0,8993 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,9870 & 0,2042 & -1,0407 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0,1087 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0052 & 0,0052 \\ 0,0178 & 0,0178 & -0,0084 & 0 & -0,001 & -0,001 & -0,007 & -0,007 \\ -0,0178 & -0,0178 & 0,0084 & 0 & 0,001 & 0,001 & 0,007 & 0,007 \\ -0,3378 & -0,3378 & -1,3433 & 0 & -0,0501 & -0,0501 & 0,1271 & 0,1271 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0054 & 0 & 0 & -0,0022 & 0,0022 \\ 0,2052 & -0,2052 & 0 & -0,1973 & 0,5419 & -0,5419 & -1,6357 & 1,6357 \\ -0,0092 & 0,0092 & 0 & -3,1463 & -0,0579 & 0,0579 & 0,2973 & -0,2973 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$x=\begin{bmatrix} V & \alpha & \theta & \omega_z & \beta & \omega_x & \omega_y & \gamma \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор состояния в приращениях; $\omega_x,\omega_y,\omega_z$ – угловые скорости крена, рыскания и тангажа; $\alpha,\theta,\gamma,\beta$ – углы атаки, наклона траектории, крена и скольжения; V – скорость полета; $u=\begin{bmatrix} u_{\text{рв}}^{\text{л}} & u_{\text{рв}}^{\text{п}} & u_{\text{ст}} & u_{\text{рн}} & u_{\text{эл}}^{\text{л}} & u_{\text{эл}}^{\text{п}} & u_{\text{и}}^{\text{л}} & u_{\text{и}}^{\text{п}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор управления; $u_{\text{рв}}^{\text{л}},u_{\text{рв}}^{\text{п}}$ – углы отклонения левого и правого руля высоты (–27…22º); $u_{\text{ст}}$ – угол отклонения стабилизатора (–12…5º); $u_{\text{рн}}$ – угол отклонения руля направления (–27…27º); $u_{\text{эл}}^{\text{л}},u_{\text{эл}}^{\text{п}}$ – углы отклонения левого и правого элеронов (–27…15º); $u_{\text{и}}^{\text{л}},u_{\text{и}}^{\text{п}}$ – углы отклонения левой и правой секции интерцепторов (0…55º).

При отказе стабилизатора матрица отказов имеет вид $F=\operatorname{diag}(1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$. Определим составляющие сингулярного разложения матрицы $B_f=BF$ (7) и вычислим в соответствии с (26)–(27) мощности μ и ошибки ε всех приближенных решений (рис. 1, табл. 1).

Анализ показывает, что не все решения данной задачи являются допустимыми. Первым допустимым по мощности $(\mu(\xi)=2,5912)$ является решение, полученное с использованием второй степени приближения $(\xi=2)$. При этом приближении обеспечивается также допустимая ошибка реконфигурации, приводящая к отклонению коэффициентов матрицы эффективности управления не более чем в третьем десятичном знаке $(\varepsilon(2)=0,0011)$.

Приведем далее матрицы псевдообратного решения, вычисленного по формуле (17), и решения второй степени приближения, вычисленного по формуле (28) при $\xi=2$:

$$H_{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,3751 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,3751 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10,877 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10,877 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1,6988 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1,6988 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2501 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2501 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,6395 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,6395 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

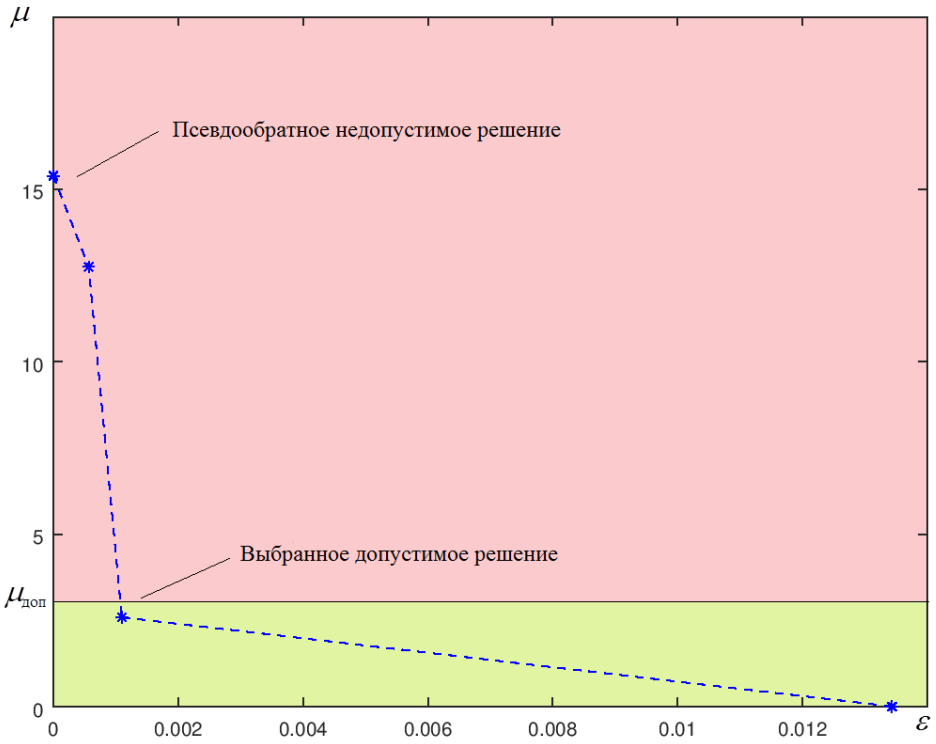


Рис. 1. График «мощность-ошибка» приближенных решений
Fig. 1. "Power-error" graph of approximate solutions

Таблица 1
Table 1

Значения мощностей и ошибок решений в зависимости от степени приближения
Powers and errors of solutions depending on approximation degree

ξ	0	1	2	3	4
$\mu(\xi)$	15,392	12,753	**2,5912**	$1,93\cdot10^{-16}$	$5,07\cdot10^{-17}$
$\varepsilon(\xi)$	$4,06\cdot10^{-18}$	$5,66\cdot10^{-4}$	$\mathbf{1,1\cdot10^{-3}}$	$1,34\cdot10^{-2}$	$1,34\cdot10^{-2}$

Результаты моделирования при управлении в канале стабилизатора для вариантов КСУ без отказа, с псевдообратным и приближенным законами реконфигурации приведены на рис. 2.

Анализ результатов показывает, что псевдообратное решение в теории обеспечивает полную компенсацию отказа стабилизатора, однако такая точность обеспечивается за счет

трехкратного превышения ограничений на амплитуды отклонения элеронов. На практике такое решение вследствие недостаточной эффективности РП приводит к неустойчивости и неуправляемости самолета и еще больше усугубляет критическую ситуацию. Закон реконфигурации с учетом ограничений на управление снижает чрезмерную нагрузку на элероны и компенсирует отказ стабилизатора дополнительным синфазным отклонением рулей высоты и интерцепторов, которые имеют большую эффективность в канале тангажа. Отклонения элеронов уменьшаются по сравнению с псевдообратным решением более чем в 40 раз. При этом отклонения всех РП находятся в допустимой области, и штатное функционирование КСУ не нарушается. Результаты с компенсацией отказа за счет реконфигурации и без отказа практически совпадают. Незначительное расхождение наблюдается только в каналах α и ϑ.

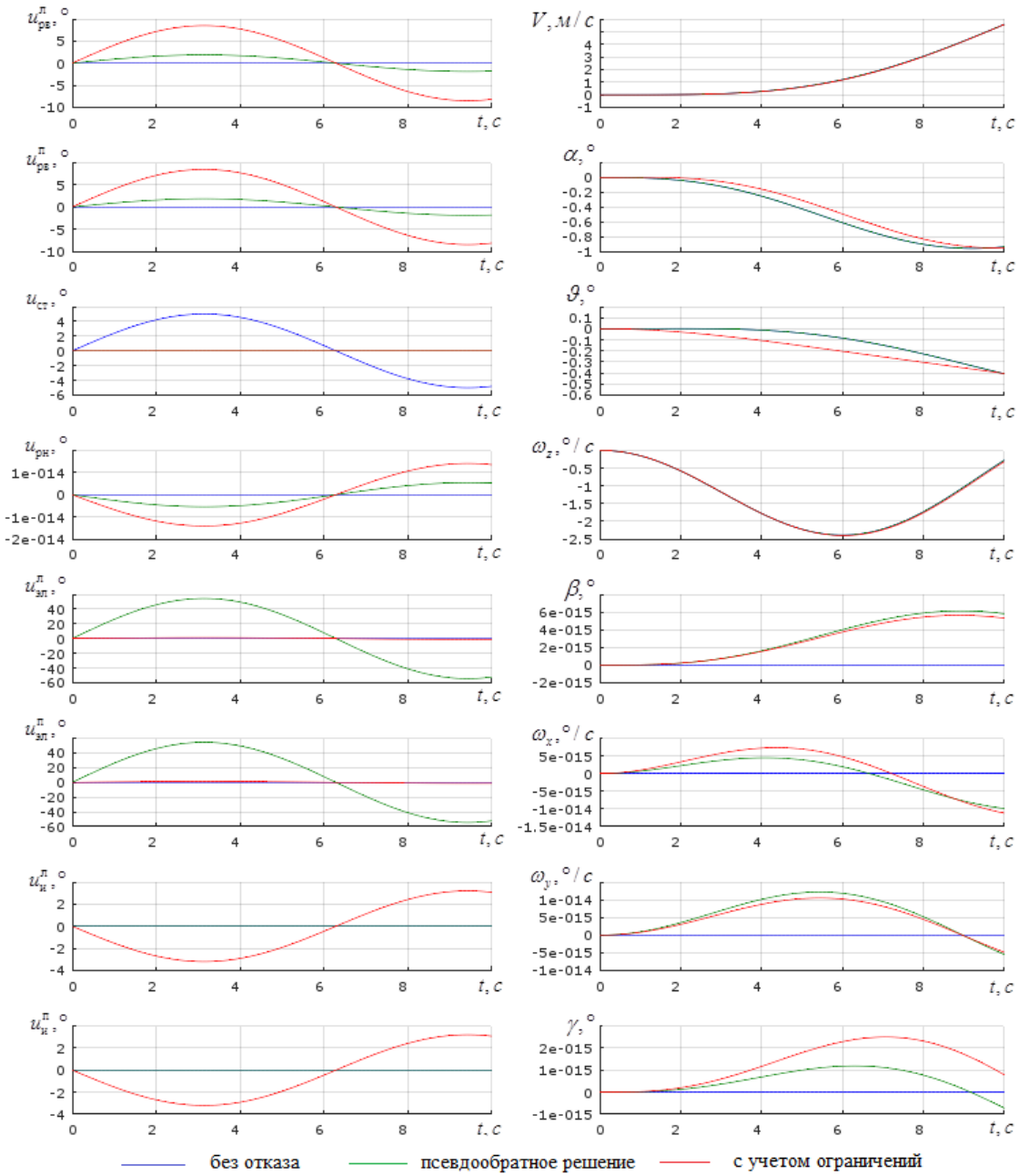


Рис. 2. Результаты моделирования
Fig. 2. Simulation results

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований показано, что физические ограничения на амплитуды отклонения РП ВС при компенсации отказов приводов можно учитывать за счет управления мощностью (нормой матрицы) реконфигурации, используемой для перераспределения управления. Снижение мощности реконфигурации снижает максимальные отклонения РП, обеспечивая их работу в допустимой области. Платой за это является повышение ошибки решения задачи реконфигурации.

В работе предлагается понижать точность и мощность решения задачи реконфигурации дискретно в несколько шагов. При этом на каждом шаге приближения обеспечивается субоптимальность решения – получается решение с заранее известными минимально возможными мощностью и ошибкой для заданной степени приближения.

С математической точки зрения аналогичный подход применяется в методе главных компонент, который используется для аппроксимации матриц исходных данных за счет снижения размерности задач с потерей наименьшего количества значимой информации. Однако в предлагаемом методе решается обратная задача вычисления приближенной обратной (приближенно-псевдообратной) матрицы с заданной степенью точности получаемого решения.

Развитие подхода предполагает точное определение допустимых областей решений, непрерывное управление мощностью и ошибкой реконфигурации, распространение всех полученных результатов на задачи мультимодельной робастной реконфигурации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Zolghadri A.** The challenge of advanced model-based FDIR for real-world flight-critical applications // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2018. Vol. 68. Pp. 249–259.

2. **Fekih A.** Fault diagnosis and fault tolerant control design for aerospace systems: a bibliographical review // IEEE American Control Conference (ACC), 2014. Pp. 1286–1291.

3. **Zhang Y., Jiang J.** Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems // Annual Reviews in Control. 2008. Vol. 32, № 2. Pp. 229–252.

4. **Fekih A.** Fault-tolerant flight control design for effective and reliable aircraft systems // Journal of Control and Decision. 2014. Vol. 1. № 4. Pp. 299–316.

5. **Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В., Кульчак А.М.** Аналитическое решение задачи оптимальной реконфигурации системы управления летательного аппарата при отказе нескольких органов управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 59–66.

6. **Акимов А.Н.** Отказоустойчивость систем управления летательных аппаратов / В.В. Воробьев, Ю.К. Коноплев, В.А. Шабалин. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2005.

7. **Земляков С.Д., Рутковский В.Ю., Силаев А.В.** Реконфигурация систем управления летательными аппаратами при отказах // Автоматика и телемеханика. 1996. № 1. С. 3–20.

8. **Косьянчук В.В.** Контроль и диагностирование подсистем в замкнутом контуре управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2004. № 1. С. 67–76.

9. **Буков В.Н., Косьянчук В.В.** Вложение систем. Линейное наблюдение // Автоматика и телемеханика. 2001. № 2. С. 3–14.

10. **Gao Z., Antsaklis P.J.** Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems // International Journal of Control. 1991. Vol. 53, № 3. Pp. 717–729.

11. **Rotondo D.** Advances in gain-scheduling and fault tolerant control techniques. Springer, 2017.

12. **Shen Q.** Finite-time fault-tolerant attitude stabilization for spacecraft with actuator saturation / D. Wang, S. Zhu, K. Poh // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2015. Vol. 51, № 3. Pp. 2390–2405.

13. Zuo Z., Ho D., Wang Y. Fault tolerant control for singular systems with actuator saturation and nonlinear perturbation // Automatica. 2010. Vol. 46. Pp. 569–576.

14. Rotondo D. A virtual actuator approach for the fault tolerant control of unstable linear systems subject to actuator saturation and fault isolation delay / J.-C. Ponsart, D. Theilliol, F. Nejjari, V. Puig // Annual Reviews in Control. 2015. Vol. 39. Pp. 68–80.

15. Jiang J., Zhang Y.M. Accepting performance degradation in fault tolerant control system design // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2006. Vol. 14, № 2. Pp. 284–292.

16. Mhaskar P., Gani A., Christofides P.D. Fault-tolerant control of nonlinear processes: Performance-based reconfiguration and robustness // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2006. Vol. 16, № 3. Pp. 91–111.

17. Kapila V., Grigoriadis K. Actuator saturation control. CRC Press, 2002.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Кульчак Алексей Михайлович, начальник сектора ФГУП «ГосНИИАС», amkulchak@2100.gosniias.ru.

Косьянчук Владислав Викторович, доктор технических наук, профессор, профессор РАН, первый заместитель генерального директора ФГУП «ГосНИИАС», vvk@gosniias.ru.

Зыбин Евгений Юрьевич, доктор технических наук, начальник лаборатории ФГУП «ГосНИИАС», eyzybin@2100.gosniias.ru.

RECONFIGURATION OF THE AIRCRAFT INTEGRATED CONTROL SYSTEM REGARDING CONTROL CONSTRAINTS UNDER ACTUATOR FAILURES

Aleksey M. Kulchak[1], Vladislav V. Kosyanchuk[1], Evgeniy Yu. Zybin[1]
[1]State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, Russia

The study was conducted with support of the Russian Foundation for Basic Research, grants №17-08-01445a and №18-08-00453a

ABSTRACT

The aircraft integrated control system reconfiguration laws under failures of actuators, calculated disregarding physical constraints on control surfaces saturation, can lead to a complete loss of aircraft controllability and stability. Despite the large number of scientific publications in this field, practical systematic results have been obtained only for SISO (single input – single output) systems. Problems of the convergence of iterative algorithms restricting the set of admissible solutions and the conservatism of the reconfiguration laws designed using weight matrices do not allow solving this problem in general. For complex MIMO (multi input – multi output) systems there is still no widely accepted universal approach. In this work, control surfaces constraints are regarded in terms of the power of reconfiguration control. It is shown that by slight modification of pseudoinverse (optimal) solution it is possible to obtain approximate pseudoinverse (suboptimal) solutions with priory known minimum power (compensation matrix norm) and error (residual matrix norm) of the reconfiguration for a given degree of approximation. This allows for a multistep consistent reduction in power and increasing in error of reconfiguration, until an acceptable solution is obtained. By providing the greater reconfiguration error at each step we have additional freedom in reducing the reconfiguration power. This leads to a decrease in the amplitude of the deviations of the control surfaces, to which the signals from the failed control channels are redistributed. The simulation example of the aircraft integrated control system reconfiguration under the stabilizer's actuator failure is presented. It is shown that the pseudoinverse reconfiguration problem solution leads to the significant ailerons' constraints violation and the loss of aircraft controllability. Regarding

control constraints solution reduces several times the deviation of the control surfaces and provides an effective problem solution in the permissible power and error reconfiguration range.

Key words: reconfiguration, integrated control system, actuator failures, control constraints, approximate pseudoinverse solution, reconfiguration power, reconfiguration error.

REFERENCES

1. Zolghadri, A. (2018). *The challenge of advanced model-based FDIR for real-world flight-critical applications.* Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 68, pp. 249–259.

2. Fekih, A. (2014). *Fault diagnosis and fault tolerant control design for aerospace systems: a bibliographical review.* IEEE American Control Conference (ACC), pp. 1286–1291.

3. Zhang, Y. and Jiang, J. (2008). *Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems.* Annual Reviews in Control, vol. 32, no. 2, pp. 229–252.

4. Fekih, A. (2014). *Fault-tolerant flight control design for effective and reliable aircraft systems.* Journal of Control and Decision, vol. 1, no. 4, pp. 299–316.

5. Zybin, E.Yu., Kosyanchuk, V.V. and Kulchak, A.M. (2014). *Analiticheskoe reshenie zadachi optimalnoy rekonfiguratsii sistemy upravleniya letatelnogo apparata pri otkaze neskolkikh organov upravleniya* [An analytical solution of optimal aircraft control system reconfiguration problem with the failure of several controls]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control], no. 7, pp. 59–66. (in Russian)

6. Akimov, A.N., Vorobyev, V.V., Konoplev, Yu.K. and Shabalin, V.A. (2005). *Otkazoustoychivost sistem upravleniya letatelnykh apparatov* [Fault tolerance of aircraft control systems]. Moscow: VVIA im. N.E. Zhukovskogo. (in Russian)

7. Zemlyakov, S.D., Rutkovskiy, V.Yu. and Silaev, A.V. (1996). *Reconfiguring aircraft control systems in case of failures.* Automation and Remote Control, vol. 57, no. 1, part 1, pp. 1–13.

8. Kosyanchuk, V.V. (2004). *Checking and diagnostics of subsystems in a closed control loop.* Journal of Computer and Systems Sciences International, vol. 43, no. 1, pp. 62–71.

9. Bukov, V.N. and Kosyanchuk, V.V. (2001). *System embedding.* Linear observation. Automation and Remote Control, vol. 62, no. 2, pp. 169–180.

10. Gao, Z. and Antsaklis, P.J. (1991). *Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems.* International Journal of Control, vol. 53, no. 3, pp. 717–729.

11. **Rotondo, D.** (2017). *Advances in gain-scheduling and fault tolerant control techniques. Springer.*

12. Shen, Q., Wang, D., Zhu, S. and Poh, K. (2015). *Finite-time fault-tolerant attitude stabilization for spacecraft with actuator saturation.* IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 51, no. 3, pp. 2390–2405.

13. Zuo, Z., Ho, D. and Wang, Y. (2010). *Fault tolerant control for singular systems with actuator saturation and nonlinear perturbation.* Automatica, vol. 46, pp. 569–576.

14. Rotondo, D., Ponsart, J.-C., Theilliol, D., Nejjari, F. and Puig, V. (2015). *A virtual actuator approach for the fault tolerant control of unstable linear systems subject to actuator saturation and fault isolation delay.* Annual Reviews in Control, vol. 39, pp. 68–80.

15. Jiang, J. and Zhang, Y.M. (2006). *Accepting performance degradation in fault tolerant control system design.* IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 14, no. 2, pp. 284–292.

16. Mhaskar, P., Gani, A. and Christofides, P.D. (2006). *Fault-tolerant control of nonlinear processes: Performance-based reconfiguration and robustness.* International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 16, no. 3, pp. 91–111.

17. Kapila, V. and Grigoriadis, K. (2002). *Actuator saturation control.* CRC Press.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Aleksey M. Kulchak, Head of Sector of State Research Institute of Aviation Systems, amkulchak@2100.gosniias.ru.

Vladislav V. Kosyanchuk, Doctor of Technical Sciences, Professor, RAS Professor, First Deputy Director General, State Research Institute of Aviation Systems, vvk@gosniias.ru.

Evgeniy Yu. Zybin, Doctor of Technical Sciences, Head of Laboratory, State Research Institute of Aviation Systems, eyzybin@2100.gosniias.ru.

Поступила в редакцию	24.09.2018	Received	24.09.2018
Принята в печать	20.11.2018	Accepted for publication	20.11.2018